

Сызранский медико-гуманитарный колледж

УМК ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА для 1 курса

Общие методы решения тригонометрических уравнений

**Разработала:
преподаватель математики
Н.Л. Косырева**

■ **Цель урока.**

- - Систематизировать и расширить знания, умения учащихся, связанных с применением методов решения тригонометрических уравнений.

■ **Задачи.**

- - Повторить и закрепить полученные знания о тригонометрической функции и ее свойствах;
- - Научиться классифицировать и решать тригонометрические уравнения различными методами

Повторение теоретического материала.

- Функция называется четной, если

$$f(x) = f(-x),$$

где x и $-x$ принадлежат области определения функции

- Функция называется нечетной, если

$$-f(x) = f(-x),$$

где x и $-x$ принадлежат области определения функции

$\sin x$	
$\cos x$	
$\operatorname{tg} x$	
$\operatorname{ctg} x$	

■ **Значения тригонометрических функций
для различных углов поворота.**

1 вариант

$$\sin (-\pi/3)$$

$$\cos 2\pi/3$$

$$\operatorname{tg} \pi/6$$

$$\operatorname{ctg} \pi/4$$

$$\cos (-\pi/6)$$

$$\sin 3\pi/4$$

2 вариант

$$\cos (-\pi/4)$$

$$\sin \pi/3$$

$$\operatorname{ctg} \pi/6$$

$$\operatorname{tg} \pi/4$$

$$\sin (-\pi/6)$$

$$\cos 5\pi/6$$

Определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

1 вариант

$$\arcsin \sqrt{2}/2$$

$$\arccos 1$$

$$\arcsin (-1/2)$$

$$\arccos (-\sqrt{3}/2)$$

$$\operatorname{arctg} \sqrt{3}$$

1 вариант

$$\arccos \sqrt{2}/2$$

$$\arcsin 1$$

$$\arccos (-1/2)$$

$$\arcsin (-\sqrt{3}/2)$$

$$\operatorname{arctg} \sqrt{3}/3$$

Решение простейших тригонометрических уравнений вида

$$\sin x = a, \quad \cos x = a, \quad \operatorname{tg} x = a.$$

$\sin x = a$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$

Методы решения тригонометрических уравнений

- - **уравнения приводимые к линейным или квадратным уравнениям;**
- - **однородные тригонометрические уравнения 1, 2 степени;**
- - **метод разложения на множители.**

уравнения приводимые к линейным или квадратным уравнениям.

Уравнения вида $A \sin^2 x + B \sin x + C = 0$ и $A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$, решается методом замены переменной.

- Решить уравнение $\sin^2 x + 5 \sin x - 6 = 0$:

- Решение

- - вводим замену $\sin x = z$,

- - решаем квадратное уравнение

$$z^2 + 5z - 6 = 0,$$

- - находим $z_1 = 1$; $z_2 = -6$,

- - решением уравнения $\sin x = 1$ являются числа вида $x = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$,

- - уравнение $\sin x = -6$ не имеет решения, так как -6 не принадлежит $E(\sin x)$, т.е. -6 не принадлежит $[-1; 1]$.

- Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

□ Решим уравнение вида $A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$:
 $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0$.

Решение

- вводим замену $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$,
- получаем : $2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x - 3 = 0$,
- выполняем преобразования :
 - $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$, $| (-1$
 $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$;
- вводим замену $\cos x = t$
- решаем квадратное уравнение $2t^2 - 3t + 1 = 0$,
- находим $t_1 = 1$; $t_2 = 0,5$
- решением уравнения $\cos x = 1$ являются числа вида $x = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$,
- решением уравнение $\cos x = 0,5$ являются числа вида $x = \pm \arccos 0,5 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $x = 2\pi n$, $x = \pm \arccos 0,5 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

Самостоятельное решение уравнений с последующей проверкой.

	Вариант 1	Вариант 2
на «3»	$2\cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$	$3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$
на «4»	$\cos 2x + \cos x = 0$	$\cos 2x + \sin x = 0$
на «5»	$\sqrt{2} \sin (x/2) + 1 = \cos x$	$\sqrt{2} \cos(x/2) + 1 = \cos x$

ОТВЕТЫ

1 вариант

2 вариант

Однородные тригонометрические уравнения.

- Однородное тригонометрическое уравнение первой степени: $A \sin x + B \cos x = 0$,
- метод решения: разделить обе части уравнения на $\cos x \neq 0$, получим и решим простейшее тригонометрическое уравнение вида $\operatorname{tg} x = a$.

Решите уравнение $2 \sin x + 3 \cos x = 0$.

Решение: $2 \sin x + 3 \cos x = 0 \mid : \cos x \neq 0$,

$$2 \operatorname{tg} x + 3 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = -1,5.$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} (-1,5) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$ или

$$x = -\operatorname{arctg} 1,5 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Однородное тригонометрическое уравнение второго порядка:

$$**A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x = 0**$$

Метод решения: разделить обе части уравнения на $\cos x \neq 0$,

получим и решим уравнение вида

$A \operatorname{tg}^2 x + B \operatorname{tg} x + C = 0$ — это уравнение приводимое к квадратным.

- Решите уравнение
- $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0.$
- Решение: $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0,$
- - разделим обе части уравнения на $\cos x \neq 0$
- $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0 \quad | : \cos x \neq 0,$
- $2 \tan^2 x - 3 \tan x - 5 = 0,$
- - вводим замену $\tan x = t$
- - решаем квадратного уравнения $2t^2 - 3t - 5 = 0$
- - находим: $t_1 = -1; t_2 = 2,5,$
- - решением уравнения $\tan x = -1$ являются числа вида $x = -\pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$
- - решением уравнения $\tan x = 2,5$ являются числа вида $x = \arctg 2,5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
- Ответ: $x = -\pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = \arctg 2,5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Самостоятельное решение уравнений с последующей проверкой.

	1 вариант	2 вариант
1	$3 \sin x + 5 \cos x = 0$	$2 \cos x + 3 \sin x = 0$
2	$5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$	$6 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$
3	$3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$	$2 \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$
4	$5 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$	$4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 1$
5	$2 \sin x - 5 \cos x = 3$	$2 \sin x - 3 \cos x = 4$
6	$1 - 4 \sin 2x + 6 \cos^2 x = 0$	$2 \sin^2 x - 2 \sin 2x + 1 = 0$

ОТВЕТЫ

1 вариант

2 вариант

1

2

3

4

5

6

Метод разложения на множители.

- Под разложением на множители понимается представление данного выражения в виде произведения нескольких множителей.
- Если в одной части уравнения стоит несколько множителей, а в другой – 0, то каждый множитель приравнивается к нулю.
- Таким образом, данный множитель можно представить в виде совокупности более простых уравнений.

Решите уравнение: $2 \sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$

Решение:

-сгруппируем первый член с третьим, применив формулу косинуса двойного угла, получим

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

- уравнение примет вид: $(2\sin^3 x - \sin x) - (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0,$

- вынесем из выражения, стоящего в первой скобке $\sin x$, применив основное тригонометрическое тождество получим $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$

- уравнение примет вид: $\sin x (2\sin^2 x - 1) - (1 - 2\sin^2 x) = 0,$

$$\sin x (2\sin^2 x - 1) + (2\sin^2 x - 1) = 0,$$

$$(2\sin^2 x - 1) \cdot (\sin x + 1) = 0.$$

$$2\sin^2 x - 1 = 0 \text{ или } \sin x + 1 = 0$$

$$\sin^2 x = 1/2, \quad \sin x = -1$$

$$\sin x = \pm 1/\sqrt{2}$$

Ответ: $x_1 = \pm \pi/4 + n, n \in \mathbb{Z}, x_2 = -\pi/2 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

- ❖ **Что нового вы узнали на уроке?**
- ❖ **С какими трудностями встретились при решении уравнений?**
- ❖ **Какие темы необходимо повторить для успешного решения тригонометрических уравнений?**
- ❖ **Можете ли вы пересказать материал урока однокурснику, пропустившему урок?**

Домашнее задание.

А. Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа»

- ❖ **Повторить формулы решения простейших тригонометрических уравнений.**
- ❖ **Повторить основные приемы решения тригонометрических уравнений.**
- ❖ **Повторить решение простейших тригонометрических неравенств.**
- ❖ **Выполнить упражнения № 163-165 .**

Учебно-методическое обеспечение урока.

А. Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа»

Ш. А. Алимов «Алгебра и начала анализа»

А.Г. Мордкович «Алгебра и начала анализа».

А.Г. Мордкович «Сборник задач по алгебре и началам анализа».

<http://pedsovet.su> - шаблон презентации

<http://ege-ok.ru/2012/01/24/reshenie-pokazatelnyih-uravneniy-zadanie-v5/>

<http://rudocs.exdat.com/docs/index-17520.html#788178>

<http://www.alleng.ru/edu/math1.htm>

<http://www.uchportal.ru/load/25-1-0-23602>

http://karmanform.ucoz.ru/load/primenenie_informacionnykh_tekhnologij_na_urokakh_matematiki_v_1011_kh_klassakh/3-1-0-683