Формулы двойного аргумента

Презентация к уроку алгебры

10 класс

Автор: Ахметова Н.М.
учитель математики
МБОУ СОШ №2 с.Аскино

1. Упростить:

а) $\cos\alpha\cos 3\alpha - \sin\alpha\sin 3\alpha = \cos 4\alpha$

б) $\sin 2\alpha\cos\alpha + \cos 2\alpha\sin\alpha = \sin 3\alpha$

в) $\sin\alpha\cos 3\alpha + \cos\alpha\sin 3\alpha = \sin 4\alpha$

г) $\dfrac{\mathrm{tg}y + \mathrm{tg}3y}{1 - \mathrm{tg}y\,\mathrm{tg}3y} = \mathrm{tg}4y$

2. Вычислить

а) $\sin 10^0 \cos 20^0 + \cos 10^0 \sin 20^0 = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$

б) $\cos 18^0 \cos 12^0 - \sin 18^0 \sin 12^0 = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\sin 40^0 \cos 5^0 + \cos 40^0 \sin 5^0 = \sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

г) $\cos 7^0 \cos 38^0 - \sin 7^0 \sin 38^0 = \cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

д) $\frac{\mathrm{tg}35^0 + \mathrm{tg}10^0}{1 - \mathrm{tg}35^0\,\mathrm{tg}10^0} = \mathrm{tg}45^0 = 1$

Не бойтесь формул! Учитесь владеть этим инструментом человеческого гения!

В формулах заключено величие и могущество разума..."

Марков А.А.

Изучение нового материала

1. Из формулы косинуса суммы двух аргументов, заменив y на x, получить формулу косинуса двойного аргумента.

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

$$\cos(x+x)=\cos x\cos x-\sin x\sin x$$

$$\boxed{\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x}$$

Получили формулу косинуса двойного аргумента

2. Из формулы синуса суммы двух аргументов, заменив y на x, получить формулу синуса двойного аргумента.

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

$$\sin(x+x)=\sin x\cos x+\cos x\sin x$$

$$\boxed{\sin 2x=2\sin x\cos x}$$

Получили формулу синуса двойного аргумента

3. Из формулы тангенса суммы двух аргументов, заменив у на х, получить формулу тангенса двойного аргумента.

$$tg(x+y)=\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}$$

$$tg(x+x)=\frac{tgx+tgx}{1-tgxtgx}$$

$$\boxed{tg2x=\frac{2tgx}{1-tg^2x}}$$

Получили формулу тангенса двойного аргумента

Варианты применения новых формул

$$\sin 10x = 2\sin 5x\cos 5x$$

$$\cos(8x - 14y) = \cos^2(4x - 7y) - \sin^2(4x - 7y)$$

$$2\sin 7x\cos 7x = \sin 14x$$

$$\cos^2 3{,}5t - \sin^2 3{,}5t = \cos 7t$$

$$\sin\frac{x}{4} = 2\sin\frac{x}{8}\cos\frac{x}{8}$$

Тригонометрические формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1;$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x;$$

$$tg\,2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x};$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2};$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}; \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$$

Рассмотрим доказательство 2-й формулы :

$$\frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x}{2} = \cos^2 x$$

Формулы тройного аргумента

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x;$$

$$\cos 3x = 4cos^3 x - 3\cos x.$$