Решение уравнений и систем уравнений C_1

1.Решить уравнение:

ОДЗ:

$\sin x < 0$

$$\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$$

$$6\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$$

$x \in R$

Пусть $\cos x = t, \quad |t| \le 1$

Тогда:

$$6t^2 - t - 2 = 0$$

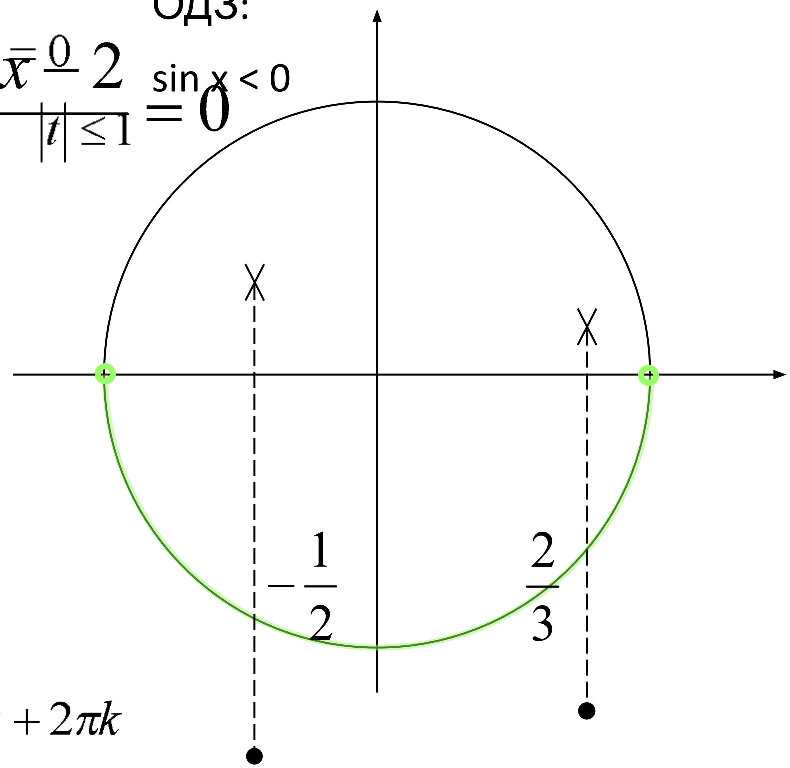
$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{12}$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{12}$$

$$t_1 = \frac{2}{3}$$

$$\pi + 2\pi k < x < 2\pi + 2\pi k$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}$$



Откуда:

$\cos x = \frac{2}{3}$ *или* $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = -\arccos\frac{2}{3} + 2\pi k; \quad k \in Z$$

$$x = \pm\arccos\frac{2}{3} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \quad k \in Z$$

2.Найдите все корни уравнения $\sin 2x = \cos x,$ **принадлежащие промежутку** $\left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$

$$\sin 2x = \cos x;$$

$$\cos x \cdot (2\sin x - 1) = 0;$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \sin x = \frac{1}{2}; \end{array}\right.$$

$$1)\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in Z.$$

Если n=0,то

$$x = \frac{\pi}{2}, \ \frac{\pi}{2} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=1,то

$$x = \frac{3\pi}{2}, \ \frac{3\pi}{2} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=-1,то

$$x = -\frac{\pi}{2}, \ -\frac{\pi}{2} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=-2,то

$$x = -\frac{3\pi}{2}, \ -\frac{3\pi}{2} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$2)\ \sin x = \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \qquad \text{или} \qquad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

Если n=-1, то

$$x = -\frac{11\pi}{6},\ -\frac{11\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = -\frac{7\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=0, то

$$x = \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{6} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = \frac{5\pi}{6},\ \frac{5\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=1, то

$$x = \frac{13\pi}{6},\ \frac{13\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = \frac{17\pi}{6},\ \frac{17\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$\text{Ответ}: -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}.$$

3. Решить уравнение:

333

$$\mathbf{3 + \cos 2x + 3\sqrt{2}\cos x = 0}$$

Решение:

$$3 + \cos^2 x - \sin^2 x + 3\sqrt{2}\cos x = 0$$

$$3 + \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + 3\sqrt{2}\cos x = 0$$

$$2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\cos x + 2 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$2t^2 + 3\sqrt{2}\,t + 2 = 0$$

$$t_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2},\ t_2 = -\sqrt{2}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2},\ x_1 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ x_2 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$\cos x = -\sqrt{2}$ – не имеет решения, т.к. $-1 \le \cos x \le 1$

Ответ: $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z.$

4. Решить уравнение:

sin 2x = cosx

Решение:

$2 \sin x \cos x = \cos x$

$2 \sin x \cos x - \cos x = 0$

$\cos x \cdot (2 \sin x - 1) = 0$

$\cos x = 0$ и $2 \sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$

$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, k, n \in Z$