



Задачи на смеси и сплавы

✦ ✦ *Задачи на смеси часто включают в экзаменационные варианты выпускных классов и многие учащиеся испытывают сложности при их решении.*

Задачи на смеси имеют практическую направленность:

пьём чай, создаём в чашке нужную нам концентрацию сахара и воды;



сушим ягоды, фрукты: понимаем, что чем дольше их сушим, тем меньше в них остаётся воды, при этом масса сухого вещества не меняется.

✦ ✦ Говоря о смесях, растворах и сплавах будем употреблять термин «*смесь*» независимо от её вида: твёрдая, жидкая, сыпучая, газообразная. Смесь состоит из основного вещества и примеси. Что такое основное вещество в каждой задаче определяется отдельно.

Долей (α) основного вещества в смеси называется отношение массы основного вещества (m) в смеси к общей массе смеси (M):

$$\alpha = \frac{m}{M} \cdot 100\%$$

Эта величина выражается либо в долях единиц, либо в процентах.

Задача 1:

Сколько нужно взять 10%-го и 30%-го раствора марганцовки (перманганата калия), чтобы получить 200 г 16%-го раствора марганцовки?

1 способ (можно решать с 5-го класса).

Решение: Пусть масса первого раствора – x г.
Заполним таблицу по условию задачи:

	α	M (г)	m (г)
1-й раствор	10%, или 0,1	x	$0,1x$
2-й раствор	30%, или 0,3	$200 - x$	$0,3(200 - x)$
3-й раствор	16%, или 0,16	200	$0,16 \cdot 200$

Составим и решим уравнение:

$$0,1x + 0,3(200 - x) = 0,16 \cdot 200,$$

$$0,2x = 28, \text{ откуда } x = 140.$$

Итак, 10% раствора надо взять 140 г, а 30% $200 - 140 = 60$ (г). Ответ. 140 г 10% и 60 г 30% раствора.

2 способ (можно решать с 7-го класса).

Решение: Пусть масса первого раствора – x г,
а масса второго раствора – y г.

Заполним таблицу по условию задачи:

	α	M (г)	m (г)
1-й раствор	10%, или 0,1	x	$0,1x$
2-й раствор	30%, или 0,3	y	$0,3y$
3-й	16%, или 0,16	200	$0,16 \cdot 200$

Составим и решим систему уравнений:

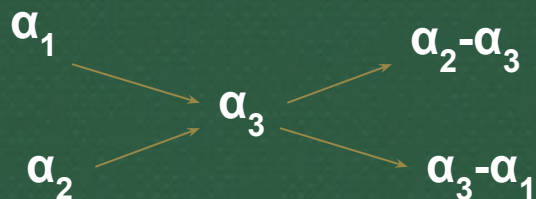
$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0,1x + 0,3y = 32; \end{cases}$$

решим систему способом подстановки

$$\begin{cases} x = 200 - y, \\ 0,1(200 - y) + 0,3y = 32; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 140, \\ y = 60. \end{cases}$$

Ответ: 140 г 10% и 60 г 30% раствора.

В старших классах можно показать правило «креста».
Смешали два раствора: первый раствор масса m_1 г и концентрацией α_1 и второй - массой m_2 г и концентрацией α_2 , получили третий раствор массой (m_1+m_2) г и концентрацией α_3 ($\alpha_1 < \alpha_3 < \alpha_2$). Получаем равенство $\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 = \alpha_3 (m_1 + m_2)$;



3 способ (можно решать с 9-го класса).

Решим задачу по правилу «креста». Составим схему:



В левой колонке записаны процентные содержания марганцовки в имеющихся растворах.

Посередине – процентное содержание марганцовки в полученной смеси. В правой – разности

процентных содержаний имеющихся

растворов и полученной смеси (вычитаем). Исходя из схемы, делаем вывод: в 200 г смеси содержится 14 частей 10% -го раствора и 6 частей 30% раствора. Найдем их массы:

$200 \cdot \frac{14}{14+6} = 140$ (г) и $200 \cdot \frac{6}{14+6} = 60$ (г).

Итак, ответ: 140 г 10% и 60 г 30% раствора.

Задача 2.

Имеется склянка 20%-го раствора кислоты и склянка 40%-го раствора кислоты.

- а) Смешали 200 г раствора кислоты из первой склянки и 300 г из второй. Определите массу кислоты и её долю в полученном растворе.
- б) Из первой склянки взяли 300 г раствора кислоты. Сколько граммов раствора кислоты надо долить из второй склянки, чтобы получить 32% -й раствор кислоты?
- в) Верно ли, что если из второй склянки берут на 50% больше раствора кислоты, чем из первой, то полученная смесь является 32%-ым раствором кислоты?

а) Смешали 200 г раствора кислоты из первой склянки и 300 г из второй. Определите массу кислоты и её долю в полученном растворе.

Решение. Заполним таблицу по условию задачи:

	α	M (г)	m (г)
1-й раствор	20%, или 0,2	200	$0,2 \cdot 200$
2-й раствор	40%, или 0,4	300	$0,4 \cdot 300$
смесь	?	200+300	?

Масса кислоты в смеси: $0,2 \cdot 200 + 0,4 \cdot 300 = 40 + 120 = 160$ (г).

Процентное содержание кислоты в смеси рассчитаем по формуле

$$\alpha = \frac{m}{M} \cdot 100\%; \quad \alpha = \frac{160}{500} \cdot 100\% = 0,32 \cdot 100\% = 32\%$$

Ответ: масса кислоты 160г и её доля в растворе 32%.

б) Из первой склянки взяли 300 г раствора кислоты. Сколько граммов раствора кислоты надо долить из второй склянки, чтобы получить 32% -й раствор кислоты?

Пусть из второй склянки взяли x г раствора кислоты.

Заполним таблицу по условию задачи.

	α	M (г)	m (г)
1-й раствор	20%, или 0,2	$0,2 \cdot 300$	300
2-й раствор	40%, или 0,4	$0,4x$	x
смесь	32%, или 0,32	$60+0,4x$	$300 + x$

Составим и решим уравнение: $60+0,4x=0,32(300+x)$

$$0,08x=36, \quad x=450$$

Ответ: получится 450 г кислоты.

в) *Верно ли, что если из второй склянки берут на 50% больше раствора кислоты, чем из первой, то полученная смесь является 32%-ым раствором кислоты?*

Решение: Пусть из первой склянки взяли x г раствора кислоты.

Заполним таблицу по условию задачи.

	α	M (г)	m (г)
1-й раствор	20%, или 0,2	x	$0,2x$
2-й раствор	40%, или 0,4	$1,5x$	$0,4 \cdot 1,5x$
смесь	32%, или 0,32	$x + 1,5x$	$0,32 \cdot 2,5x$

Рассчитаем содержание кислоты в смеси по формуле:

$$\alpha = \frac{m}{M} \cdot 100\%; \quad \alpha = \frac{0,32 \cdot 2,5x}{2,5x} \cdot 100\% = 0,32 \cdot 100\% = 32\%$$

Ответ: верно.



ЗАДАЧИ НА ПОНИЖЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ.

Концентрация раствора - это часть, которую составляет масса растворённого вещества от массы всего раствора.

Задача 1. Сироп содержит 18% сахара. Сколько килограмм воды нужно добавить к 40 кг сиропа, чтобы содержание сахара составило 15%?



Решение. Пусть надо добавить x кг воды. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	M (г)	m (г)
было	18%, или 0,18	40	$0,18 \cdot 40$
стало	15%, или 0,15	$40 + x$	$0,15(40 + x)$

Так как масса сахара не изменилась, то составим и решим уравнение:

$$0,15(40 + x) = 7,2; \quad 0,15x = 1,2, \text{ откуда } x = 8.$$

Ответ: надо добавить 8 кг воды.

Задача 2. В 5%-й раствор соли добавили 55 г соли и получили 10%-й раствор. Сколько грамм 5% - го раствора было?

Решение. Пусть было x г 5% -го раствора. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	M (г)	m (г)
было	5%, или 0,05	x	$0,05x$
стало	10%, или 0,1	$x+55$	$0,1(x+55)$

Составим и решим уравнение: $0,05x + 55 = 0,1(x+55)$

$0,05x = 49,5$; откуда $x = 990$


Ответ: раствора было 990 г.



ЗАДАЧИ НА

«ВЫСУШИВАНИЕ».

При сушке грибов, яблок мы понимаем, что чем дольше их сушить, тем меньше в них остается воды, при этом масса сухого вещества не меняется.



Задача 1. Собрали 8 кг свежих цветков ромашки, влажность которых 85%. После того как цветки высушили, их влажность составила 20%. Чему равна масса цветков ромашки после сушки?

Решение. Заполним таблицу по условию задачи.

		Содержание, в %	
	Масса, в кг	ВОДЫ	сухого вещества
Свежие цветы	8	85	100 – 85
Высушенные	?	20	100 – 20

1) $0,15 * 8 = 1,2$ кг – масса сухого вещества в 8 кг;

2) 1,2 кг сухого вещества – это 80% массы высушенных цветов, значит, масса высушенных цветов равна $1,2 : 0,8 = 1,5$ (кг).

Ответ: масса цветков после сушки равна 1,5 кг.

Задача 2. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 12% воды. На сколько килограммов увеличится масса одной добытой тонны угля после того, как она две недели пролежит на воздухе?

(Эта задача обратная предыдущей, здесь влажность угля увеличивается за счёт поглощения влаги из воздуха).

Решение. Заполним таблицу по условию задачи:

		Содержание, в %	
	Масса, в т	воды	сухого вещества
было	1	2	98
стало	?	12	100 – 12

- 1) $1000 \cdot 0,98 = 980$ (кг) – сухого вещества в добытом угле;
- 2) 980 кг – это 88%, $980 : 0,88 \approx 1114$ (кг) – масса угля после двух недель пребывания на воздухе;

3) $1114 - 1000 = 114$ (кг) - увеличение массы одной добытой тонны угля.

Ответ: масса угля увеличиться на 114 кг.

Задача 3. Трава при высухании теряет около 28% своей массы. Сколько было накошено травы, если из неё было получено 1,44 т сена?

Решение: Заполним таблицу по условию задачи:

	Масса, в т	Содержание, в
трава	x	100%
сено	1,44	100 – 28

Зависимость прямо пропорциональная. Составим и решим пропорцию

$$\frac{x}{1,44} = \frac{100}{72}, \text{ откуда } x = \frac{1,44 \cdot 100}{72} = 2.$$

Итак, было накошено 2 т травы.

Ответ: 2 тонны.