Уравнения, приводимые к квадратным

$$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$$

Например:

$$a\sin^2 x + b\cos x + c = 0$$

$$a\left(1-\cos^2 x\right) + b\cos x + c = 0$$

$$a\cos 2x + b\cos x + c = 0$$

$$a\left(2\cos^2 x - 1\right) + b\cos x + c = 0$$

$$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$$

Например:

$$a\cos^2 x + b\sin x + c = 0$$

$$a(1-\sin^2 x) + b\sin x + c = 0$$

$$a\cos 2x + b\sin x + c = 0$$

$$a(1-2\sin^2 x) + b\sin x + c = 0$$

$$a\,\mathrm{tg}^2 x + b\,\mathrm{tg}\,x + c = 0$$

Например:

$$a\,\mathrm{tg}\,x + b\,\mathrm{ctg}\,x + c = 0 \qquad \cdot\,\mathrm{tg}\,x \neq 0$$

$$a\,\mathrm{tg}^2 x + b + c\,\mathrm{tg}\,x = 0$$

Пример

$$2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$$

Решение:

$$2(1-\sin^2 x) + 5\sin x - 4 = 0$$

$$2 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0$$

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Замена: $\sin x = t$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$t_1 = 2 \qquad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = 2$$

Не имеет решений

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \qquad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \epsilon Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \qquad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \epsilon Z$

Решение:

$$at^2 + bt + c = 0$$

$\sin x = t$	$\cos x = t$	$\mathrm{tg}\, x = t$
$\lvert t \rvert \le 1$, т.к.	$\lvert t \rvert \le 1$, т.к.	$t \in R$, т.к.
$E(\sin) = [-1;1]$	$E(\cos) = [-1;1]$	$E(\mathrm{tg}) = R$

Однородные уравнения

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_n \cos^n x = 0$$

Сумма показателей степеней при **sin x** *и* **cos x**

у всех слагаемых такого уравнения равна ***n***.

Разделим на $\cos^n x$. ***Получим:***

$$a_0 tg^n x + a_1 tg^{n-1} x + \dots + a_n = 0$$

первой степени

$$a\sin x + b\cos x = 0 \qquad \Big| :\cos x$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{a}{b}$$

$$x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{b}\right) + \pi k,\ k \in Z$$

второй степени

$$a\sin^2x+b\sin x\cos x+c\cos^2x=0\ \Big|:\cos^2x$$

$$a\,\mathrm{tg}^2x+b\,\mathrm{tg}\,x$$

$$a\sin^2x+b\sin 2x+c\cos^2x=0$$

$$a\sin^2x+b\,2\sin x\cos x+c\cos^2x=0$$

$$a\sin^2x+b\sin x\cos x+c\cdot 1=0$$

$$a\sin^2x+b\sin x\cos x+c\left(\sin^2x+\cos^2x\right)=0$$

$$a\sin x+b\cos x+c=0$$

$$a\,2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+b\left(\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}\right)+c\left(\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}\right)=0$$