


ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

9 класс


Последовательности составляют
такие элементы природы,
которые можно пронумеровать!




Дни
недели



Дома
на улице



Список
учащихся



Названия
месяцев



Номер
счёта
в банке

Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки

1; 4; 7; 10; 13;
...

В порядке возрастания
положительные
нечетные
числа

10; 19; 37; 73;
145; ...

В порядке убывания
правильные дроби
с числителем,
равным 1

6; 8; 16; 18; 36;
...

В порядке
возрастания
положительные
числа,
кратные 5

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

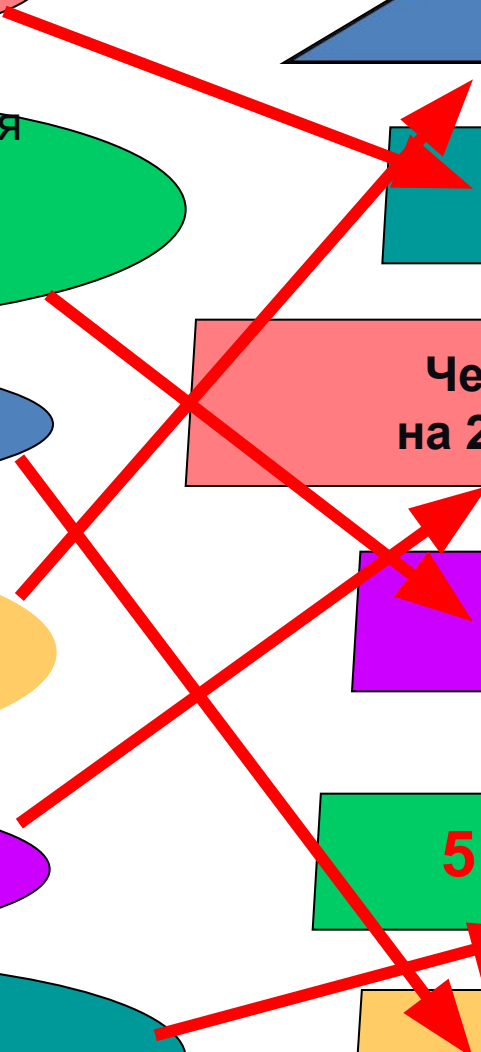
Увеличение
на 3

Чередовать увеличение
на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; ...

5; 10; 15; 20; 25; ...

Увеличение в 2 раза
и уменьшение на 1



Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots a_n$$

1, 2, 3, 4, ..., n - порядковый номер члена последовательности.

(a_n) - последовательность, a_n - n-ый член
последовательности

a_{n-1} - предыдущий член последовательности

a_{n+1} - последующий член последовательности

Понятие числовой последовательности возникло и развилось задолго до создания учения о функции. Вот примеры бесконечных числовых последовательностей, известных еще в древности:

1, 2, 3, 4, 5, ... - последовательность натуральных чисел;

2, 4, 6, 8, 10, ... - последовательность четных чисел;

1, 3, 5, 7, 9, ... - последовательность нечетных чисел;

1, 4, 9, 16, 25, ... - последовательность квадратов натуральных чисел;

2, 3, 5, 7, 11, ... - последовательность простых чисел;

$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$ - последовательность чисел, обратных натуральным.

Способы задания последовательностей

АНАЛИТИЧЕСКИЙ

С помощью формулы n -ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$$X_n = 3n + 2$$

$$X_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

$$X_{45} = 3 \cdot 45 + 2 = 137$$

СЛОВЕСНЫЙ

С помощью описания

Например: Записать последовательность, все члены которой с нечётными номерами равны -10, а с чётными номерами равны 10.

-10; 10; -10; 10; -10; 10; ...

РЕКУРЕНТНЫЙ

от слова recursio - возвращаться

$$x_1 = 1; \quad x_{n+1} = (n+1)x_n$$
$$n = 1; 2; 3; \dots$$

$$x_2 = (1+1)x_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x_3 = (2+1)x_2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$x_4 = (3+1)x_3 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$x_5 = (4+1)x_4 = 5 \cdot 24 = 120$$

$$x_6 = (5+1)x_5 = 6 \cdot 120 = 720$$

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n^4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; ...

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n + 4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

5; 6; 7; 8; 9; ...

Последовательность задана формулой:

$$a_n = 2^n - 5$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

- 3 ; -1 ; 3 ; 11 ; 27 ; ...

Последовательность задана формулой:

$$a_n = 3^n - 1$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

2; 8; 26; 80; 242; ...

Дано: (a_n)

$$a_n = (-1)^n n^2$$

Найти: a_4 , a_6 , a_9

Решение:

$$a_4 = (-1)^4 \cdot 4^2 = 1 \cdot 16 = 16$$

$$a_6 = (-1)^6 \cdot 6^2 = 1 \cdot 36 = 36$$

$$a_9 = (-1)^9 \cdot 9^2 = -1 \cdot 81 = -81$$

Дано: (a_n)

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 1$$

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

Найти: a_3 , a_4 , a_5 , a_6

Решение:

$$a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$$

$$a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$$

$$a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$$

$$a_n ; a_{n+1} ; a_{n+2}$$

Работа с учебником

№ 560,

№ 562.

При выполнении первых заданий внимание следует уделить правильной записи членов последовательности, чтобы не забывали указывать индексы.

№ 563,

№ 564 (а, в).

При решении этих упражнений следует еще раз обратить внимание учащихся, что индексы – это натуральные числа и порядковые номера членов последовательности. Возможно устное выполнение этого задания.

ЛЕОНАРДО Пизанский (Фибоначчи)



Рекуррентное задание последовательности может быть и более сложным. Например, равенства: $x_1=1$; $x_2=1$; $x_{n+2}=x_{n+1} + x_n$

Члены этой последовательности называются числами Фибоначчи – по имени средневекового итальянского ученого Леонардо Фибоначчи (1180 – 1240) из г. Пизы. Последовательность Фибоначчи рассмотрена им в 1202 году в книге «Liber abacci». Эти числа встречаются в математике и природе довольно часто: треугольник Паскаля, количество веток на дереве или приплод от пары кроликов за определенный период времени, семена в подсолнечнике.

7. Домашнее задание:

№ 561, № 564 (б, г), № 565 (б, г, е), № 572 (а).

8. Подведение итогов урока

Итак, мы разобрали понятие последовательности и способы ее задания.

Приведите примеры числовой последовательности: конечной и бесконечной.

Какие способы задания последовательности вы знаете.

Какая формула называется рекуррентной?