

СТРУКТУРНАЯ МЕХАНИКА КОМПОЗИТОВ

I. КОМПОЗИТНЫЙ МОНОСЛОЙ

1. Основные положения и обозначения
2. Моделирование свойств однонаправленного композита при различных видах нагружения
 - i. Продольное растяжение
 - a. Композит, армированный непрерывными волокнами
 - b. Композит, армированный короткими волокнами
 - ii. Трансверсальное растяжение
 - iii. Сдвиг в плоскости волокон
 - iv. Продольное сжатие
 - v. Трансверсальное сжатие
3. Моделирование свойств хаотично армированного композита
4. Моделирование свойств тканевого композита
5. Характеристики упругости композитного монослоя
 - i. Композит, армированный непрерывными волокнами
 - ii. Композит, армированный короткими волокнами
 - iii. Тканевый композит
 - iv. Характеристики однонаправленного композитного монослоя в направлении θ°
 - v. Хаотично армированный композит
6. Связь между напряжениями и деформациями композитного монослоя
 - i. Особенности деформирования композитного монослоя
 - ii. Закон Гука для ортотропного материала в главной системе координат
 - iii. Закон Гука для ортотропного материала в произвольной системе координат

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

1. Основные положения теории слоистых пластин
2. Деформации слоистого композита
3. Силы и моменты, действующие на слоистый композит
4. Матрицы жесткости слоистого композита
5. Деформация и кривизна срединной плоскости
6. Напряжения и деформации в слоях композита

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. Теории прочности однонаправленного композита
 - i. Теория максимальных напряжений
 - ii. Теория максимальных деформаций
 - iii. Теория Аззи-Цая-Хилла
 - iv. Теория Цая-Ву
2. Методы прогнозирования прочности слоистого композита
 - i. Метод последовательного разрушения слоев
 - ii. Метод прогнозирования прочности слоистого композита с учетом накопления микрповреждений (метод Сапожникова)
3. Методы оценки прочности хаотично армированных композитов
 - i. Подход Хана
 - ii. Метод Хальпина-Кардоса

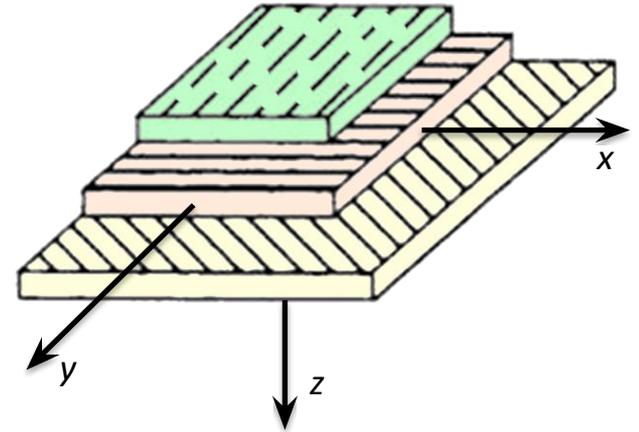
II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН

Назначение теории слоистых пластин – расчет напряжений и деформаций, возникающих в слоях слоистого композита при его нагружении погонными силами и моментами.

Основные обозначения:

- оси x и y определяют срединную поверхность композита
- ось z перпендикулярна плоскости $\{x, y\}$
- N – это число слоев в композите
- h – толщина композита, а t_1, t_2, t_3 и т.д. – это толщины его слоев

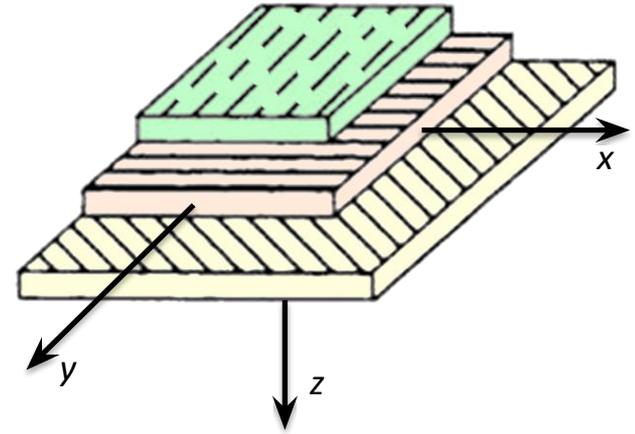


II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН

Основные допущения:

- напряженное состояние в композите плоское (поскольку его ширина значительно превышает толщину)
- связь между слоями идеальна
- распределение деформаций по толщине композита линейно
- на макроуровне слои однородны
- свойства слоев подчиняются закону Гука для ортотропного (в общем случае) или изотропного (в случае хаотично армированного композита) материала



Пошаговая процедура расчета напряжений в слоях:

- расчет матрицы податливости (или жесткости) слоистого композита
- расчет деформаций и кривизн срединной плоскости композита, возникающих под воздействием приложенных к нему сил и моментов
- расчет деформаций в слоях композита

$$\varepsilon_{xx'}, \varepsilon_{yy'} \text{ и } \gamma_{xy'}$$

- расчет напряжений в слоях композита

$$\sigma_{xx'}, \sigma_{yy'}, \tau_{xy'}$$

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

2. ДЕФОРМАЦИИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

Деформации линейно распределены по толщине композита:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 + zk_{xx}$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^0 + zk_{yy}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + zk_{xy}$$

- ε_{xx}^0 и ε_{yy}^0 – это линейные деформации срединной плоскости слоистого композита
- γ_{xy}^0 – угол сдвига срединной плоскости слоистого композита
- k_{xx} и k_{yy} – изгибные кривизны срединной плоскости слоистого композита
- k_{xy} – крутильная кривизна срединной плоскости слоистого композита
- z – расстояние от срединной плоскости композита до срединной плоскости слоя



II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

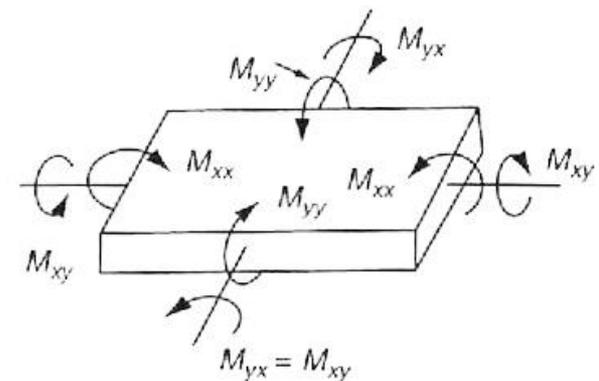
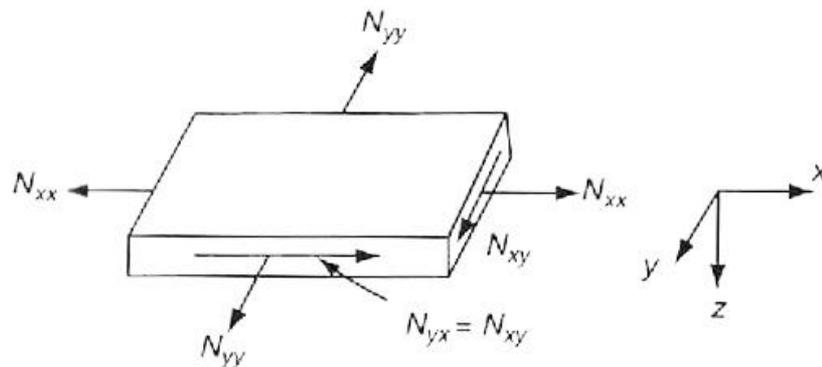
3. СИЛЫ И МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

Силы и моменты, приложенные к композиту, связаны с деформациями и кривизнами его срединной поверхности следующим образом:

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 / 2 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} / 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 / 2 \end{bmatrix} + [D] \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} / 2 \end{bmatrix}$$

- N_{xx} и N_{yy} – это погонные (то есть приходящиеся на единицу ширины композита) нормальные силы в направлениях осей x и y соответственно
- M_{xx} и M_{yy} – погонные изгибающие моменты в плоскостях xz и yz соответственно
- N_{xy} – погонная поперечная сила
- M_{xy} – погонный крутящий момент



II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

Матрица [A]

$$[A] = \sum_{j=1}^N [Q_\theta]_j (h_j - h_{j-1})$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} \end{bmatrix}$$

Элементы A_{16} и A_{26} матрицы [A] отвечают за наличие связи растяжение - сдвиг

Матрица [B]

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [Q_\theta]_j (h_j^2 - h_{j-1}^2)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \end{bmatrix}$$

Матрица [B] отвечает за наличие связей: растяжение – изгиб, растяжение – кручение, сдвиг – кручение

Матрица [D]

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^N [Q_\theta]_j (h_j^3 - h_{j-1}^3)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix}$$

Элементы D_{16} и D_{26} матрицы [D] отвечают за наличие связи изгиб - кручение

- N – число слоев в композите
- $[Q_\theta]_j$ – матрица жесткости j -того слоя

$$[Q_\theta] = [T]^{-1} [Q] [T] \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & 0 \\ \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix}$$

- h_{j-1} – расстояние от срединной плоскости до верхней части j -того слоя
- h_j – расстояние от срединной плоскости до нижней части j -того слоя

СВЯЗЬ РАСТЯЖЕНИЕ - СДВИГ

Если $A_{16} \neq 0$ и $A_{26} \neq 0$, то:

- нормальная сила вызывает не только растяжение, но и сдвиг
- поперечная сила вызывает не только сдвиг, но и растяжение



СВЯЗЬ РАСТЯЖЕНИЕ - ИЗГИБ

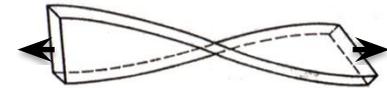
Если $B_{11} \neq 0$, $B_{22} \neq 0$ и $B_{12} \neq 0$, то:

- нормальная сила вызывает не только растяжение, но и изгиб
- изгибающий момент вызывает не только изгиб, но и растяжение

СВЯЗЬ РАСТЯЖЕНИЕ - КРУЧЕНИЕ

Если $B_{16} \neq 0$ и $B_{26} \neq 0$ то:

- нормальная сила вызывает не только растяжение, но и кручение
- крутящий момент вызывает не только кручение, но и растяжение



СВЯЗЬ СДВИГ - КРУЧЕНИЕ

Если $B_{16} \neq 0$ и $B_{26} \neq 0$ то:

- поперечная сила вызывает не только сдвиг, но и кручение
- крутящий момент вызывает не только кручение, но и сдвиг

СВЯЗЬ ИЗГИБ - КРУЧЕНИЕ

Если $D_{16} \neq 0$ и $D_{26} \neq 0$ то:

- изгибающий момент вызывает не только изгиб, но и кручение
- крутящий момент вызывает не только кручение, но и изгиб



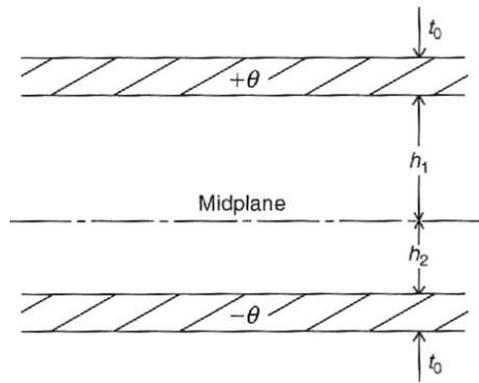
II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

Особые случаи укладки слоев:

Сбалансированная укладка

(каждому слою $+\theta$ выше срединной плоскости соответствует такой же слой $-\theta$ снизу; расстояние до срединной плоскости не имеет значения)



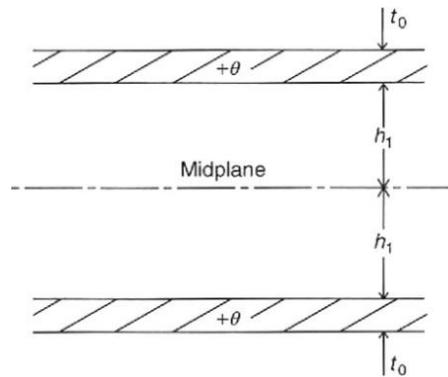
$$A_{16} = A_{26} = 0$$

Нет связи
растяжение – сдвиг



Симметричная укладка

(каждому слою с ориентацией волокон $+\theta$ выше срединной плоскости соответствует такой же слой на таком же расстоянии от срединной плоскости снизу)



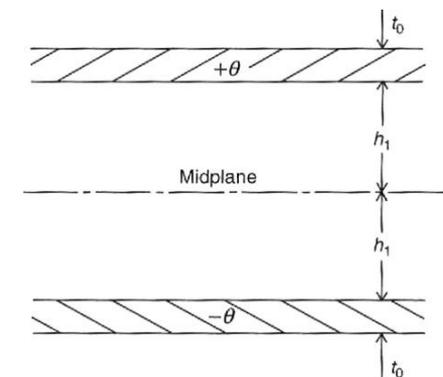
$$[B] = [0]$$

Нет связей: растяжение – изгиб,
растяжение – кручение
и сдвиг – кручение



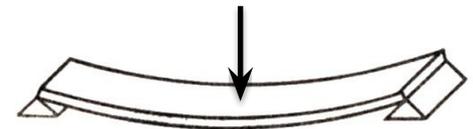
Кососимметричная укладка

(каждому слою $+\theta$ выше срединной плоскости соответствует такой же слой $-\theta$ снизу на том же расстоянии до срединной плоскости)



$$D_{16} = D_{26} = 0$$

Нет связи:
изгиб – кручение



II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

ПРИМЕР.

Определить матрицы $[A]$, $[B]$ и $[D]$ для слоистых композитов со следующими укладками однонаправленных слоев:

а) $[+45/-45]$

Сбалансированная
кососимметричная
укладка

(1) $+45^\circ$
(2) -45°

б) $[+45/-45]_s$

Сбалансированная
симметричная
укладка

(1) $+45^\circ$
(2) -45°
(3) -45°
(4) $+45^\circ$

в) $[+45/0/-45]$

Сбалансированная
кососимметричная
укладка

(1) $+45^\circ$
(2) 0°
(3) -45°

Характеристики слоя:

Толщина слоя	Модули упругости		Модуль сдвига	Коэффициент Пуассона
t , мм	E_{11} , ГПа	E_{22} , ГПа	G_{12} , ГПа	μ_{12}
6	133,44	8,78	3,254	0,26

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

РЕШЕНИЕ.

Второстепенный коэффициент Пуассона: $\mu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \mu_{12} = 0,017$

Матрицы жесткости слоев (индексы «0», «45» и «-45» соответствуют направлениям укладки слоев)

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & 0 \\ \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix} \quad [Q]_{+45} = [T(-45)][Q]_0 [T(45)] \quad [Q]_{-45} = [T(45)][Q]_0 [T(-45)]$$

После подстановки исходных данных в эти выражения и с учетом того, что матрица поворота имеет следующий вид,

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

в итоге получим:

	<u>$\theta = 0$</u>	<u>$\theta = +45$</u>	<u>$\theta = -45$</u>
$[Q]_0$	$= \begin{bmatrix} 134 & 2,29 & 0 \\ 2,29 & 8,819 & 0 \\ 0 & 0 & 6,508 \end{bmatrix}$	$[Q]_{+45} = \begin{bmatrix} 40,1 & 33,6 & 62,6 \\ 33,6 & 40,1 & 62,6 \\ 31,3 & 31,3 & 69,1 \end{bmatrix}$	$[Q]_{-45} = \begin{bmatrix} 40,1 & 33,6 & -62,6 \\ 33,6 & 40,1 & -62,6 \\ -31,3 & -31,3 & 69,1 \end{bmatrix}$

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

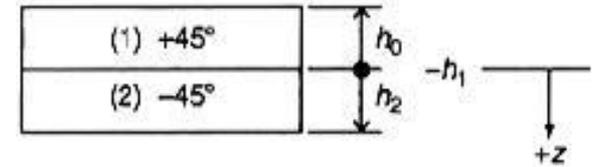
4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

а) Подставим в матрицы $[A]$, $[B]$ и $[D]$:

$$[A] = [Q]_{+45} (h_1 - h_0) + [Q]_{-45} (h_2 - h_1)$$

$$[B] = \frac{1}{2} ([Q]_{+45} (h_1^2 - h_0^2) + [Q]_{-45} (h_2^2 - h_1^2))$$

$$[D] = \frac{1}{3} ([Q]_{+45} (h_1^3 - h_0^3) + [Q]_{-45} (h_2^3 - h_1^3))$$



найденные жесткости слоев $[Q]_{+45}$, $[Q]_{-45}$ и величины

$$h_0 = -0,006 \text{ м}, \quad h_1 = 0 \quad \text{и} \quad h_2 = 0,006 \text{ м}.$$

В итоге получим:

$$[A] = \begin{bmatrix} 481 & 403 & 0 \\ 403 & 481 & 0 \\ 0 & 0 & 830 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{H}{м} \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1,25 \\ 0 & 0 & -1,25 \\ -1,13 & -1,13 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \quad [D] = \begin{bmatrix} 5,78 & 4,84 & 0 \\ 4,84 & 5,78 & 0 \\ 0 & 0 & 9,96 \end{bmatrix} \cdot 10^3$$

У композита со сбалансированной укладкой слоев $A_{16} = A_{26} = 0$ (отсутствие связи растяжение – сдвиг), кроме того здесь $B_{11} = B_{22} = B_{12} = 0$ (отсутствие связи растяжение – изгиб) и $D_{16} = D_{26} = 0$ (отсутствие связи изгиб – кручение) поскольку композит кососимметричен.

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

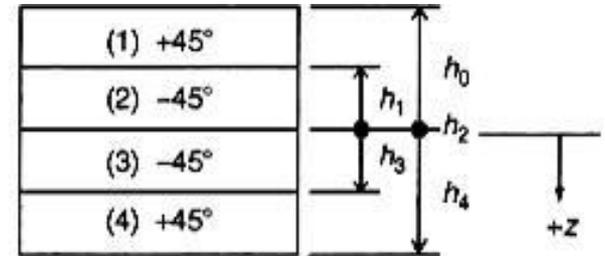
4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

б) Подставим в матрицы $[A]$, $[B]$ и $[D]$:

$$[A] = [Q]_{+45} (h_1 - h_0 + h_4 - h_3) + [Q]_{-45} (h_2 - h_1 + h_3 - h_2)$$

$$[B] = \frac{1}{2} ([Q]_{+45} (h_1^2 - h_0^2 + h_4^2 - h_3^2) + [Q]_{-45} (h_2^2 - h_1^2 + h_3^2 - h_2^2))$$

$$[D] = \frac{1}{3} ([Q]_{+45} (h_1^3 - h_0^3 + h_4^3 - h_3^3) + [Q]_{-45} (h_2^3 - h_1^3 + h_3^3 - h_2^3))$$



найденные жесткости слоев и величины

$$h_0 = -0,012 \text{ м}, \quad h_1 = -0,006 \text{ м}, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0,006 \text{ м} \text{ и} \quad h_4 = 0,012 \text{ м}.$$

В итоге получим:

$$[A] = \begin{bmatrix} 963 & 806 & 0 \\ 806 & 963 & 0 \\ 0 & 0 & 1660 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{H}{м} \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \quad [D] = \begin{bmatrix} 46,2 & 38,7 & 54,0 \\ 38,7 & 46,2 & 54,0 \\ 27,0 & 27,0 & 79,6 \end{bmatrix} \cdot 10^3$$

У симметричного композита со сбалансированной укладкой слоев $A_{16} = A_{26} = 0$ (отсутствие связи растяжение – сдвиг) и $[B] = 0$ (отсутствие связей растяжение – изгиб, растяжение – кручение и сдвиг – кручение).

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

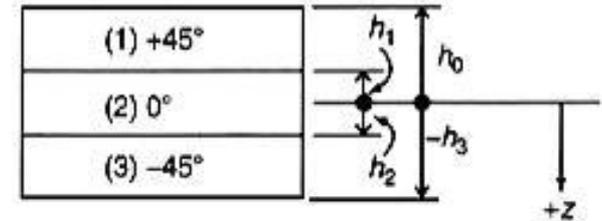
4. МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

в) Подставим в матрицы $[A]$, $[B]$ и $[D]$:

$$[A] = [Q]_{+45} (h_1 - h_0) + [Q]_0 (h_2 - h_1) + [Q]_{-45} (h_3 - h_2)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \left([Q]_{+45} (h_1^2 - h_0^2) + [Q]_0 (h_2^2 - h_1^2) + [Q]_{-45} (h_3^2 - h_2^2) \right)$$

$$[D] = \frac{1}{3} \left([Q]_{+45} (h_1^3 - h_0^3) + [Q]_0 (h_2^3 - h_1^3) + [Q]_{-45} (h_3^3 - h_2^3) \right)$$



найденные жесткости слоев и величины

$$h_0 = -0,09 \text{ м}, \quad h_1 = -0,03 \text{ м}, \quad h_2 = 0,03 \text{ м} \quad \text{и} \quad h_3 = 0,09 \text{ м}.$$

В итоге получим:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1,29 & 0,42 & 0 \\ 0,42 & 0,53 & 0 \\ 0 & 0 & 0,87 \end{bmatrix} \cdot 10^9 \frac{H}{м} \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4,51 \\ 0 & 0 & -4,51 \\ -2,25 & -2,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \quad [D] = \begin{bmatrix} 21,2 & 15,8 & 0 \\ 15,8 & 18,9 & 0 \\ 0 & 0 & 32,5 \end{bmatrix} \cdot 10^3$$

У кососимметричного композита $D_{16} = D_{26} = 0$ (отсутствие связи изгиб – кручение), а поскольку укладка сбалансирована, то $A_{16} = A_{26} = 0$ (отсутствие связи растяжение – сдвиг), кроме того $B_{11} = B_{22} = B_{12} = 0$ (отсутствие связи растяжение – изгиб)

II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

5. ДЕФОРМАЦИЯ И КРИВИЗНА СРЕДИННОЙ ПЛОСКОСТИ

Из выражений:

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 / 2 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} / 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 / 2 \end{bmatrix} + [D] \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} / 2 \end{bmatrix}$$

получаются уравнения для расчета деформаций и кривизн срединной плоскости композита $\{x, y\}$:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 / 2 \end{bmatrix} = [A_1] \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} + [B_1] \begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} / 2 \end{bmatrix} = [C_1] \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} + [D_1] \begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix}$$

где

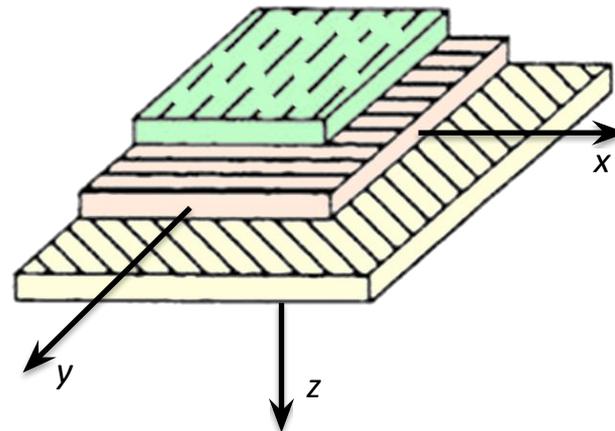
$$[A_1] = [A]^{-1} + [A]^{-1}[B][D^*]^{-1}[B][A]^{-1}$$

$$[B_1] = -[A]^{-1}[B][D^*]^{-1}$$

$$[C_1] = -[D^*]^{-1}[B][A]^{-1} \equiv [B_1]^T$$

$$[D^*] = [D] - [B][A]^{-1}[B]$$

$$[D_1] = [D^*]^{-1}$$



II. СЛОИСТЫЙ КОМПОЗИТ

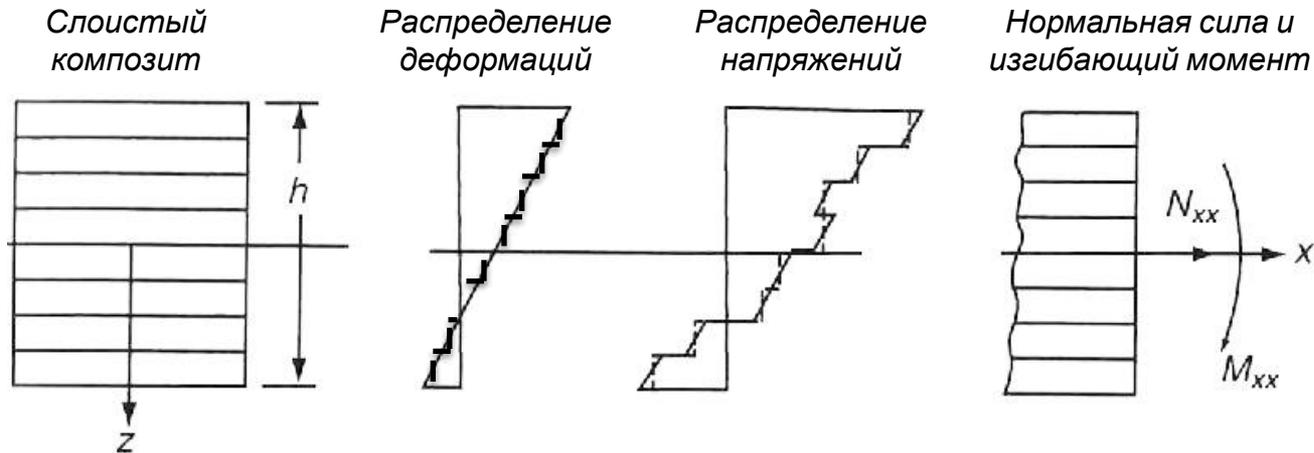
6. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В СЛОЯХ КОМПОЗИТА

Деформации и напряжения в слоях композита вычисляют по найденным деформациям и кривизнам срединной плоскости композита следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0/2 \end{bmatrix} + z_j \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy}/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_j = [Q_\theta]_j \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} = [Q_\theta]_j \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0/2 \end{bmatrix} + z_j [Q_\theta]_j \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy}/2 \end{bmatrix}$$

где z_j – это расстояние от срединной плоскости композита до срединной плоскости j -того слоя



Функция $\varepsilon(z)$ линейна и непрерывна, а функция $\sigma(z)$ кусочно линейна (линейность и непрерывность сохраняется только в пределах слоя). Однако в тонком композите изменения напряжений и деформаций в пределах слоя малы.



Функции $\varepsilon(z)$ и $\sigma(z)$ заменяют кусочно постоянными функциями (постоянными в пределах слоя)

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

Волокнистые композиты, как правило, представляют не только неоднородные, но и анизотропные материалы, поэтому теории прочности и критерии пластичности:

- критерий максимальных касательных напряжений Треска-Сен-Венана;
- критерий октаэдрических касательных напряжений Губера-Мизеса;
- теория прочности Мора;

используемые для традиционных материалов (сталей и сплавов) не используются.

Вместо этого используют специально разработанные для композитов теории и методы оценки прочности:

Теории прочности ортотропного композита

- Теория максимальных напряжений
- Теория максимальных деформаций
- Теория Аззи-Цая-Хилла
- Теория Цая-Бу

Методы прогнозирования прочности слоистого композита

- Метод последовательного разрушения слоев
- Метод прогнозирования прочности слоистого композита с учетом накопления микрповреждений (метод Сапожникова)

Методы оценки прочности хаотично армированного композита

- Подход Хана
- Метод Хальпина-Кардоса

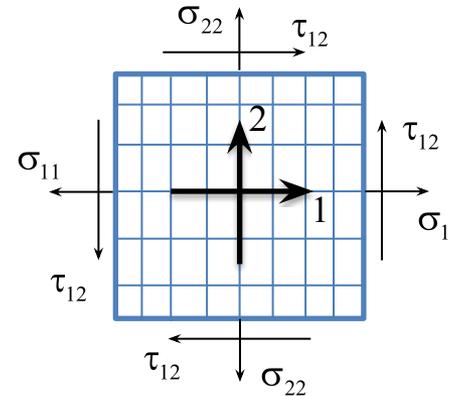
III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

i. Теория максимальных напряжений

Согласно теории максимальных напряжений, ортотропный композит не разрушится, если его «главные» напряжения не превысят соответствующие пределы прочности.

$$\begin{aligned} -\sigma_{1cu} < \sigma_{11} < \sigma_{1tu} \\ -\sigma_{2cu} < \sigma_{22} < \sigma_{2tu} \\ -\tau_{12u} < \tau_{12} < \tau_{12u} \end{aligned}$$



Здесь

ь

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

σ_{1tu} и σ_{2tu} – пределы прочности при растяжении вдоль главных осей ортотропии

σ_{1cu} и σ_{2cu} – пределы прочности при сжатии вдоль главных осей ортотропии

τ_{12u} – предел прочности при сдвиге в плоскости армирования

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

i. Теория максимальных напряжений

В случае растяжения однонаправленного композита вдоль оси x , возникают только напряжения σ_{xx} , а $\sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$.

В главных осях: $\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cos^2 \theta$ $\sigma_{22} = \sigma_{xx} \sin^2 \theta$ $\tau_{12} = -\sigma_{xx} \sin \theta \cos \theta$

Условие прочности:

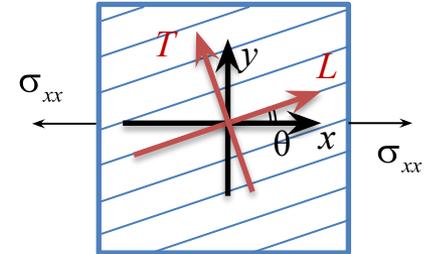
$$\sigma_{xx} < \min \left\{ \frac{\sigma_{Ltu}}{\cos^2 \theta}; \frac{\sigma_{Ttu}}{\sin^2 \theta}; \frac{\tau_{LTu}}{\sin \theta \cos \theta} \right\}$$

Здесь

σ_{Ltu} и σ_{Ttu} – пределы прочности при растяжении вдоль и поперек волокон

σ_{Lcu} и σ_{Tcu} – пределы прочности при сжатии вдоль и поперек волокон

τ_{LTu} – предел прочности при сдвиге в плоскости армирования



Безопасное напряжение σ_{xx} зависит от ориентации волокон:

- при малых углах θ форма разрушения композита соответствует продольному растяжению
- при больших углах θ форма разрушения композита соответствует трансверсальному растяжению
- при средних углах θ реализуется сдвиговая форма разрушения

разрушающее напряжение $\frac{\sigma_{Ltu}}{\cos^2 \theta}$

разрушающее напряжение $\frac{\sigma_{Ttu}}{\sin^2 \theta}$

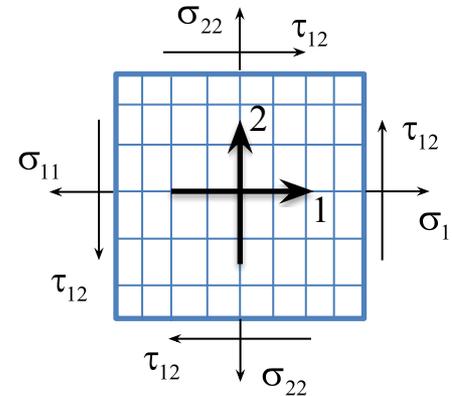
разрушающее напряжение $\frac{\tau_{LTu}}{\sin \theta \cos \theta}$

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА ii. Теория максимальных деформаций

Согласно теории максимальных деформаций, ортотропный композит не разрушится, если его главные деформации не превысят предельных значений деформаций, соответствующих пределам прочности.

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{1cu} < \varepsilon_{11} < \varepsilon_{1tu} \\ -\varepsilon_{2cu} < \varepsilon_{22} < \varepsilon_{2tu} \\ -\gamma_{12u} < \gamma_{12} < \gamma_{12u} \end{aligned}$$



Здес

ь

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

ε_{1tu} и ε_{2tu} – деформации, соответствующие пределам прочности при растяжении вдоль главных осей ортотропии

ε_{1cu} и ε_{2cu} – деформации, соответствующие пределам прочности при сжатии вдоль главных осей ортотропии

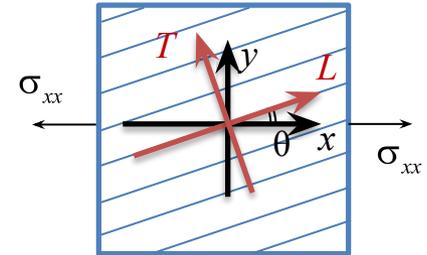
γ_{12u} – угол сдвига, соответствующий пределу прочности при сдвиге в плоскости армирования

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

ii. Теория максимальных деформаций

В случае растяжения однонаправленного композита вдоль оси x , когда возникают только напряжения σ_{xx} , композит не разрушится при следующем условии



$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11} - \mu_{12}\sigma_{22}}{E_1} = \left(\frac{\cos^2 \theta}{E_1} - \frac{\mu_{12} \sin^2 \theta}{E_1} \right) \sigma_{xx} < \varepsilon_{1tu}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{-\mu_{21}\sigma_{11} + \sigma_{22}}{E_2} = \left(-\frac{\mu_{21} \cos^2 \theta}{E_2} + \frac{\sin^2 \theta}{E_2} \right) \sigma_{xx} < \varepsilon_{2tu}$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} = \frac{\sin \theta \cos \theta}{G_{12}} \sigma_{xx} < \gamma_{12u}$$



$$\sigma_{xx} < \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{E_1 \varepsilon_{1tu}}{\cos^2 \theta - \mu_{12} \sin^2 \theta} = \frac{\varepsilon_{1tu}}{S_{11} \cos^2 \theta + S_{12} \sin^2 \theta} \\ \frac{E_2 \varepsilon_{2tu}}{\sin^2 \theta - \mu_{21} \cos^2 \theta} = \frac{\varepsilon_{2tu}}{S_{12} \cos^2 \theta + S_{22} \sin^2 \theta} \\ \frac{G_{12} \gamma_{12u}}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{\gamma_{12u}}{S_{66} \sin \theta \cos \theta} \end{array} \right.$$

ε_{Ltu} и ε_{Ttu} – деформации, соответствующие пределам прочности при растяжении вдоль и поперек волокон

ε_{Lcu} и ε_{Tcu} – деформации, соответствующие пределам прочности при сжатии вдоль и поперек волокон

γ_{LTu} – угол сдвига, соответствующий пределу прочности при сдвиге в плоскости армирования

I. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

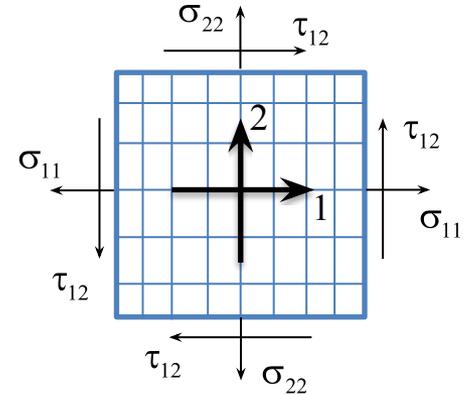
iii. Теория Аззи-Цая-Хилла

Согласно теории Аззи-Цая-Хилла, разрушение ортотропного композита произойдет при выполнении следующего условия:

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{1tu}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{1tu}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{2tu}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12u}^2} = 1$$

Здесь

- σ_{1tu} и σ_{2tu} – пределы прочности при растяжении вдоль главных осей ортотропии, а τ_{12u} – предел прочности при сдвиге в плоскости армирования
- $\sigma_{11} > 0$ и $\sigma_{22} > 0$



В случае, если одно из главных напряжений отрицательно, следует заменить соответствующий предел прочности при растяжении на предел прочности при сжатии:

при $\sigma_{11} > 0$ и $\sigma_{22} < 0$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{1tu}^2} + \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{1tu}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{2cu}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12u}^2} = 1$$

при $\sigma_{11} < 0$ и $\sigma_{22} > 0$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{1cu}^2} + \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{1cu}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{2tu}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12u}^2} = 1$$

при $\sigma_{11} < 0$ и $\sigma_{22} < 0$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{1cu}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{1cu}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{2cu}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12u}^2} = 1$$

Здесь σ_{1cu} и σ_{2cu} – это пределы прочности при сжатии вдоль главных осей

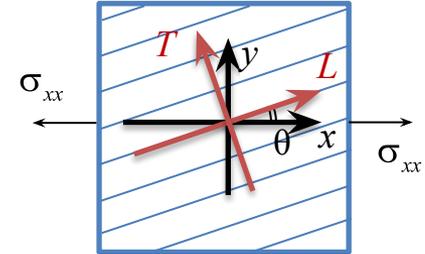
III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

iii. Теория Аззи-Цая-Хилла

В случае растяжения однонаправленного композита вдоль оси x , когда возникают только напряжения σ_{xx} , композит не разрушится при условии

$$\sigma_{xx} < \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^4 \theta}{\sigma_{Ltu}^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sigma_{Ltu}^2} + \frac{\sin^4 \theta}{\sigma_{Ttu}^2} + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\tau_{LTu}^2}}}$$



Здесь

σ_{Ltu} и σ_{Ttu} – пределы прочности при растяжении вдоль и поперек волокон

σ_{Lcu} и σ_{Tcu} – пределы прочности при сжатии вдоль и поперек волокон

τ_{LTu} – предел прочности при сдвиге в плоскости армирования

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

iv. Теория Цая-Ву

Согласно теории Цая-Ву, разрушение ортотропного композита произойдет при выполнении следующего условия

$$F_1\sigma_{11} + F_2\sigma_{22} + F_6\tau_{12} + F_{11}\sigma_{11}^2 + F_{22}\sigma_{22}^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} = 1$$

Здесь величины F_1 , F_2 и т.д. называют коэффициентами прочности и вычисляют следующим образом:

$$F_1 = \frac{1}{\sigma_{1tu}} - \frac{1}{\sigma_{1cu}} \quad F_2 = \frac{1}{\sigma_{2tu}} - \frac{1}{\sigma_{2cu}} \quad F_{11} = \frac{1}{\sigma_{1tu}\sigma_{1cu}} \quad F_{22} = \frac{1}{\sigma_{2tu}\sigma_{2cu}} \quad F_{66} = \frac{1}{\tau_{12u}^2}$$

Величину F_{12} определяют следующими способами:

1. Из испытания на равномерное двухосное растяжение

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma_u^2} \left[1 - \left(\frac{1}{\sigma_{1tu}} - \frac{1}{\sigma_{1cu}} + \frac{1}{\sigma_{2tu}} - \frac{1}{\sigma_{2cu}} \right) \sigma_u - \left(\frac{1}{\sigma_{1tu}\sigma_{1cu}} + \frac{1}{\sigma_{2tu}\sigma_{2cu}} \right) \sigma_u^2 \right]$$

где σ_u – это разрушающее напряжение

2. Путем выбора из рекомендованного диапазона:

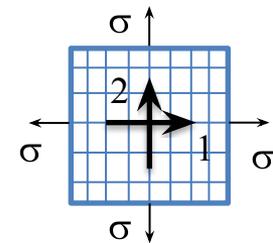
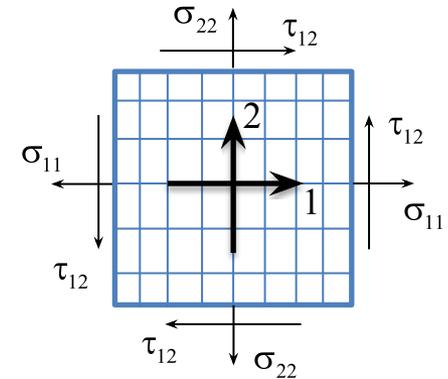
$$-\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \leq F_{12} \leq 0$$

Здесь

σ_{1tu} и σ_{2tu} – пределы прочности при растяжении вдоль главных осей ортотропии

σ_{1cu} и σ_{2cu} – пределы прочности при сжатии вдоль главных осей ортотропии

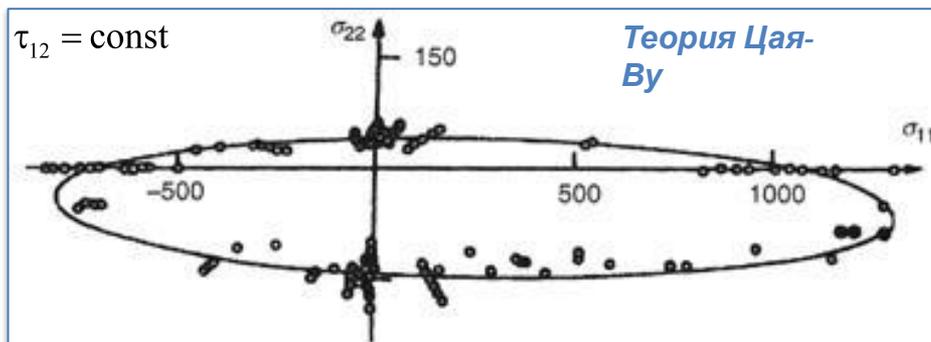
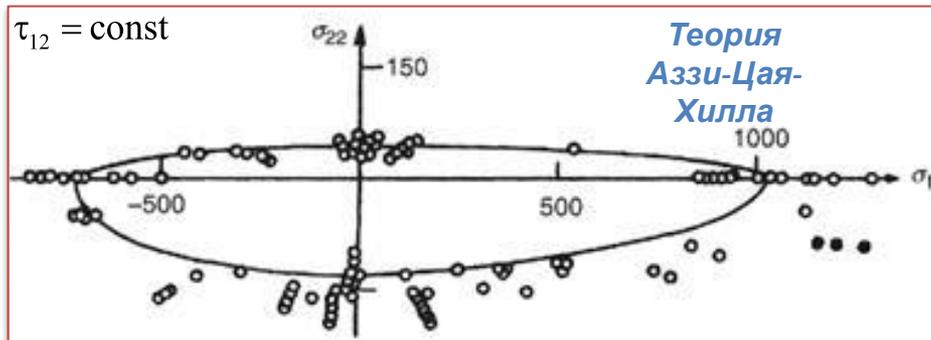
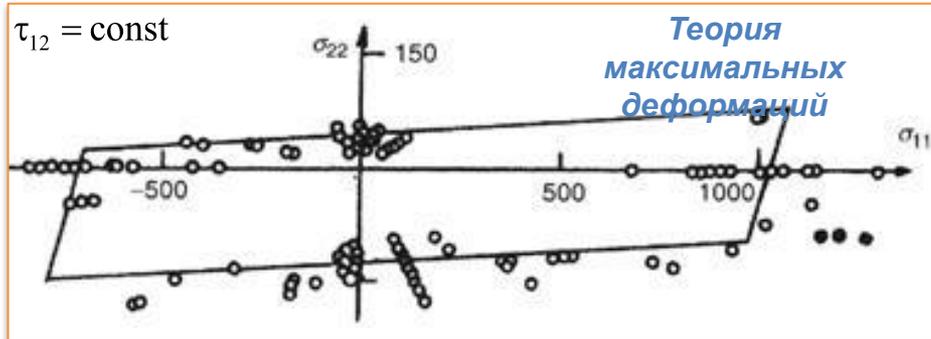
τ_{12u} – предел прочности при сдвиге в плоскости армирования



I. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

1. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА

iv. Теория Цая-Ву



Анализ сравнения 3х теорий прочности:

- теория максимальных деформаций
- теория Аззи-Цая-Хилла
- теория Цая-Ву

на примере серии испытаний эпоксидного углепластика позволяет сделать вывод:

ТЕОРИЯ ЦАЯ-ВУ НАИЛУЧШИМ ОБРАЗОМ ОПИСЫВАЕТ РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

При заданном сдвиговом напряжении τ_{12} поверхность разрушения, описываемая теорией Цая-Ву, в плоскости σ_{11} и σ_{22} представляет собой эллипс, который пересекает:

- ось σ_{11} в точках σ_{1tu} и $(-\sigma_{1cu})$
- ось σ_{22} в точках σ_{2tu} и $(-\sigma_{2cu})$

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

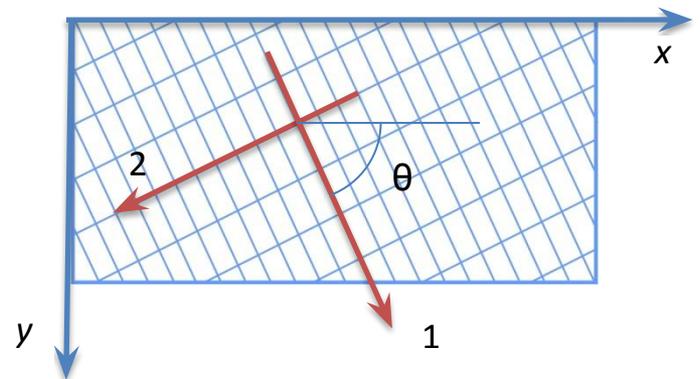
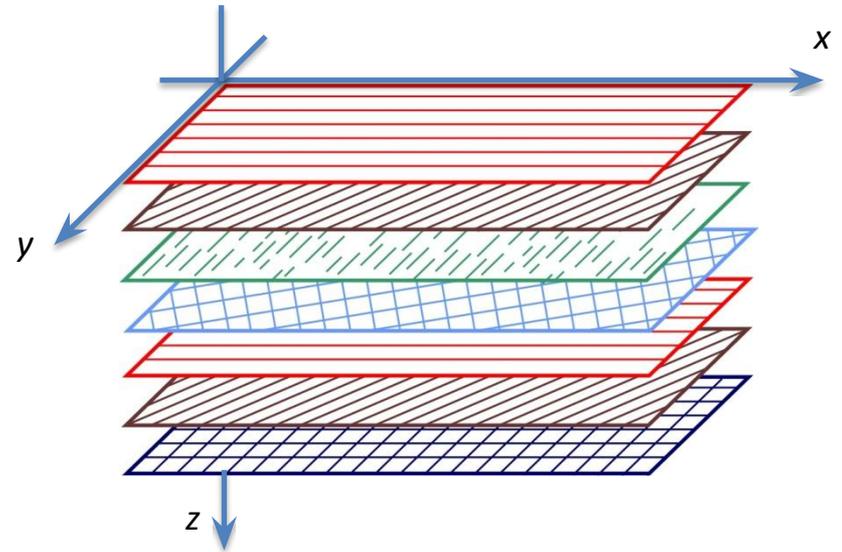
i. Метод последовательного разрушения слоев

Согласно этому методу, прогнозирование предела прочности слоистого композита основано на определении последовательности разрушения его слоев.

Прежде всего определяют слой, который разрушится первым, используя теорию слоистых пластин. При этом определяют жесткость слоистого композита, а также деформации и напряжения его слоев сначала в направлениях нагружения композита, а затем в главных направлениях ортотропии слоев.

После этого к каждому слою применяют какую-либо теорию прочности и делают вывод, какой именно слой разрушится первым.

После разрушения первого слоя его прочность и жесткость падает, при этом весь композит может и не разрушиться – жесткость композита снизится, а деформации и напряжения оставшихся слоев возрастут за счет того, что на них распределится та часть нагрузки, которую раньше нес разрушившийся слой.



III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

i. Метод последовательного разрушения слоев

Методы снижения характеристик жесткости и прочности разрушившегося слоя:

1. Метод полного обнуления

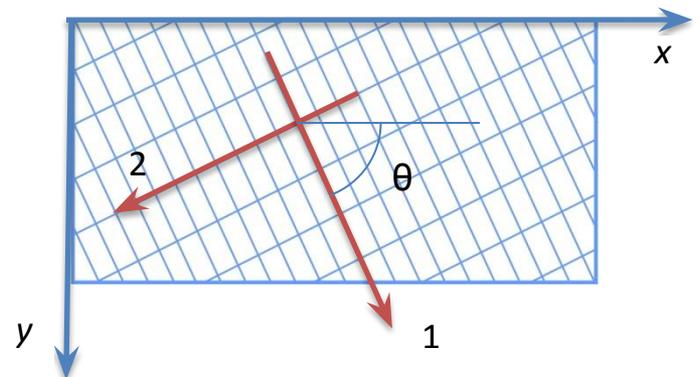
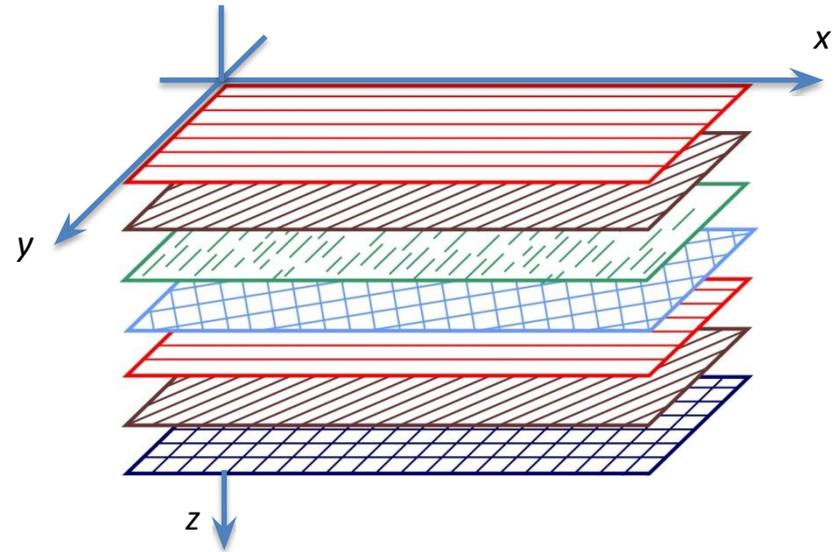
После разрушения какого-либо слоя, его прочность и жесткость обнуляются во всех направлениях.

2. Метод частичного обнуления

Учитывают причину разрушения слоя. Если разрушение слоя обусловлено разрушением матрицы или нарушением связи волокно-матрица на границе раздела, то обнуляются только те характеристики прочности и жесткости, которые определяются свойствами матрицы (например, для однонаправленного слоя это трансверсальные и сдвиговые характеристики). А если разрушение слоя определяется разрушением волокон, то используют метод полного обнуления.

3. Метод остаточных свойств

После разрушения слоя ему присваивают остаточные значения характеристик прочности и жесткости.



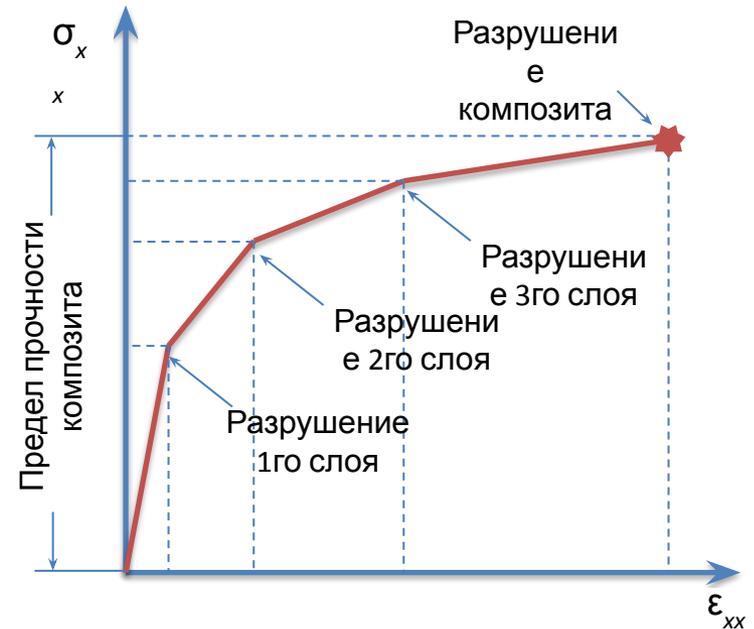
III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

i. Метод последовательного разрушения слоев

Процедура метода последовательного разрушения слоев:

1. Расчет напряжений и деформаций в слоях с использованием теории слоистых пластин
2. Применение какой-либо теории прочности для определения слоя, который разрушится первым
3. Пересчет жесткости композита
4. Пересчет напряжений и деформаций в оставшихся слоях
5. Повторение п.2-п.4 до полного разрушения композита.



III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

ii. Метод прогнозирования прочности слоистого композита с учетом накопления микрповреждений (метод Сапожникова)

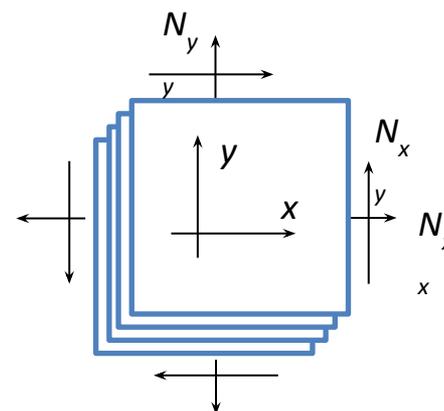
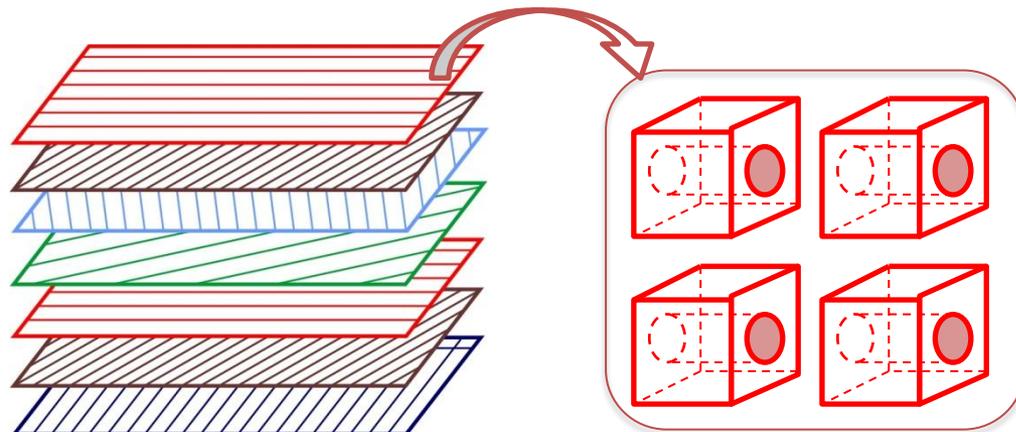
Основные положения:

1. Слоистый композит состоит из идеально склеенных *однонаправленных* слоев, каждый из которых представлен набором параллельно соединенных ячеек, обладающих разбросом прочностных свойств и разрушающихся независимо друг от друга вдоль волокон, поперек волокон или при сдвиге (механизмы 1, 2 и 3 соответственно)

2. Материал разрушается хрупко в результате накопления рассеянных по объему микрповреждений

3. Повреждения по механизмам 1, 2 и 3 считаются независимыми, а разброс характеристик прочности по каждому механизму описывается нормальным законом распределения

4. Напряжение слоистого композита реализуется с помощью погонных сил N_{xx} , N_{yy} и N_{xy} пропорционально одному параметру



III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

2. МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

ii. Метод прогнозирования прочности слоистого композита с учетом накопления микрповреждений (метод Сапожникова)

Основные положения :

5. Рост микрповреждений в слоях композита сопровождается снижением жесткости, что учитывается путем введения в расчет секущих модулей j -того слоя :

$$E_1^c = E_1(1 - W_1) \quad E_2^c = E_2(1 - W_2) \quad G_{12}^c = G_{12}(1 - W_3) \quad \mu_{12}^c = \mu_{12}(1 - W_1) \quad \mu_{21}^c = \mu_{21}(1 - W_2)$$

которые используются для записи матрицы $[A]^c$ секущих модулей, определяющей связь между напряжениями и деформациями:

$$[\sigma] = [A]^c [\varepsilon] \quad [A]^c = \sum_{j=1}^N [Q_\theta]_j^c t_j$$

Здесь N – число слоев, а t_j – это толщина j -того слоя

$$[Q_\theta]_j^c = [T]^{-1} [Q]_j^c [T] \quad [Q]_j^c = \begin{bmatrix} \frac{E_1^c}{1 - \mu_{12}^c \mu_{21}^c} & \frac{\mu_{12} E_2^c}{1 - \mu_{12}^c \mu_{21}^c} & 0 \\ \frac{\mu_{12} E_2^c}{1 - \mu_{12}^c \mu_{21}^c} & \frac{E_2^c}{1 - \mu_{12}^c \mu_{21}^c} & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12}^c \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

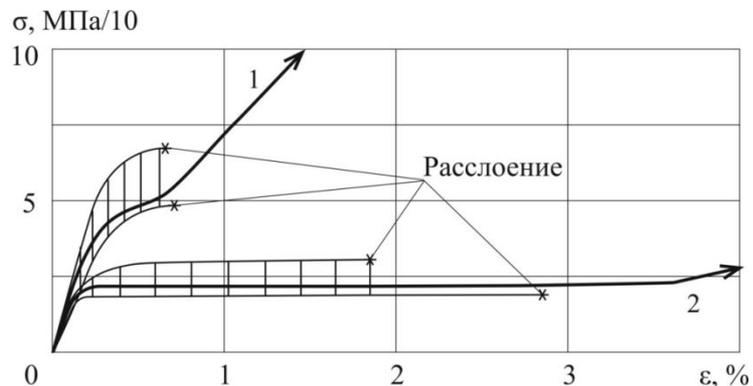
Здесь $[Q]_j^c$ и $[Q_\theta]_j^c$ – это редуцированные матрицы жесткости j -того слоя соответственно в главных осях ортотропии слоя и в осях нагружения композита, а θ – это угол укладки волокон j -того слоя

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

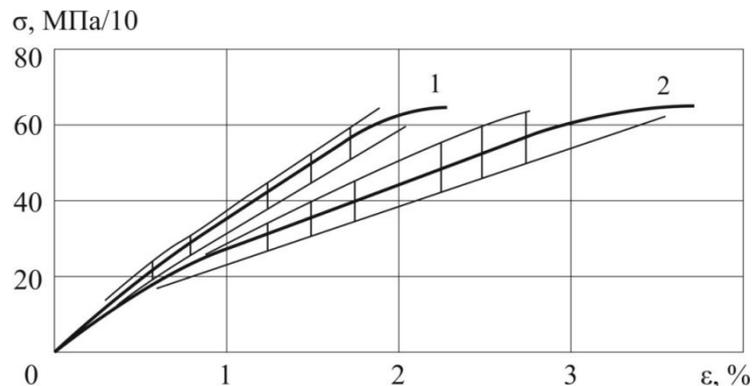
2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

ii. Метод прогнозирования прочности слоистого композита с учетом накопления микрповреждений (метод Сапожникова)

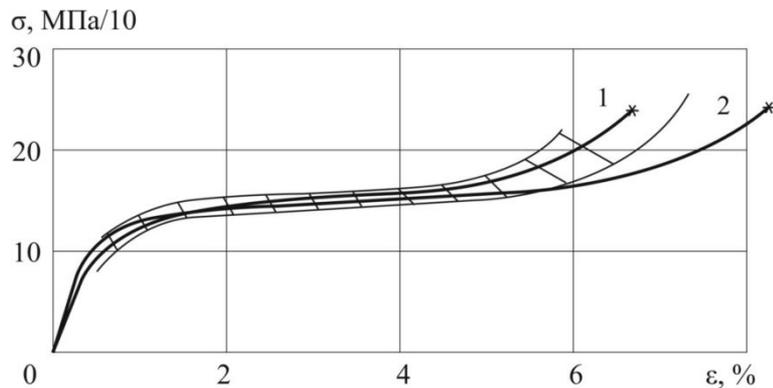
Результаты расчетов:



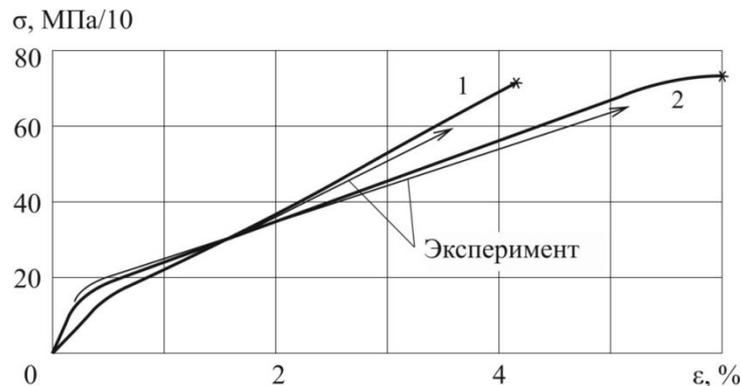
Углепластик, растяжение вдоль $[90]$
1 – $[0/\pm 35]_{2S}$, 2 – $[0/\pm 15]_{2S}$



Углепластик $[\pm 30]_{4S}$, растяжение вдоль $[0]$
1 – деформация ϵ_{xx} , 2 – деформация ϵ_{yy}



Углепластик: $[\pm 45]_{4S}$, растяжение вдоль $[0]$
1 – деформация ϵ_{xx} , 2 – деформация ϵ_{yy}

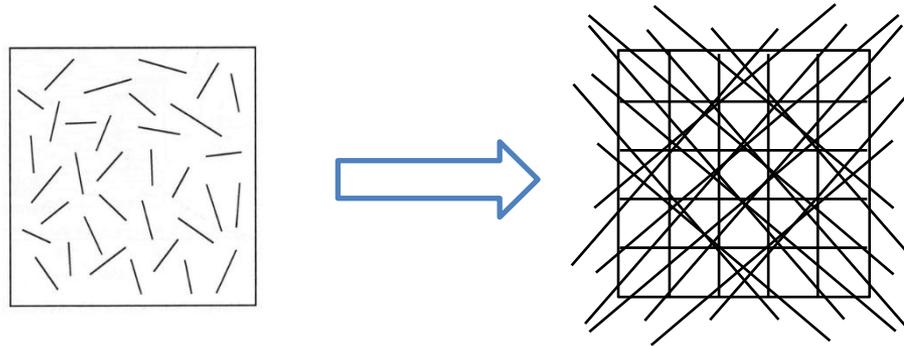


Стеклопластик $[\pm 30]_S$, растяжение вдоль $[0]$
1 – деформация ϵ_{xx} , 2 – деформация ϵ_{yy}

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ ХАОТИЧНО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

i. Подход Хана



Хан предложил заменить 2D хаотично армированный композит композитом, содержащим непрерывные волокна, равномерно распределенные по всем направлениям плоскости армирования. Предел прочности σ_u при этом вычисляется по правилу смесей:

$$\sigma_u = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sigma_{\theta tu} d\theta$$

где $\sigma_{\theta tu}$ – это предел прочности однонаправленного композита при растяжении под углом θ к направлению волокон. С использованием теории максимальных напряжений Ханом было получено окончательное выражение для оценки предела прочности хаотично армированного композита:

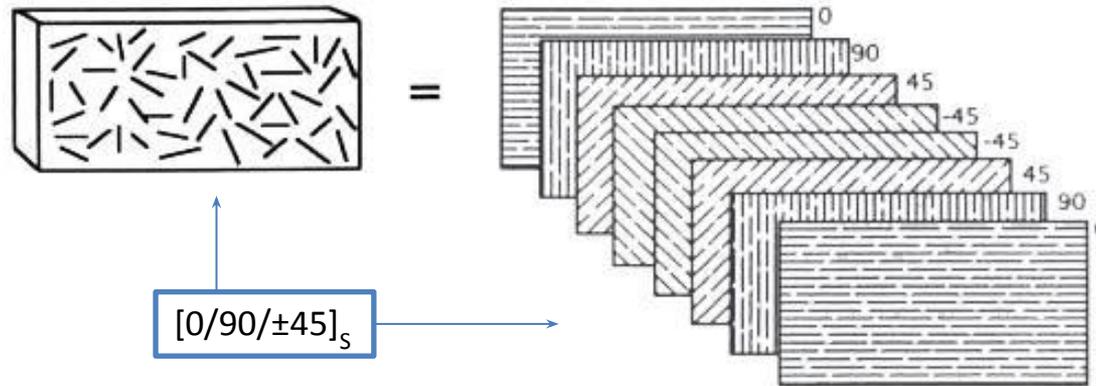
$$\sigma_u = \frac{4}{\pi} \sqrt{\sigma_{Ltu} \sigma_{Ttu}}$$

Это выражение подходит для оценки предела прочности композита, армированного как длинными, так и короткими волокнами.

Здесь σ_{Ltu} и σ_{Ttu} – это пределы прочности при растяжении вдоль и поперек волокон однонаправленного композита с тем же содержанием волокон, что и хаотично армированный.

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ ХАОТИЧНО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ ii. Метод Хальпина-Кардоса



Хальпин и Кардос предложили моделировать 2D хаотично армированный композит как квазиизотропный с укладкой $[0/90/\pm 45]_s$, где каждый слой – это однонаправленный композит, армированный короткими волокнами той же длины и с той же объемной долей, что и у исходного.

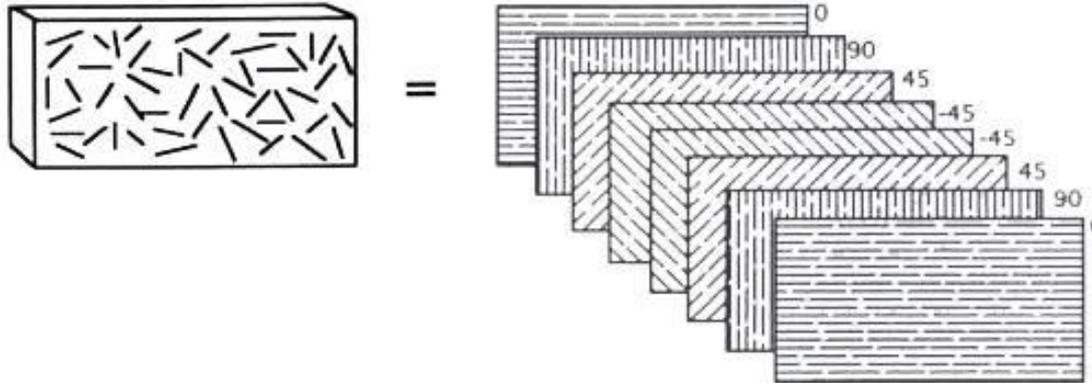
Хальпин и Кардос предложили использовать :

- *метод последовательного разрушения слоев* для оценки прочности хаотично армированного материала
- *теорию слоистых пластин* для расчета характеристик упругости, а также напряжений и деформаций в слоях
- *теорию максимальных деформаций* для оценки прочности каждого слоя

III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ

3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ ХАОТИЧНО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

ii. Метод Хальпина-Кардоса



Для использования *теории максимальных деформаций* требуется знание продольной и трансверсальной деформаций разрушения при растяжении однонаправленного композита, армированного *короткими волокнами*. Хальпин и Кардос предложили следующие эмпирические выражения для их расчета:

$$\varepsilon_{Ltu} = \varepsilon_{Ltu}^* \left[(E_f / E_m)^{-0.87} + 0,5 \right] \quad \text{- при длине волокон более критической}$$

$$\varepsilon_{Ttu} = \varepsilon_{Ttu}^* \left[1 - 1,21 v_f^{2/3} \right]$$

- ε_{Ltu} и ε_{Ttu} — продольная и трансверсальная деформации разрушения при растяжении однонаправленного композита, армированного *короткими волокнами*
- ε_{Ltu}^* и ε_{Ttu}^* — продольная и трансверсальная деформации разрушения при растяжении однонаправленного композита, армированного *непрерывными волокнами*