

Решение  
тригонометрических  
уравнений  
различными способами



Решите уравнение  $\sin x - \cos x = 1$

**Решение:**

1. Преобразуем данное уравнение к виду

$$\sin x - (1 + \cos x) = 0.$$

2. Применяя формулы половинного и двойного аргумента

$$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}, \quad \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2},$$

получим:

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 0;$$

$$\cos \frac{x}{2} \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) = 0$$

**3. Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а остальные при этом не теряют смысла, поэтому**

$$\cos \frac{x}{2} \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) = 0;$$

$$\left[ \begin{array}{l} \cos \frac{x}{2} = 0, \\ \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 0; \end{array} \right.$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0;$$

$$\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k;$$

**однородное уравнение  
I степени**

$x = \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$  **Делим обе его части на  $\cos \frac{x}{2}$**

**Получим**

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1;$$

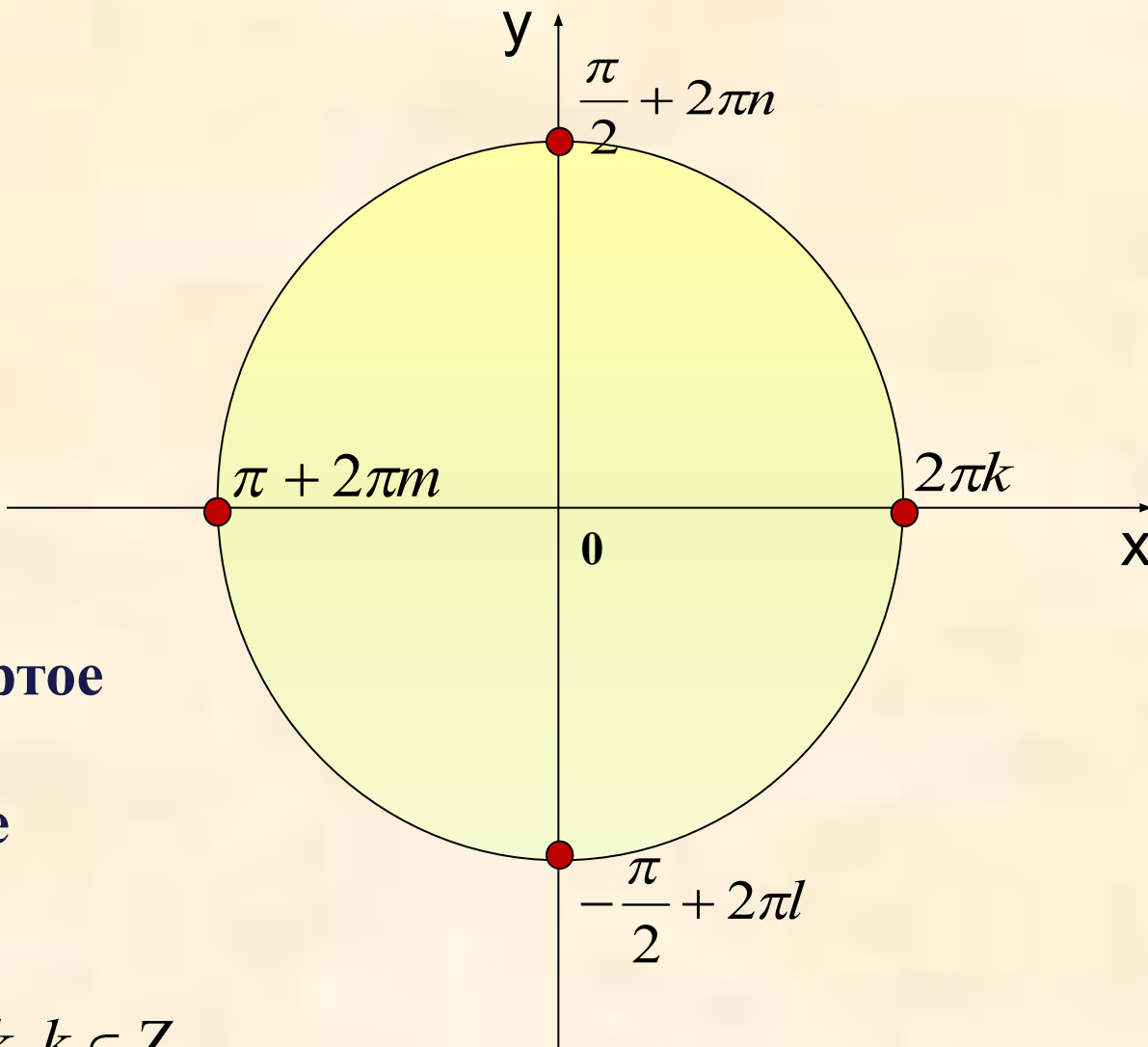
$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}.$$

*Ответ* :  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}. \end{array} \right.$$



**Первое и четвертое  
решения –  
посторонние**

*Ответ* :  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Убедимся, что решения данного уравнения

$$x = \frac{\pi}{4} + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k \quad \text{И} \quad \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \end{cases} \quad \text{совпадают}$$

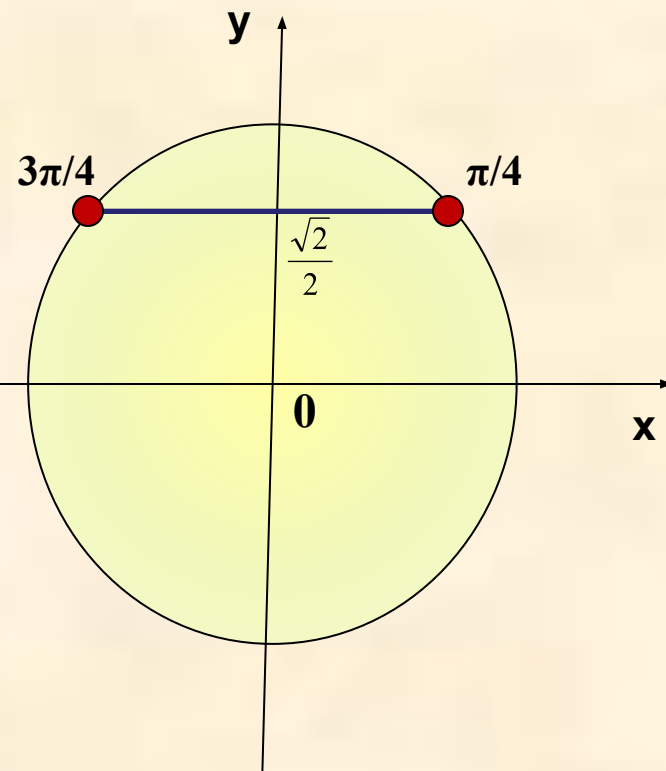
Для этого решим уравнение

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

с помощью  
тригонометрического круга

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



**Решите уравнение  $\sin x - \cos x = 1$**

**Решение:**

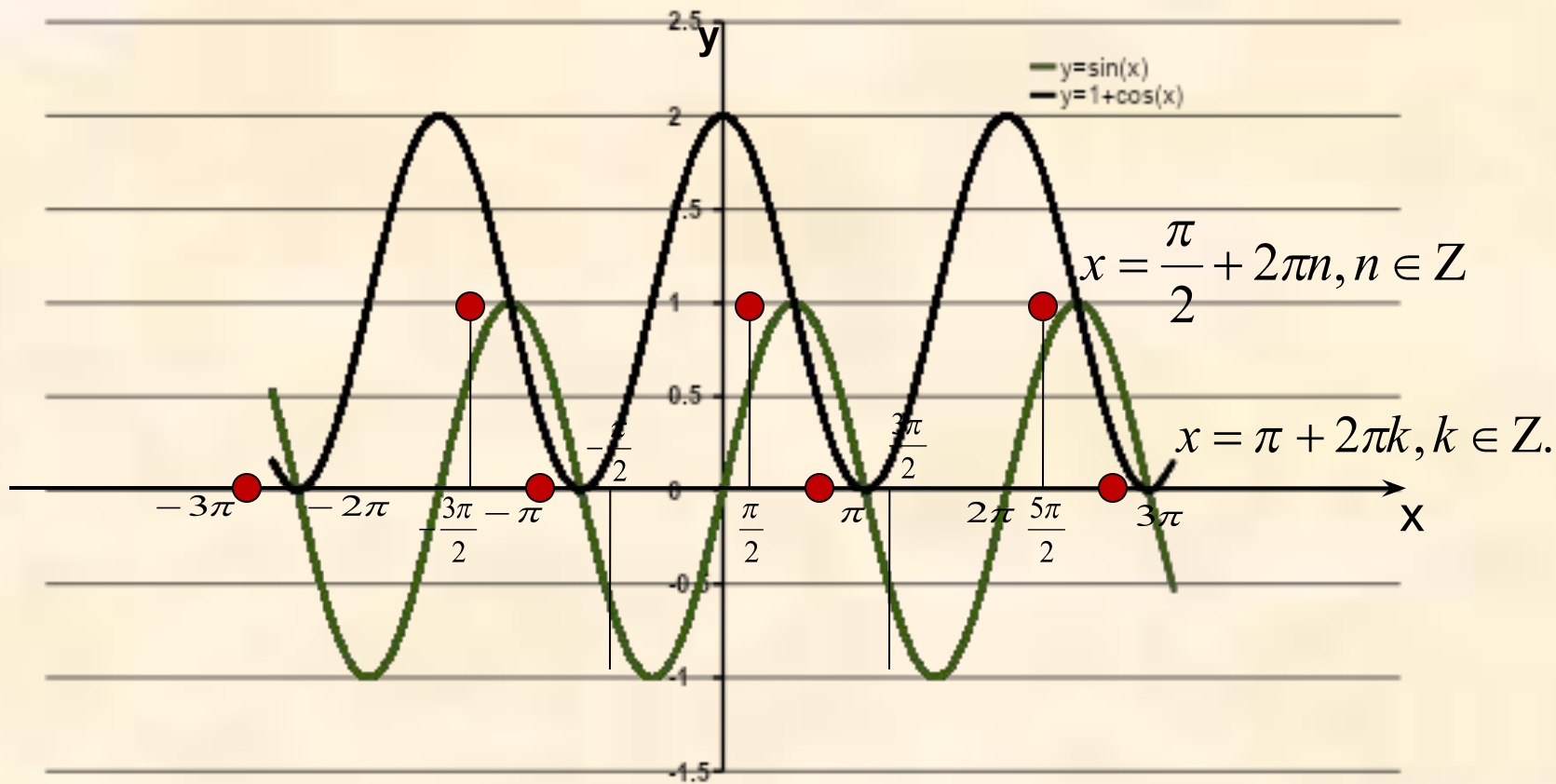
**1. Преобразуем данное уравнение к виду**

$$\sin x = 1 + \cos x.$$

**2. Построим графики функций  $y = \sin x$  и  $y = 1 + \cos x$  в одной системе координат.**

**3. Найдем абсциссы точек пересечения графиков функций.**

$$\sin x - \cos x = 1$$



Ответ:  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$