
ЕЩЕ ОДИН СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ
ГРАФИКА **КВАДРАТИЧНОЙ**
ФУНКЦИИ

Заполните пропуски в решении

1) Выделите полный квадрат двучлена:

а) $x^2 + 2x - 7 = x^2 + 2x + \boxed{1} - 8 = (x + \boxed{1})^2 - 8;$

б) $x^2 - 6x + 11 = \boxed{x^2} - 2 \cdot \boxed{3} x + 9 + 2 = (x - \boxed{3})^2 + 2.$

2) Построить график функции $y = x^2 + 4x - 5$

1) Ветви параболы направлены $\boxed{\text{вверх}}$.

2) а) Абсцисса вершины параболы: $x_0 = -b/\boxed{2a}$; $x_0 = \boxed{-4}/2 = \boxed{-2}$;

б) Ордината вершины параболы: $y_0 = (-2)^2 + 4 \cdot \boxed{(-2)} - 5 = \boxed{-9}$.

Вершина параболы имеет координаты: $(\boxed{-2}; -9)$.

3) Точки пересечения с осями координат:

а) $x = 0$; $y =$;

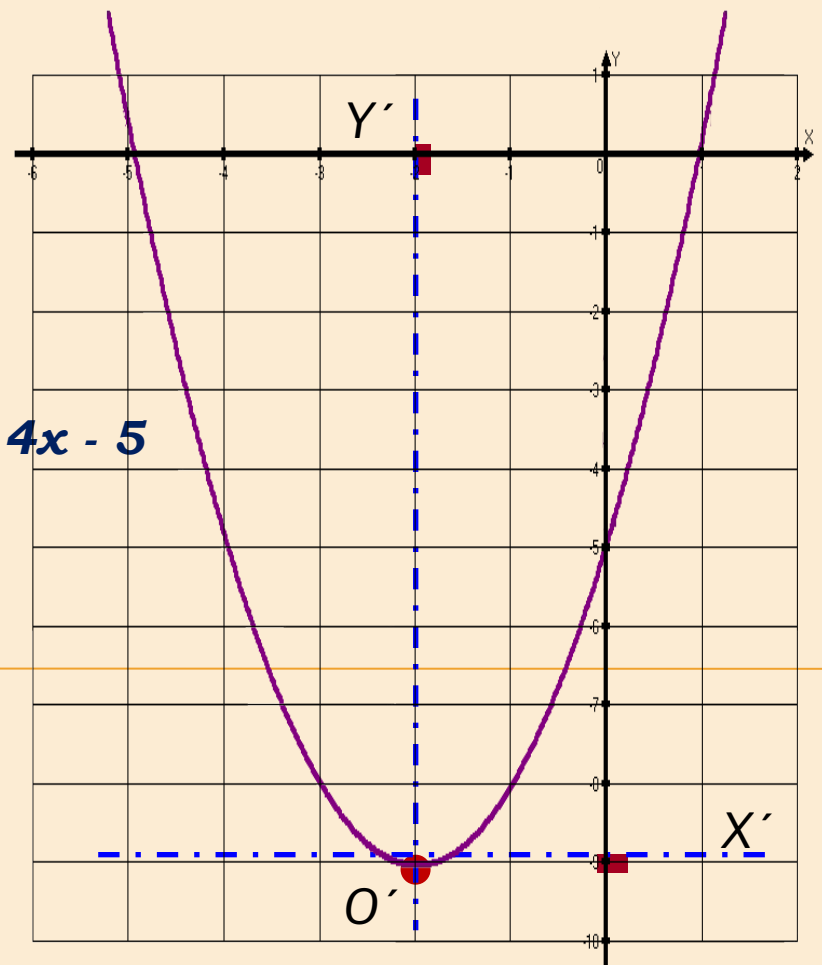
б) $y = 0$; $x^2 + 4x - 5 = 0$; $x_1 = 1$; $x_2 =$;

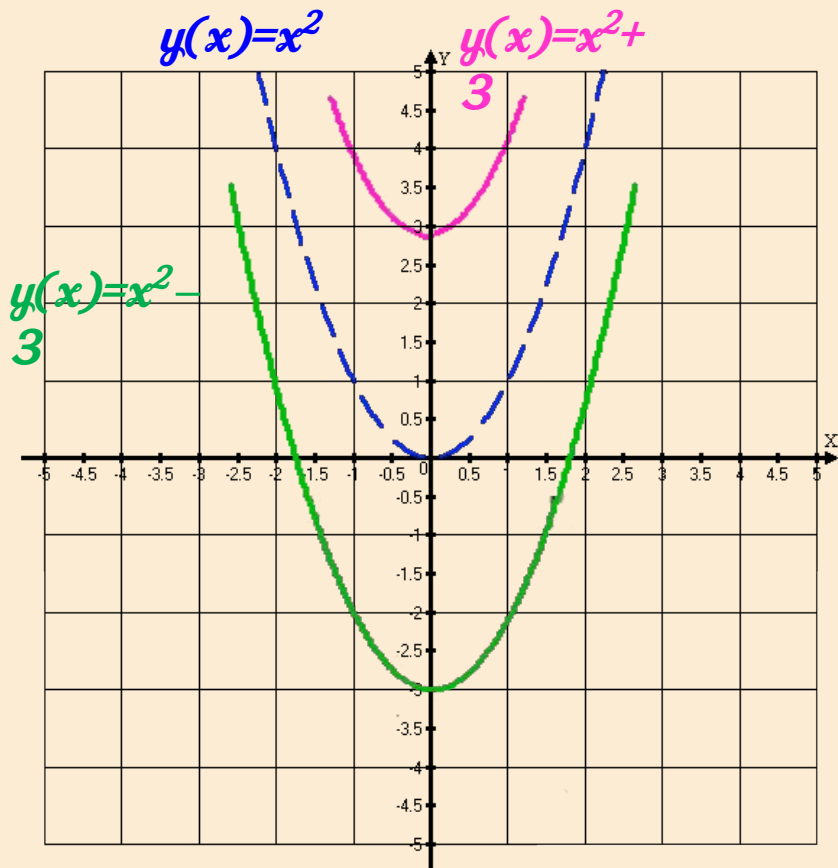
4) Дополнительная точка:

а) $x = -4$; $y =$;

5) График имеет вид:

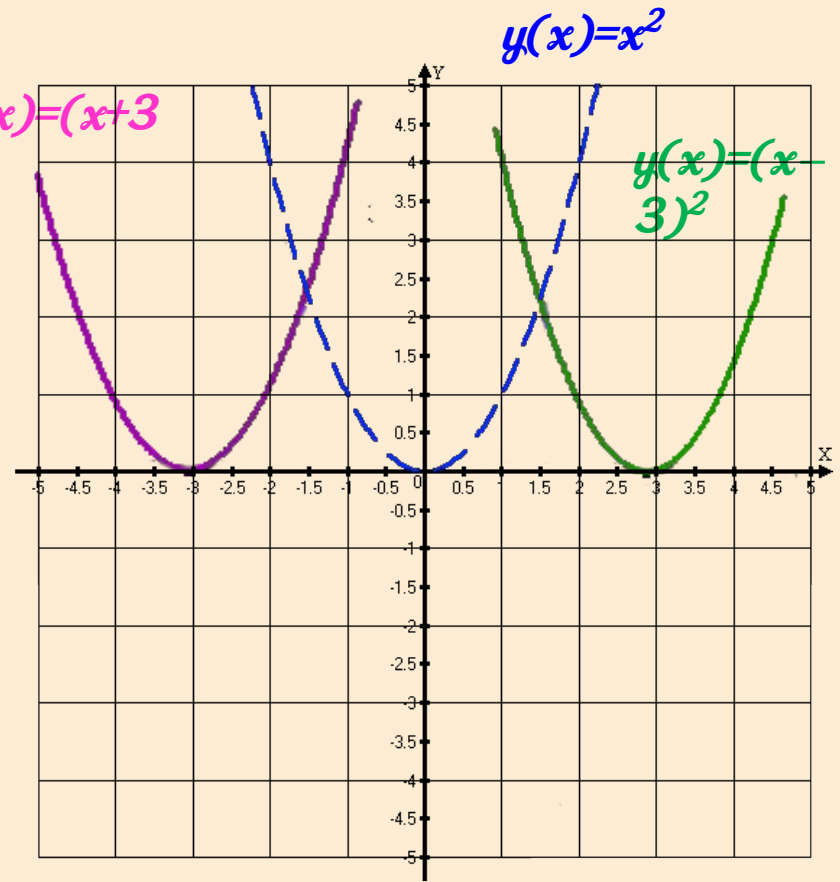
$$y = x^2 + 4x - 5$$





Смещение параболы
(параллельный перенос) вдоль оси
ординат вверх (вниз) на 3 единицы.

Вывод:

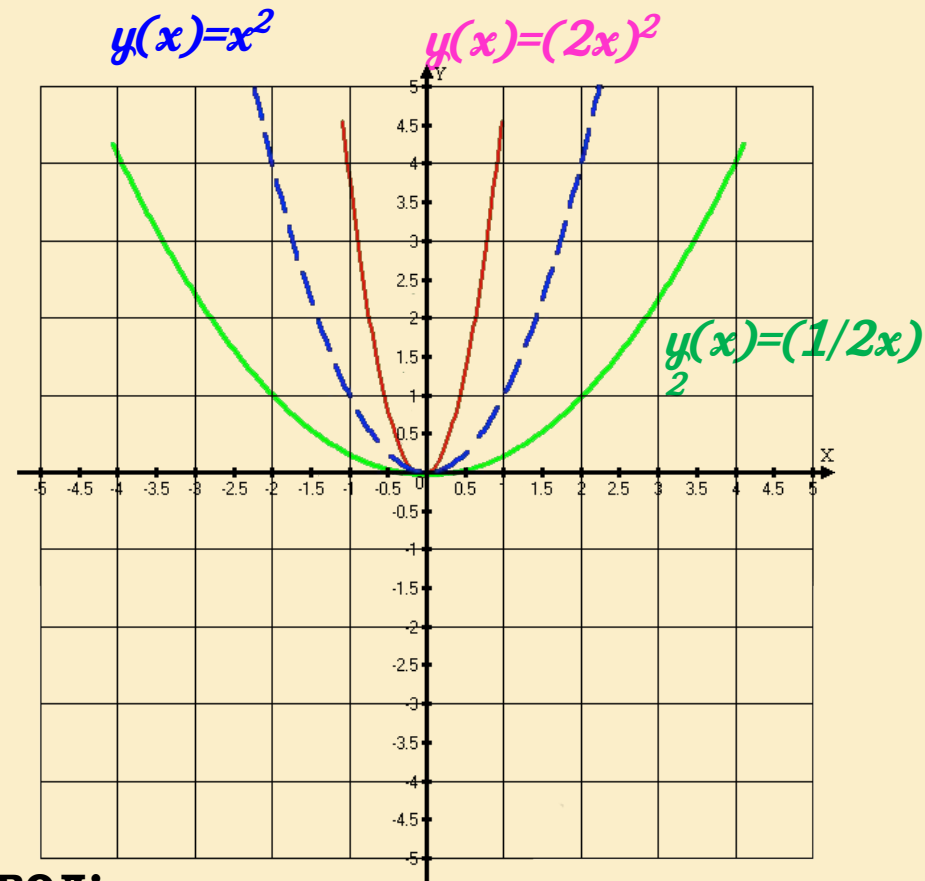
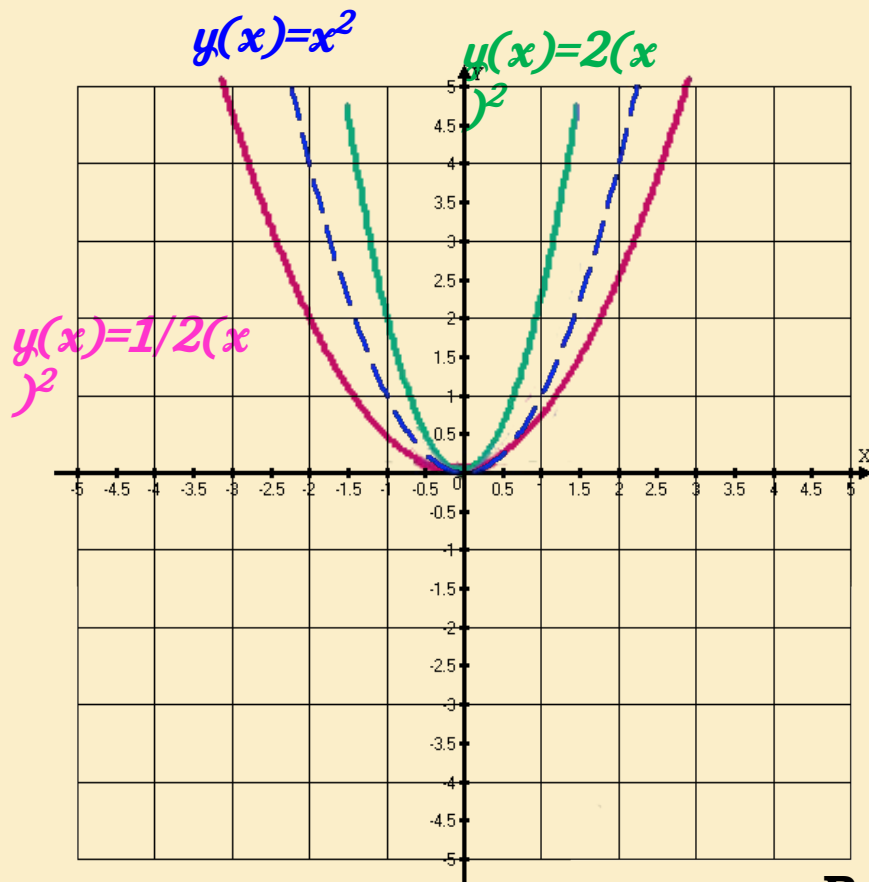


Смещение параболы (параллельный
перенос) вдоль оси абсцисс вправо
(влево) на 3 единицы.

Общий вид функции

$$Y = (x)^2 + n$$

$$Y = (x - m)^2$$



Вывод:

Сжатие (растяжение) вдоль оси ординат с коэффициентом 2 (1/2).

Сжатие (растяжение) вдоль оси абсцисс с коэффициентом 1/2 (2).

Общий вид функции

$$Y = a(x)^2,$$

*если $|a| < 1$, то сжатие по OY
если $|a| > 1$, то растяжение по OY*

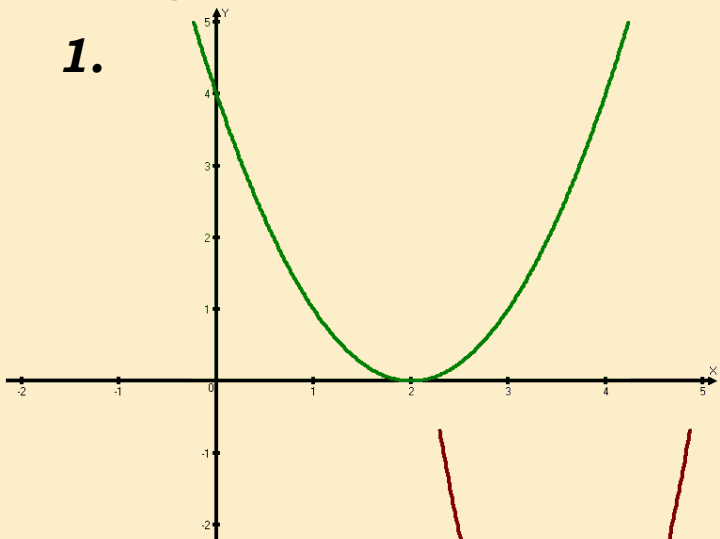
$$Y = (kx)^2$$

*если $|k| < 1$, то растяжение по OX
если $|k| > 1$, то сжатие по OX*

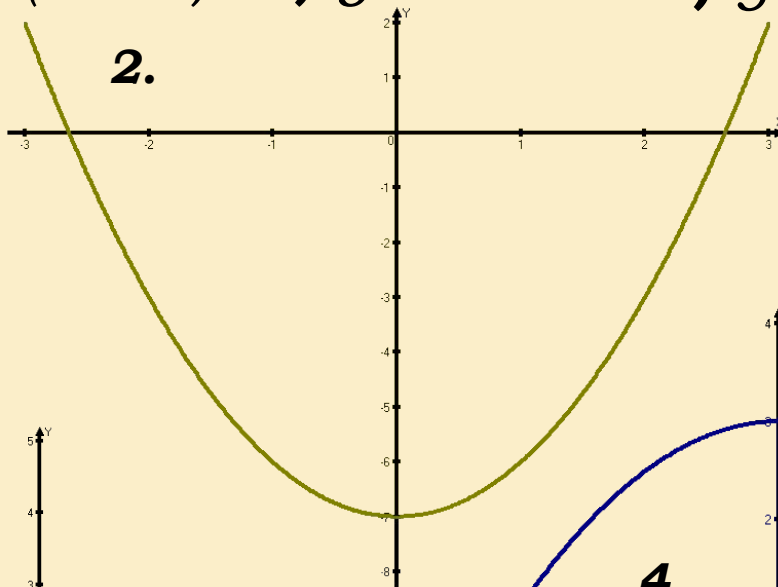
Задание: Выстроить соответствие между формулой, задающей функцию и ее графиком

а) $y = (x - 2)^2$ **б)** $y = 3(x + 2)^2$ **в)** $y = x^2 - 7$ **г)** $y = -1/2x^2 + 3$

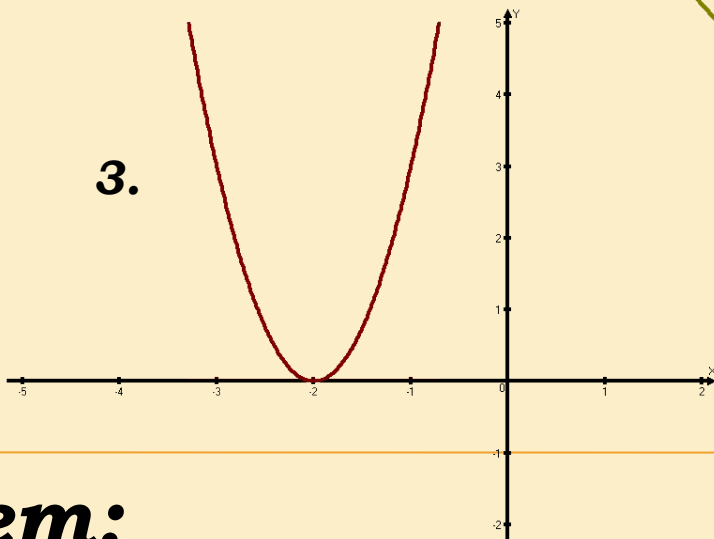
1.



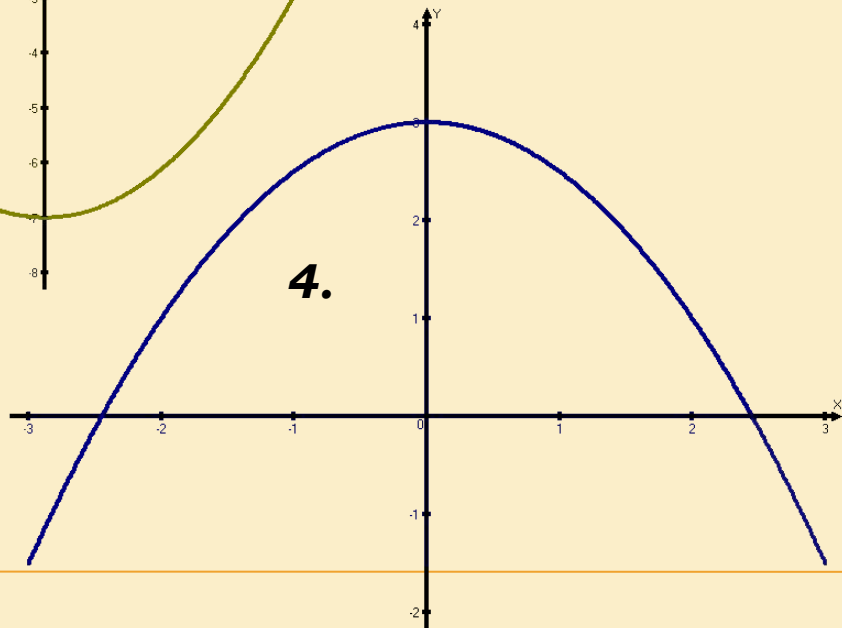
2.



3.



4.



Ответ:

1 – а

2 – в

3 – б

4 – г

Задача: Постройте график функции
 $y(x) = (x - 3)^2 + 2$.

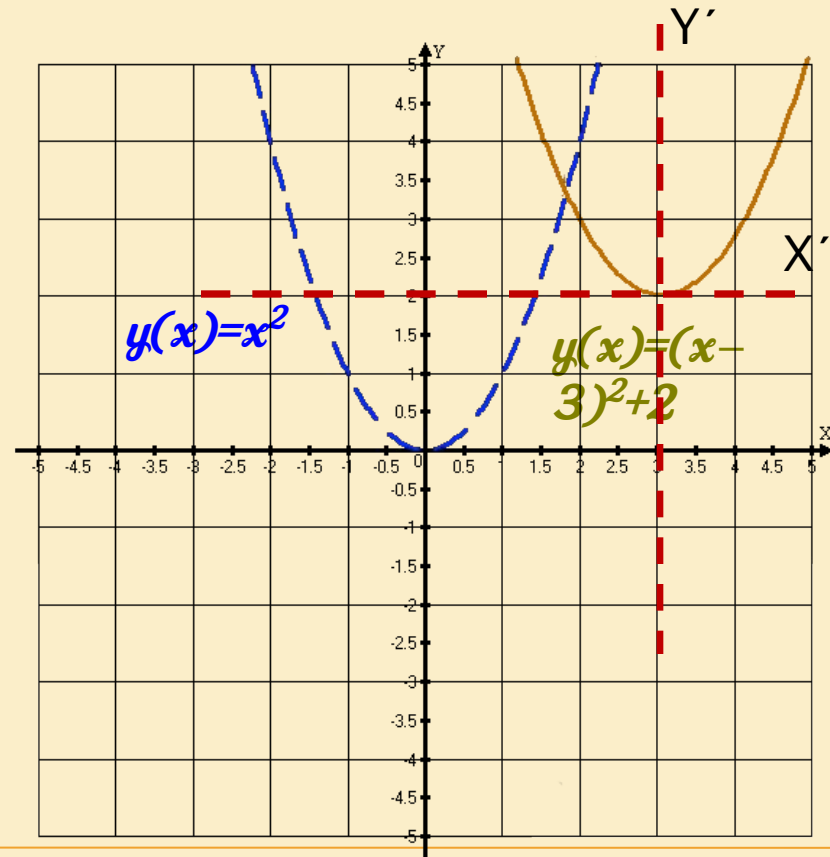
Решение:

1. Двойное преобразование графика $y = (x)^2$. Смещение вдоль оси ординат вверх на 2 единицы и вдоль оси абсцисс вправо на 3 единицы.

1. Вспомогательные оси X' - прямая $y = 3$, Y' - прямая $x = 2$.

2. Координаты вершины параболы $-(3; 2)$.

3. В системе координат $X'O'Y'$ построить график функции $y(x) = x^2$.



Задача:

Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$ с помощью преобразований графика $y(x) = x^2$.

Решение:

1. Выделить полный квадрат двучлена:

$$x^2 + 4x - 5 = x^2 + 4x + 4 - 9 = (x+2)^2 - 9.$$

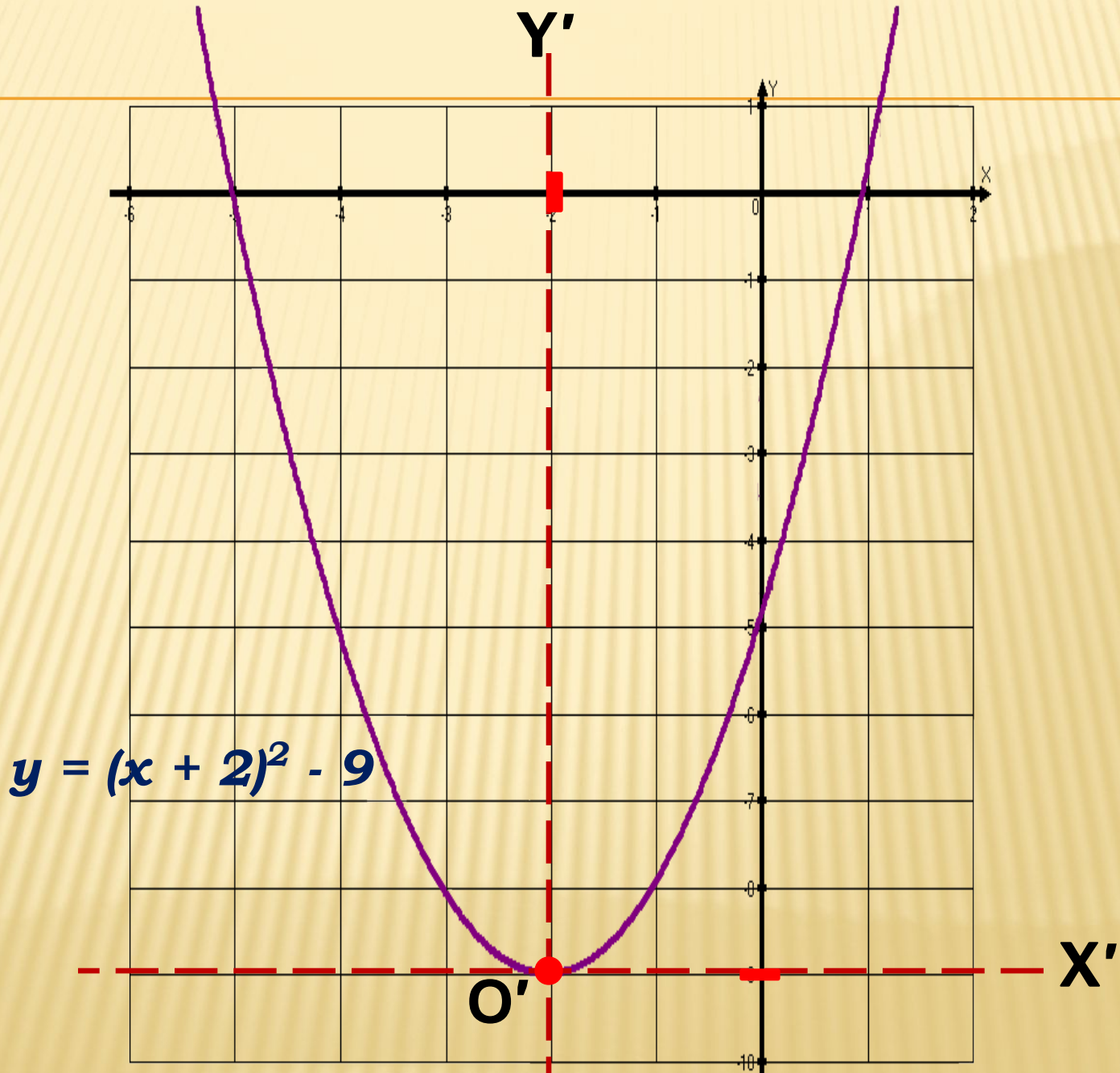
2. Определить характер смещения графика функции $y = (x)^2$: сдвиг вдоль оси абсцисс влево на 2 единицы, вдоль оси ординат – вниз на 9 единиц.

Вывод:

Вершина параболы $y = (x)^2$ имеет координаты: $O'(-2; -9)$.

3. Построить вспомогательную систему координат $X'O'Y'$, где X' - прямая $y = -2$, Y' - прямая $y = -9$, $O'(-2; -9)$.

4. В новой системе координат $X'O'Y'$ построить график функции $y = (x)^2$.



Алгоритм построения графика квадратичной функции путем преобразований.

1. Применить к трехчлену $y(x) = ax^2 + bx + c$ метод выделения полного квадрат двучлена;
2. По формуле $y(x) = a(x - m)^2 + n$ определить характер преобразования графика;
3. Перейти к вспомогательной системе координат $X'O'Y'$, где X' - прямая $y = m$, Y' - прямая $x = n$, $O'(m; n)$;
4. К новой системе координат «привязать» график функции $y(x) = ax^2$.



Пора отдохнуть!

$$y(x) = x^2 - 9$$

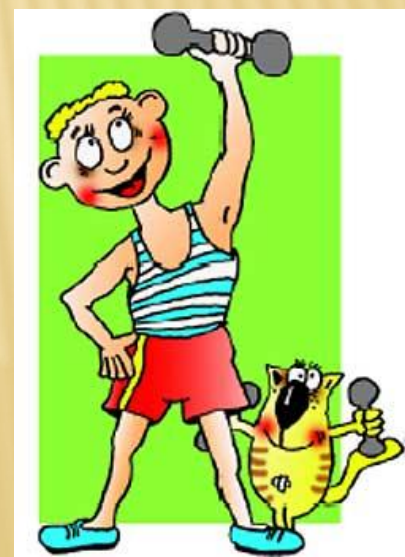
$$y(x) = (x - 3)^2 + 4$$

$$y(x) = 7 + x^2$$

$$y(x) = (-3 + x)^2$$

$$y(x) = 3 + (x - 1)^2$$

$$y(x) = (x + 5)^2$$



Выберите вариант самостоятельной работы соответствующий вашим ощущениям.



А: все понятно,
буду смело применять
3 вариант



В: есть некоторые
сомнения
2 вариант



С: пока еще много
вопросов
1 вариант

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА С РАЗДАТОЧНЫМ МАТЕРИАЛОМ

1 вариант.

1. График, какой функции получится, если параболу

$y = (x)^2$ перенести

- a) на 4 единицы масштаба влево;
- b) на 3 единицы масштаба вверх;
- c) на 2,5 единицы масштаба вправо и на 1 – вниз?

2. Найдите координаты вершины параболы.

- a) $y = (x - 7)^2$
- b) $y = (x)^2 + 11$
- c) $y = (x + 12)^2 - 19$

3. Постройте график функции.

- a) $y = (x + 2)^2 - 4$
- b) $y = x^2 + 6x + 9$

2 вариант.

1. График, какой функции получится, если параболу

$y = (x)^2$ перенести

- a) на 3 единицы масштаба вправо;
- b) на 4 единицы масштаба вниз.
- c) на 2 единицы масштаба влево и на 1,5 – вверх?

2. Найдите координаты вершины параболы.

- a) $y = (x + 7)^2$
- b) $y = (x)^2 - 11$
- c) $y = 3(x - 12)^2 + 19$

3. Постройте график функции.

- a) $y = -(x - 2)^2 + 4$
- b) $y = x^2 - 4x + 1$

3 вариант.

1. График, какой функции получится, если параболу

$y = (x)^2$ перенести

- a) на 2 единицы масштаба вправо;
- b) на 3 единицы масштаба вниз и на 1 – влево;
- c) на 0,5 единицы масштаба вправо и на 2,5 – вверх?

2. Найдите координаты вершины параболы.

- a) $y = (x + 17)^2$
- b) $y = (2x)^2 - 21$
- c) $y = 1/2 (x - 12)^2 + 9$

3. Постройте график функции.

- a) $y = -3(x + 2,5)^2 - 4$
- b) $y = x^2 - 8x + 15$

ЛИСТ САМОКОНТРОЛЯ

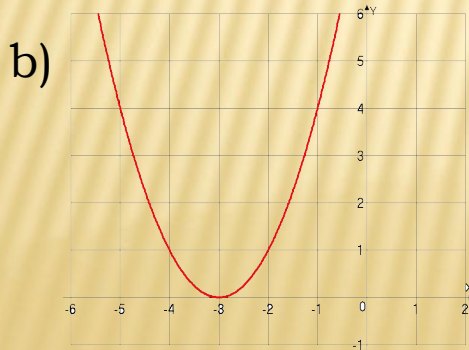
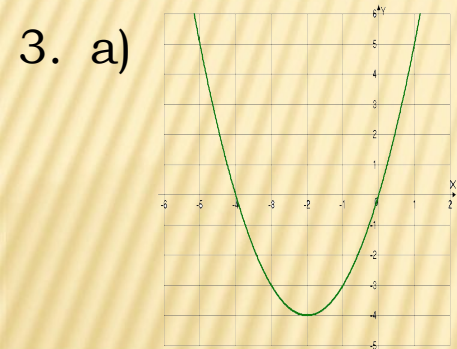
1 ВАРИАНТ.

2 ВАРИАНТ.

3 ВАРИАНТ.

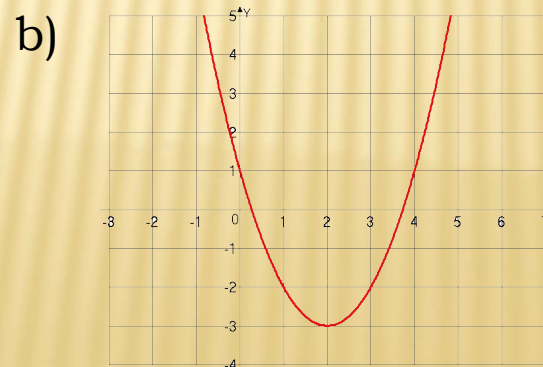
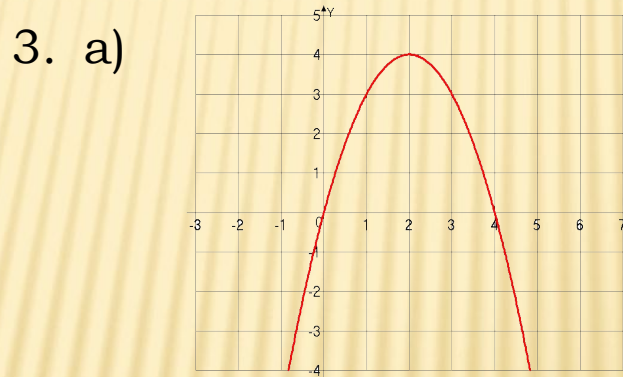
1. a) $y = (x + 4)^2$
b) $y = (x)^2 + 3$
c) $y = (x - 2,5)^2 - 1$

2. a) $O'(7; 0)$
b) $O'(0; 11)$
c) $O'(-12; -19)$



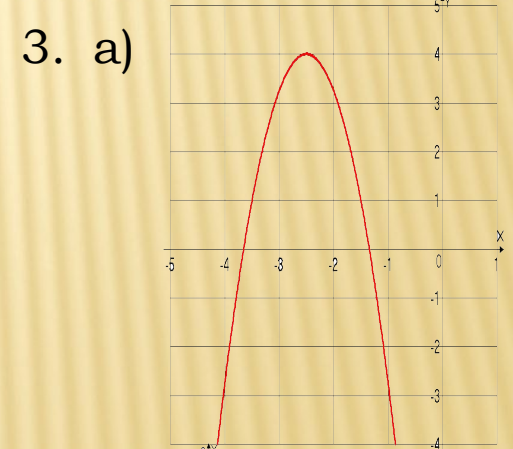
1. a) $y = (x - 3)^2$
b) $y = (x)^2 - 4$
c) $y = (x + 2)^2 + 1,5$

2. a) $O'(-7; 0)$
b) $O'(0; -11)$
c) $O'(12; 19)$



1. a) $y = (x - 2)^2$
b) $y = (x+1)^2 - 3$
c) $y = (x - 0,5)^2 + 2,5$

2. a) $O'(-17; 0)$
b) $O'(0; -21)$
c) $O'(12; 9)$



Итог урока:

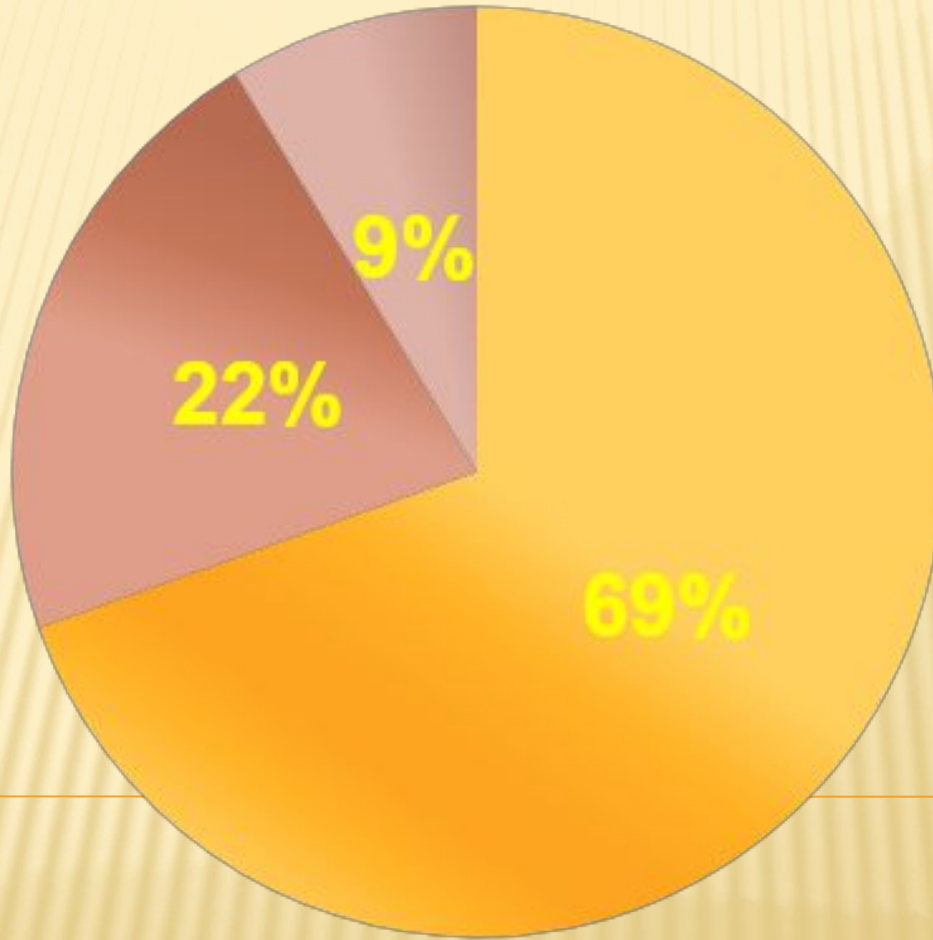
1. Дискуссия на тему: «Преимущества и недостатки изученного метода построения графиков функций».
2. Воспроизведите этапы алгоритма построения графика квадратичной функции методом преобразований.
3. Выберите смайлик соответствующий вашим ощущениям.



A: все понятно,
буду смело применять

B: есть некоторые
сомнения

C: пока еще много
вопросов



Домашнее задание:

1. §10-12. №№ 395 (а), 397 (в), 425 (б), 426 (г), 446 (б), 458 (в).

2. **Задача.** Постройте график функции $y(x) = |x - 3| + 4$ и найти наименьшее значение функции.

