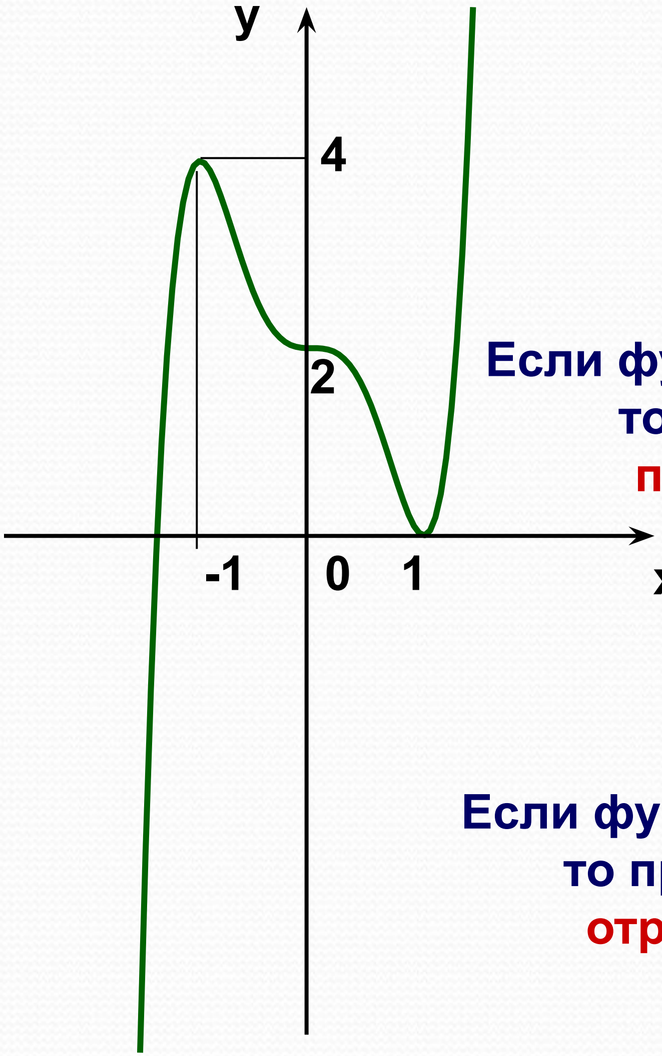
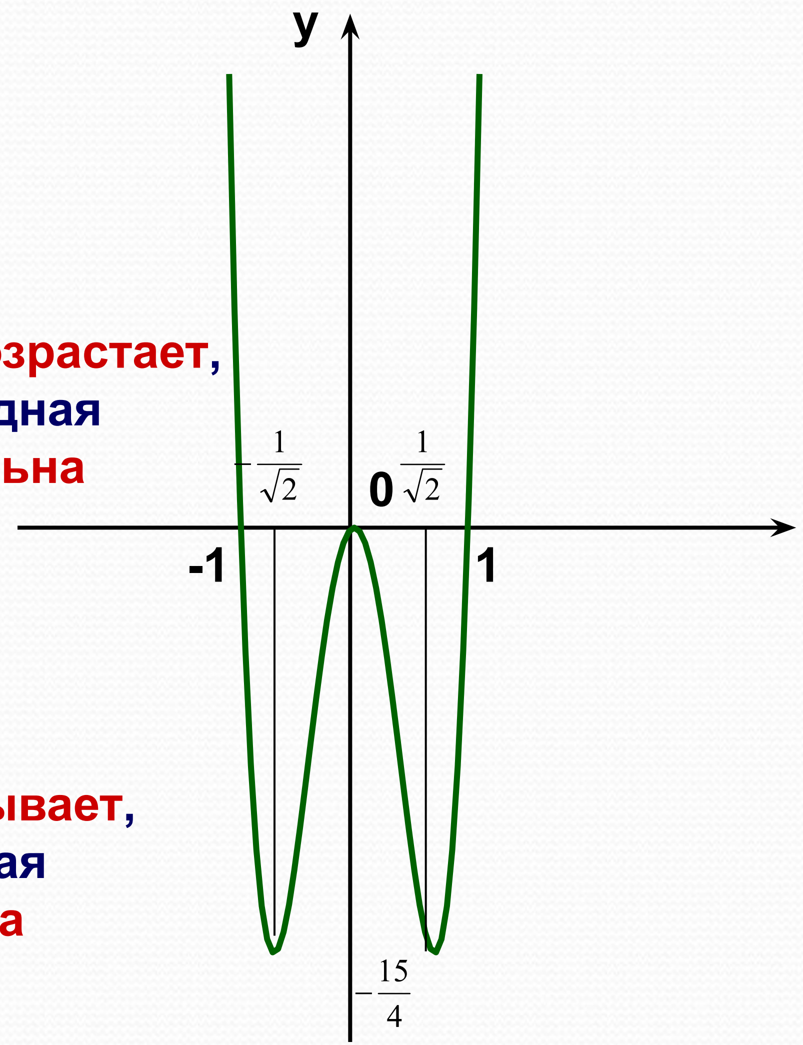
Применение производной к исследованию функций

$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$

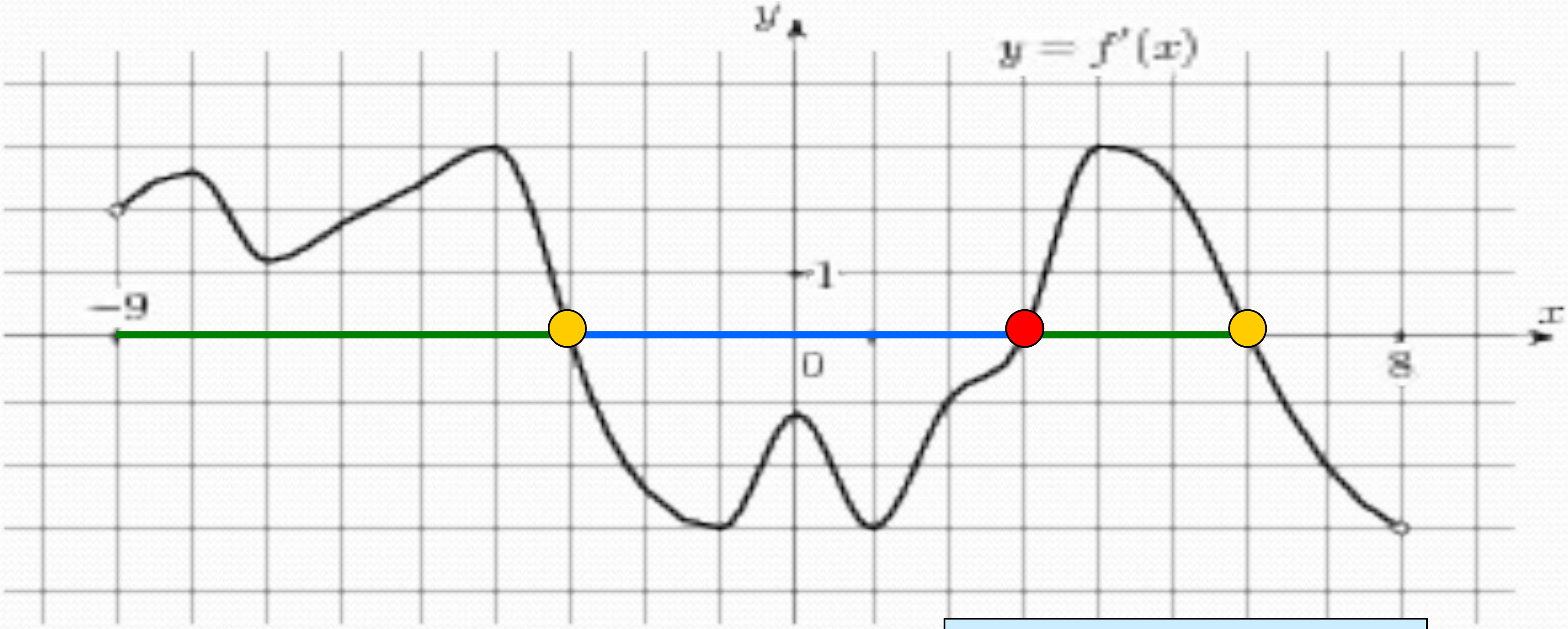


$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$



Если функция возрастает, то производная положительна

Если функция убывает, то производная отрицательна



Возрастает:

Убывает:

Максимум:

Минимум;

Алгоритм нахождения наибольших и наименьших значений функции

Находим производную функции

Находим критические точки функции

Если критических точек на отрезке нет, значит функция на отрезке монотонна, и наибольшего и наименьшего значения функция достигает на концах отрезка

Если критические точки на отрезке есть, значит нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, и выбрать из полученных чисел наибольшее и наименьшее

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 8$$

Решение:

$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 5$$

$$-3x^2 + 8x - 5 = 0$$

x = 1 ; x = 5/3

f(-1)=18

f(3) = 2

f(1) = 6

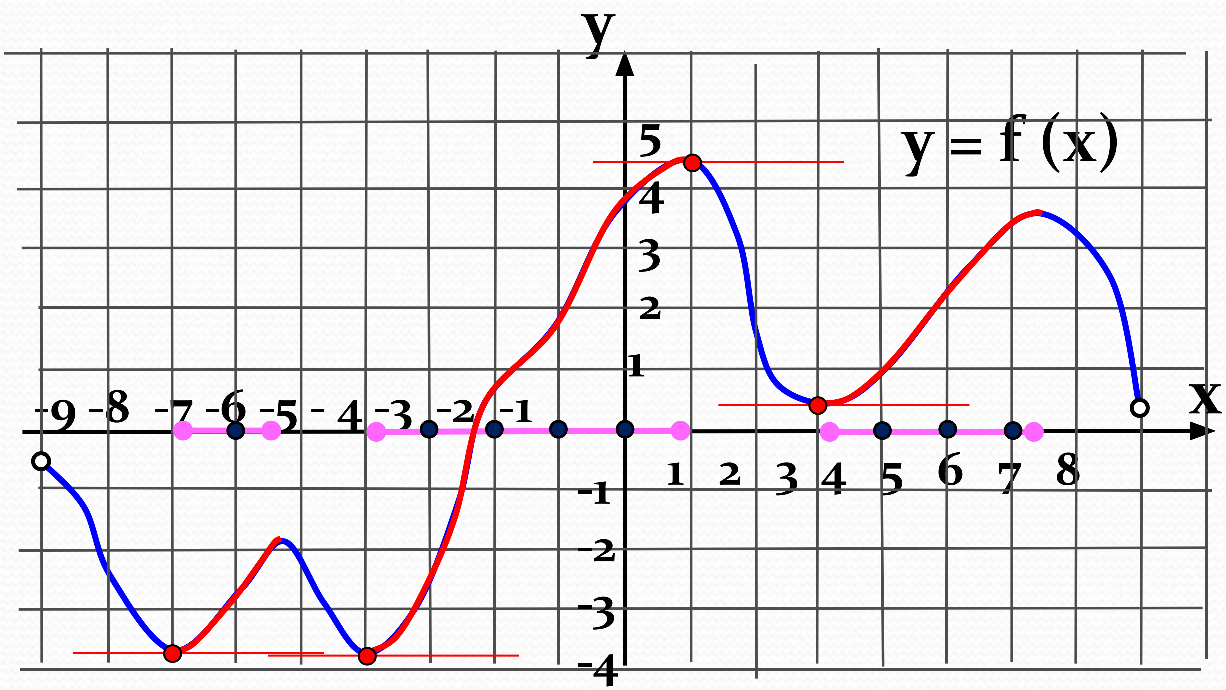
f(5/3) = 55/9

ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-9; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решение: 1. $f'(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2. Найдем все целые точки на этих отрезках.

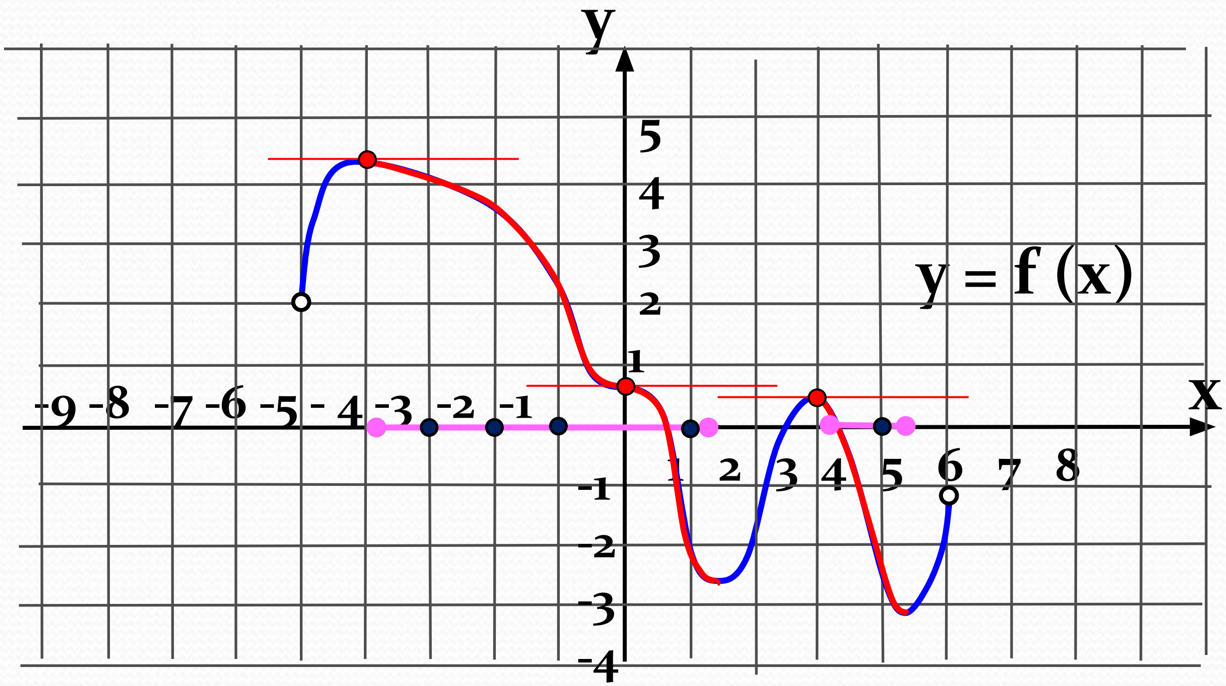


Ответ: 8

На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

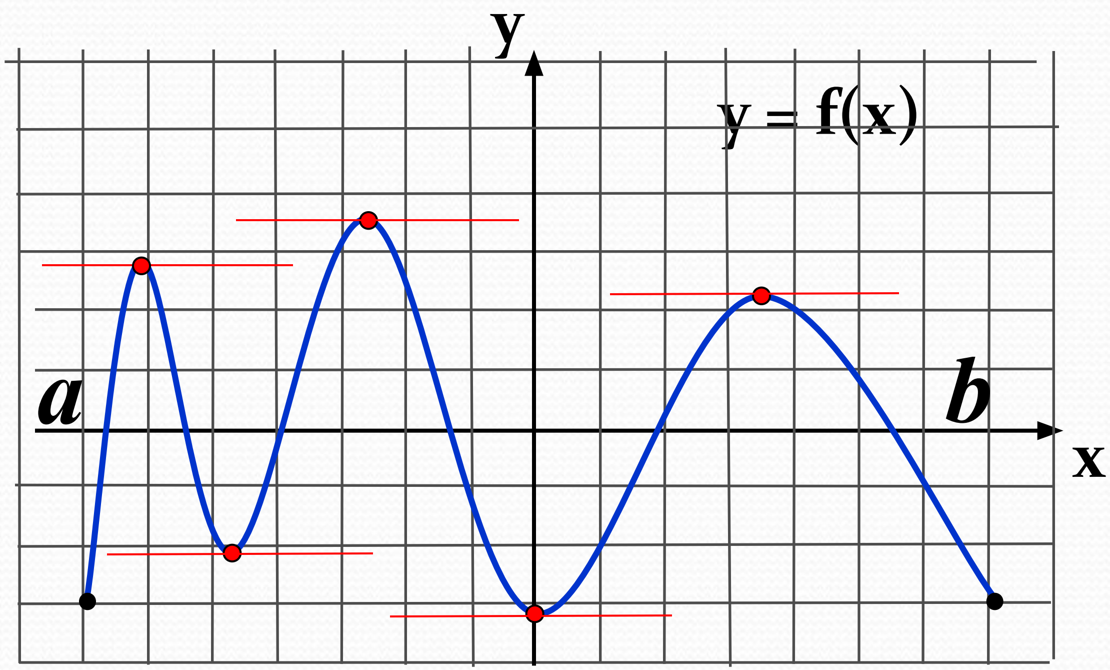
Решение: 1. $f^{/}(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



Ответ: 5

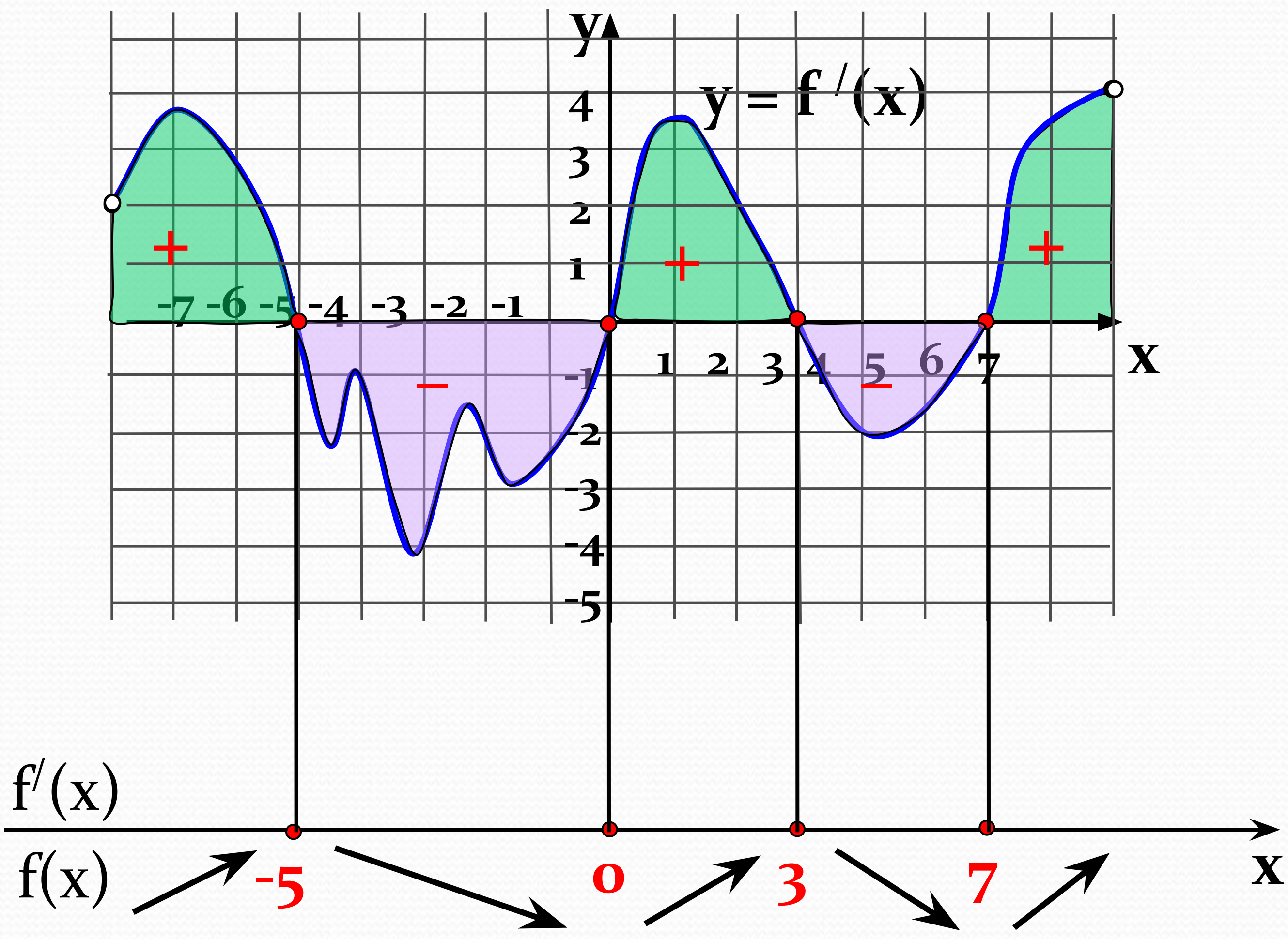
Непрерывная функция y = f(x) задана на отрезке [***a;b***]
На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox.



Ответ: 5

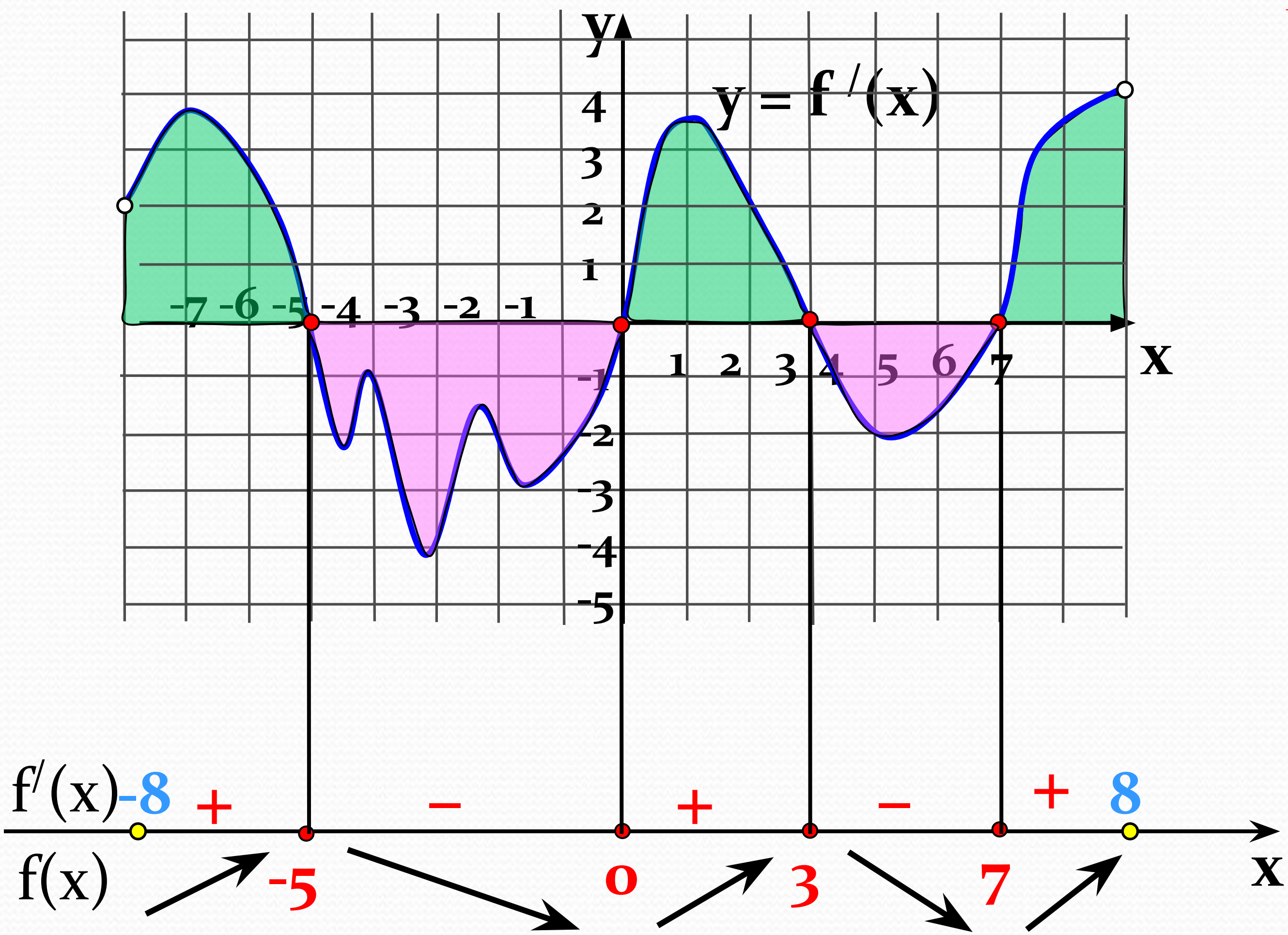
На рисунке изображен график производной функции y =f (x), заданной на промежутке (- 8; 8).

Найдем точки, в которых $f'(x)=0$ (это нули функции).



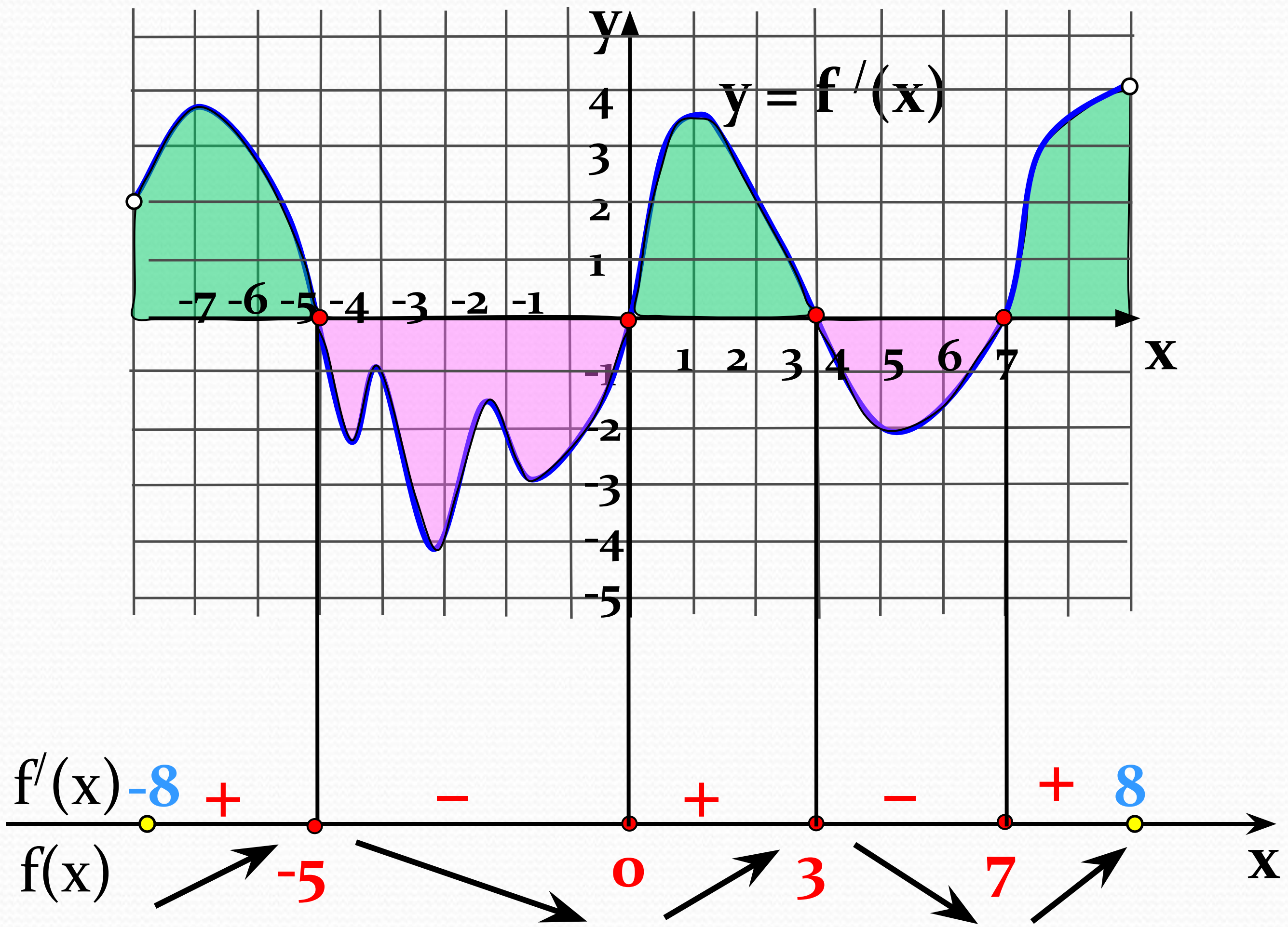
Исследуйте функцию y =f (x) на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

4 точки экстремума



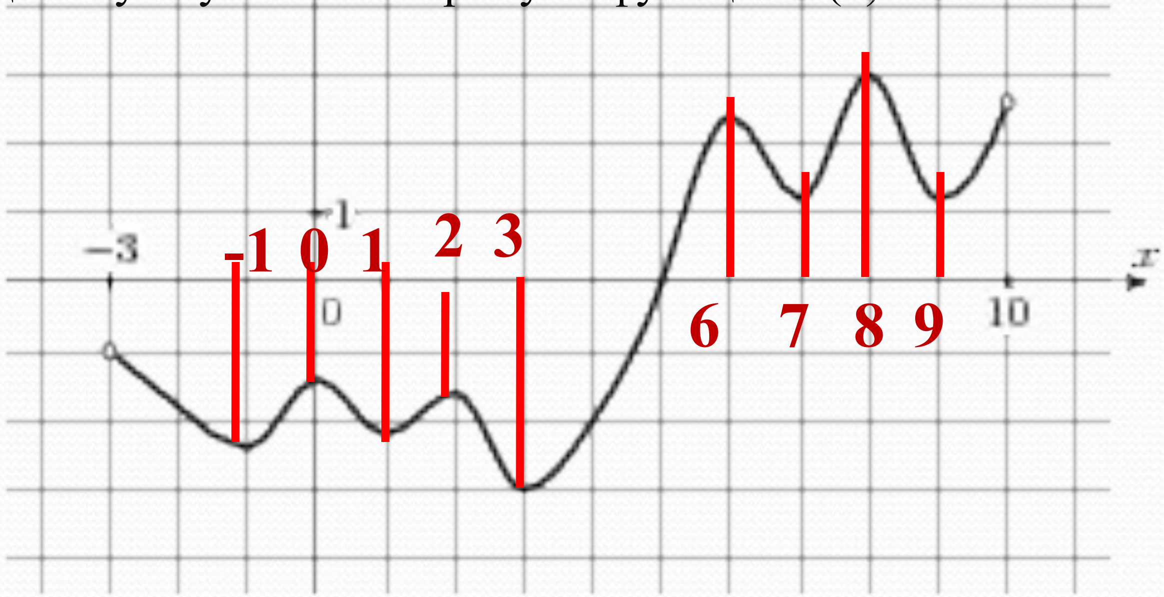
Ответ:2

Найдите количество точек экстремума функции y =f (x) на отрезке [– 3; 7]



Ответ: 3

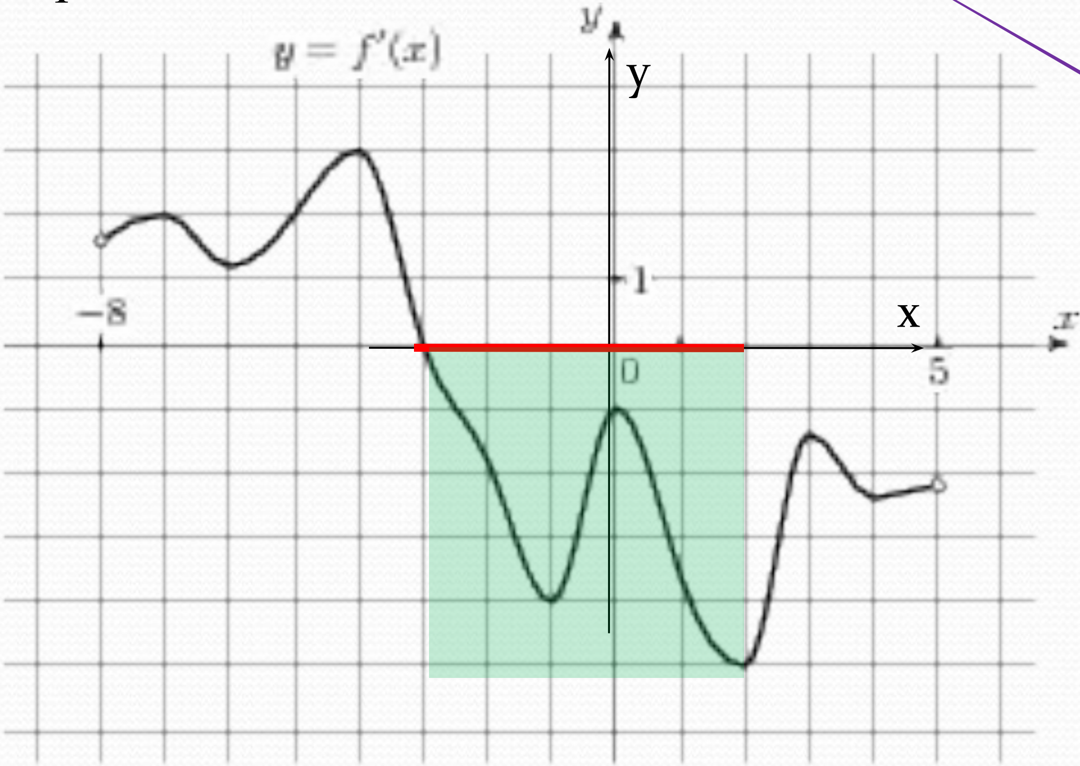
На рисунке изображен график функции f(x), определенной на интервале (-3;10) . Найдите сумму точек экстремума функции f(x).

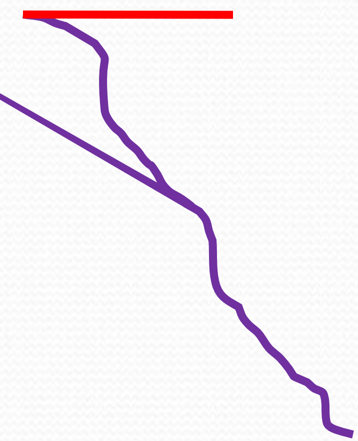


-1 + 0 + 1+2 + 3 + 6 + 7+ 8 + 9= 35

Ответ: 35

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале (-8:5). В какой точке отрезка [-3;2] принимает наибольшее значение?

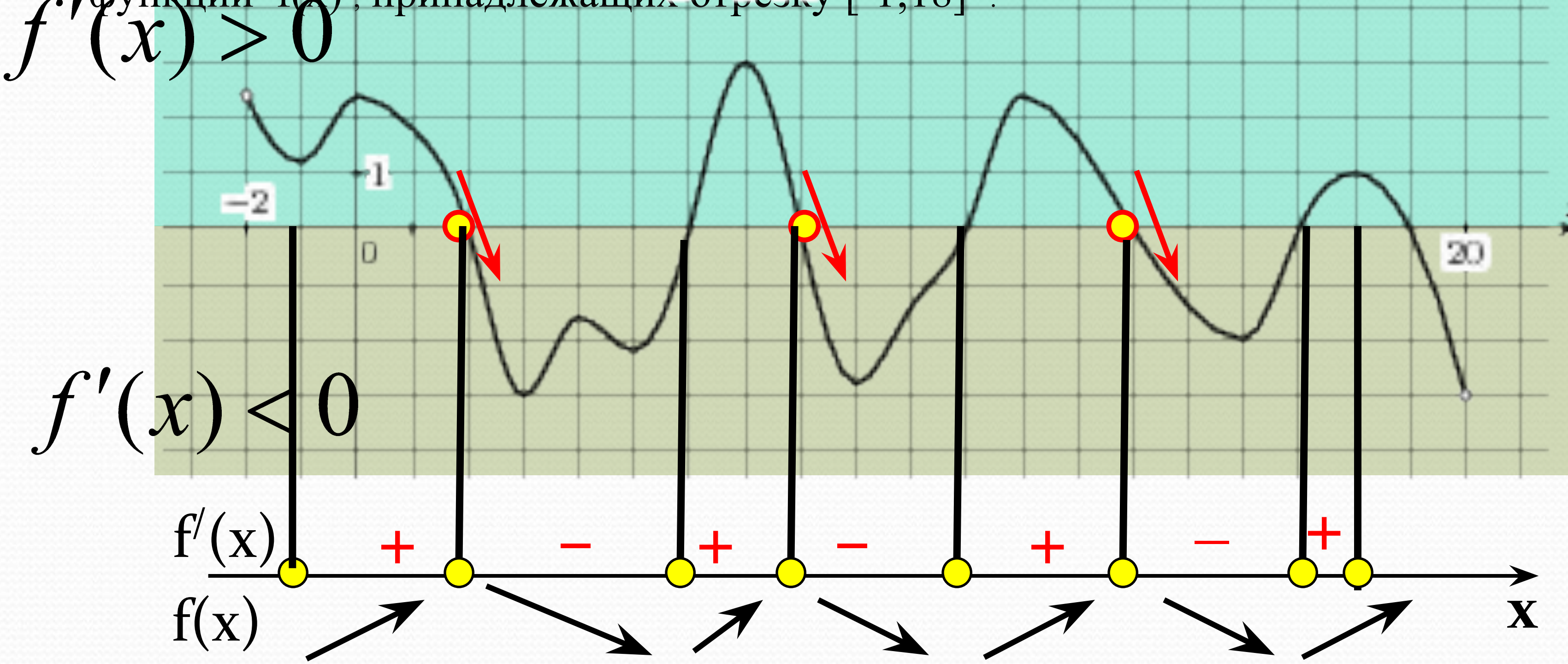




$$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)\ убывает$$

Ответ:-3

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;20)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1;18]$.

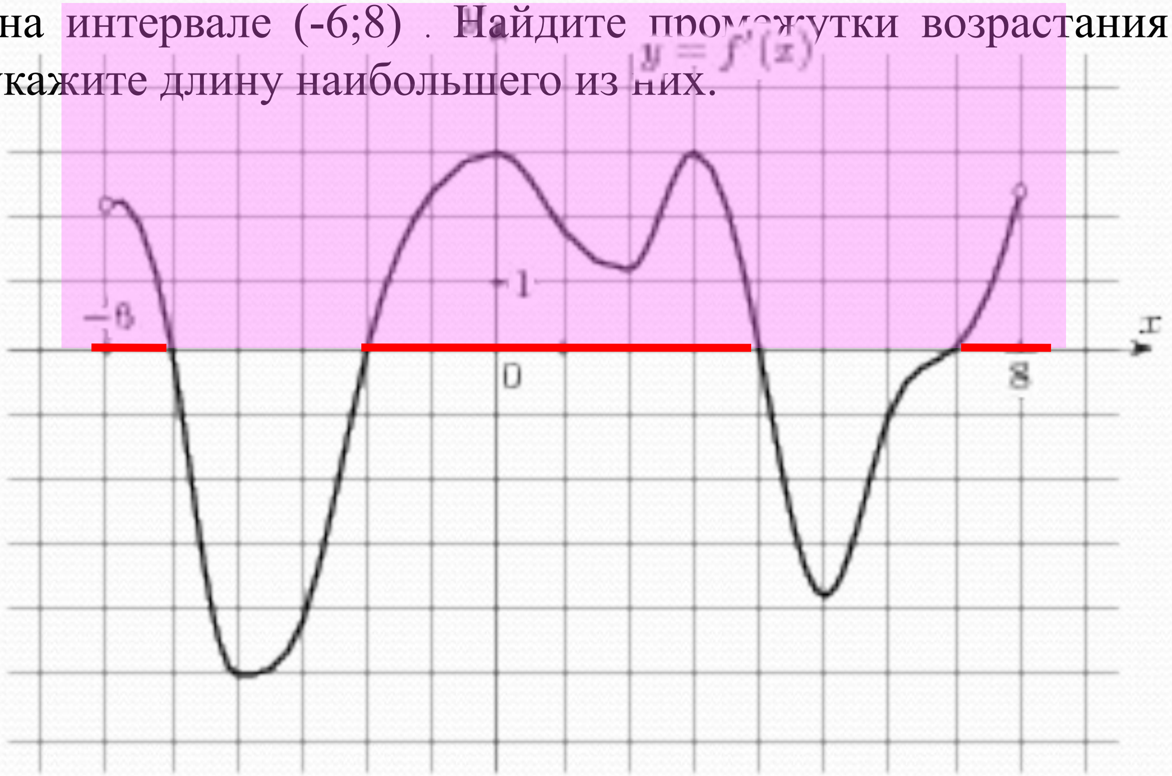


Точка максимума – точка перехода от ↗ графика функции к ↘

$f'(x) > 0$ $\qquad$ $f'(x) < 0$

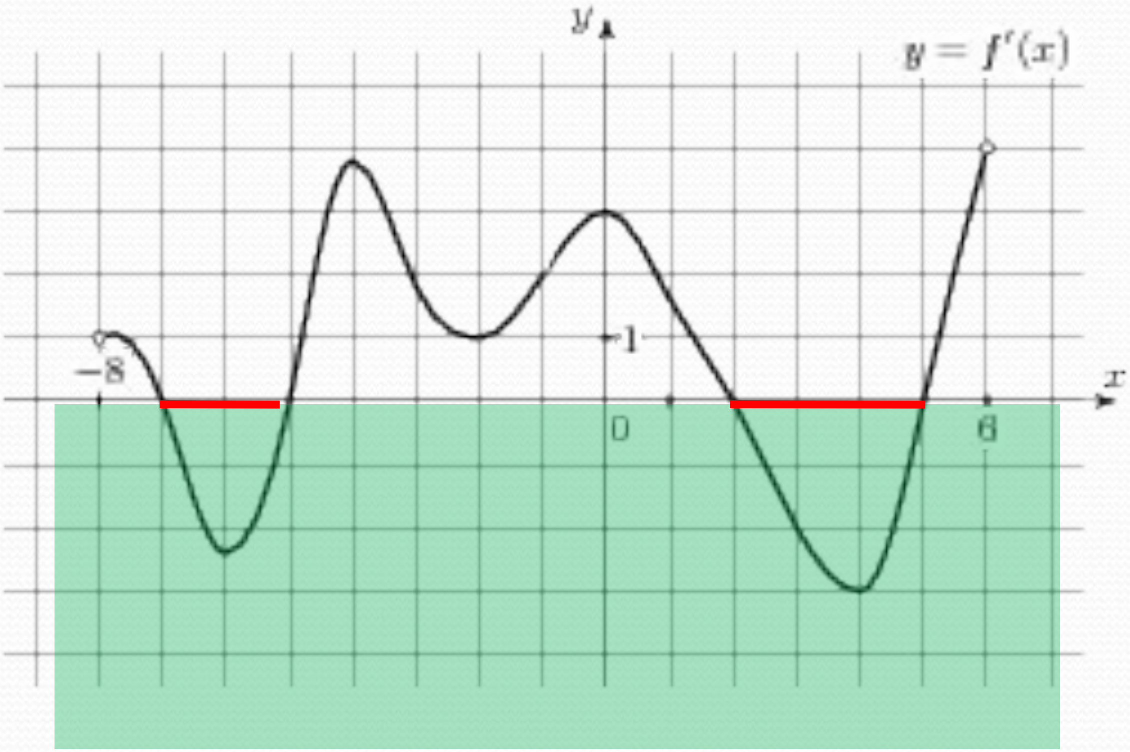
Ответ: 3

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 6

На рисунке изображен график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (-8;6). Найдите промежутки убывания функции f(x). В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 3