Свойства степени с рациональным показателем.

“Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь”.

М. В. Ломоносов

Задание на дом.

1. п 34, № 437-440 абв

2. Софизм по теме:

- *сформулировать,*
- *придумать док-во*
- *разбор софизма*

1

Вспомним теорию

Арифметическим корнем n – ой степени (n $\in$ N, n $\geq$ 2) из неотрицательного числа а называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна а:

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |\,a\,|, \quad n \in N$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0$$

2

Степень с рациональным показателем.

1) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$

Если $\dfrac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad при \quad a \geq 0.$

2) При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$(ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Вспомним теорию

По горизонтали:

1.Действие, с помощью которого вычисляется значение степени

2. Произведение, состоящее из одинаковых множителей .

3. Действие показателей степеней при возведении степени в степень .

4. Действие степеней, при которых показатели степеней вычитаются .

По вертикали:

5. Число всех одинаковых множителей
6. Степень с нулевым показателем .
7. Повторяющийся множитель .
8. Значение $10^5 : (2^3 \cdot 5^5)$.
9. Показатель степени, который обычно не пишут .

Тренировочные упражнения

1) **Вычислить:** $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{-3}\cdot\sqrt{27}\cdot\sqrt[3]{9}-\dfrac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{-64}}$ **=-26,5**

2) **Найдите значение выражения** $\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}}\cdot\sqrt[5]{6+2\sqrt{17}}$ **= -2**

3) **Упростить выражение** $\dfrac{c\cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^{4}}}$ **= 1**

4) **Найдите значение выражения**

$$\left(\frac{\sqrt{2c}-\sqrt{d}}{\sqrt{2c}+\sqrt{d}}-\frac{\sqrt{2c}+\sqrt{d}}{\sqrt{2c}-\sqrt{d}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{d}{2c}}-\sqrt{\frac{2c}{d}}\right)$$

= 4

5) **Упростить выражение** $125^{\frac{1}{2}}+8^{\frac{1}{3}}\cdot5^{\frac{1}{2}}-5\cdot49^{\frac{1}{2}}$ $=7\sqrt{5}-35$

6) **Упростить выражение**

$$\sqrt{a^{2}+2+2\sqrt{a^{2}+1}}-\sqrt{a^{2}+2-2\sqrt{a^{2}+1}}$$

= 2

Дешифратор

Фамилия немецкого математика, который ввел термин - “показатель степени”.

Л	Т	Н	Р	Ш	О	Ь	И	Е	Ф	К	А	Д	Ю
9\4	9	5	11	-2	4\9	20	5\3	1\3	1	3	8	64	2

1) $-8^{1\backslash 3}$ 2) $81^{1\backslash 2}$ 3) $(3\backslash 5)^{-1}$ 4) $(5\backslash 7)^{0}$ 5) $27^{-1\backslash 3}$ 6) $(2\backslash 3)^{-2}$ 7) $16^{1\backslash 2} * 125^{1\backslash 3}$

Слово: **1) 2) 3) 4) 5) 6) 7)**

-2 9 5/3 1 1/3 9/4 20

Ш Т И Ф Е Л Ь

Михаэль Штифель

Немецкий математик 15-16 века Один из изобретателей логарифмов

Дешифратор

Фамилия французского математика, который ввел современную запись степеней.

Л	Т	Н	Р	Ш	О	Ь	И	Е	Ф	К	А	Д	Ю
9\4	9	5	11	-2	4\9	20	5\3	1\3	1	3	8	64	2

1) $X^{1\backslash 3}=4$ 2) $y^{-1}=3$ 3) $(x+6)^{1\backslash 2}=3$ 4) $y^{1\backslash 3}=2$ 5) $(y-3)^{1\backslash 3}=2$ 6) $a^{1\backslash 2} : a = 1\backslash 3$

Слово: **1) 2) 3) 4) 5) 6)**

64 1/3 3 8 1 9

Д Е К А 1Р Т

РЕНЕ ДЕКАРТ
(17 ВЕК)

ЛАБИРИНТ

Вариант 2

Число ***Задание***

0,02	умножить на $10m^{-2}n^{\frac{1}{3}}$	**-5**	умножить на $0{,}1a^{-3}b^{\frac{1}{2}}$
	умножить на $-0{,}04m^{-4}n^{2\frac{2}{3}}$		умножить на $-0{,}5a^{9}b^{-2{,}5}$
	извлечь корень кубический		извлечь корень квадратный
	возвести в -4 степень		возвести в -3 степень
	разделить на $625m^{k}n^{k-4{,}5}$		разделить на $8a^{m-7{,}5}b^{m}$
	вычислить при k=2, m=2, n=16		вычислить при m=-1; a=4; b=-3

Ответ 1 **Ответ 40,5**

Задания для самостоятельной работы

Вычислить:

1) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

2) $((\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{8})^2-6)((\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2+6)$

3) $\sqrt{8-\sqrt{28}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}$

4) $64^{-\frac{5}{6}}-(0{,}125)^{-\frac{1}{3}}-32\cdot 2^{-4}\cdot 16^{-1\frac{1}{2}}+(3^0)^4\cdot 4$

5) $(\sqrt[3]{100}+2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})$

Упростить:

6) $\dfrac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

7) $\left(\dfrac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\dfrac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}$

Проверка

1) $$5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{5(3\sqrt{3}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}}{2}=15$$

2) $$((\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{8})^2-6)((\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2+6)=$$

$$=(\sqrt{2}+\sqrt{8}+2\sqrt[4]{2\cdot 8}-6)(\sqrt{2}+\sqrt{8}-2\sqrt[4]{2\cdot 8}+6)=$$

$$=(\sqrt{2}+\sqrt{8}-2)(\sqrt{2}+\sqrt{8}+2)=(\sqrt{2}+\sqrt{8})^2-4=$$

$$=2+8+2\sqrt{16}-4=14$$

Проверка

3) $\sqrt{8-\sqrt{28}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}=$

$$=\sqrt{1-2\sqrt{7}+7}-\sqrt{1+2\sqrt{7}+7}=\sqrt{(1-\sqrt{7})^2}-\sqrt{(1+\sqrt{7})^2}=$$

$$=\left|1-\sqrt{7}\right|-\left|1+\sqrt{7}\right|=\sqrt{7}-1-1-\sqrt{7}=-2$$

4) $64^{-\frac{5}{6}}-(0{,}125)^{-\frac{1}{3}}-32\cdot 2^{-4}\cdot 16^{-1\frac{1}{2}}+(3^0)^4\cdot 4=$

$$=(2^6)^{-\frac{5}{6}}-(0{,}5^3)^{-\frac{1}{3}}-2^5\cdot 2^{-4}\cdot (2^4)^{-\frac{3}{2}}+1\cdot 4=$$

$$=2^{-5}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\cdot 2^{-6}+4=2^{-5}-2-2^{-5}+4=2$$

Проверка

5) $$(\sqrt[3]{100}+2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})=$$

По формуле $(a^2+ab+b^2)(a-b)=a^3-b^3$ **следует**

$$=(\sqrt[3]{10})^3-(\sqrt[3]{4})^3=10-4=6$$

6) $$\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$$

$$=b^{1+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}}=b^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{b}$$

Проверка

7) $$\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}=\quad \mathbf{1}$$

1) $$\frac{2\cdot 0{,}5a^{\frac{1}{4}}+(2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2\cdot(2-a)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

2) $$\frac{1\cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}=1$$