

Равносильность уравнений.

# Логарифмические уравнения

с. Красногвардейское



# Ответы к заданиям с выбором ответа

**A1. Найдите значение выражения**

$$5^{\log_5 3^7}$$

Вариант 1

1) 5

2) 3<sup>7</sup>

3) 3

4)  $\sqrt[7]{3}$

**A2. Вычислите**

$$\log_2 \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$$

1) 0

2) -1

3) 1

4) 5

**A3. Укажите значение выражения**

$$5^{\log_5 8}$$

$$\log_8 2$$

1) 1

2) 3

3) 2

4) 24

**A4. Найдите область определения функции**

$$f(x) = \log_{0,5} (2x - x^2)$$

1) (0; 2)

2)  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

3) [0; 2]

4)  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

**A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения**

$$\log_7 (2x + 5) = 2$$

1) (0; 5)

2) (5; 15)

3) (15; 25)

4) (25; 100)

# Ответы к заданиям с выбором ответа

**A1. Найдите значение выражения**

$$\frac{1}{2} \cdot 2^{\log_2 10}$$

Вариант 2

1) 10

2) 5

3)  $\log_2 10$

4) 20

**A2. Вычислите**

$$2 \log_6 3 - \log_6 \frac{1}{4}$$

1) 1

2) 2

3) - 1

4) - 2

**A3. Укажите значение выражения**

$$\frac{\lg 128}{\lg 4}$$

1)  $\lg 124$

2)  $\lg 32$

3) 3,5

4) 4

**A4. Найдите область определения функции**

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}((x-1)(x+2))$$

1)  $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

2)  $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$

3)  $(-2; 1)$

4)  $[-2; 1]$

**A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения**

$$\lg \log_3 \log_5 x = 0$$

1) (1;30)

2) (30;50)

3) (50;100)

4) (100;200)

### Задание 1.

Преобразование,  
приводящее к потере  
корней уравнения.

$$\log_2 x^2 = 8,$$

$$2\log_2 x = 8,$$

$$\log_2 x = 4,$$

$$x = 2^4,$$

$$x=16.$$

Преобразование, не  
приводящее к потере  
корней уравнения.

$$\log_2 x^2 = 8,$$

$$2\log_2 |x| = 8,$$

$$\log_2 |x| = 4,$$

$$|x| = 2^4,$$

$$x=16 \text{ или } x = -16.$$

## Свойства логарифмов.

$$\log_a b^{2n} = 2n \log_a |b|, a > 0, a \neq 1, b \neq 0, n \in N.$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c|, a > 0, a \neq 1, b \cdot c > 0.$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c|, a > 0, a \neq 1, \frac{b}{c} > 0.$$

$$\log_{a^{2n}} b = \frac{1}{2n} \cdot \log_{|a|} b, a \neq \pm 1, b > 0, n \in N.$$

## Задание 2.

**Решить  
уравнение**

$$\log_{x+1} (x^2 + x - 6)^2 = 4$$

**Решение.**  $\log_{x+1} (x^2 + x - 6)^2 = 4$ , используя свойство логарифмов

$$\log_a b^{2n} = 2n \log_a |b|, a > 0, a \neq 1, b \neq 0, n \in N, \text{ получим:}$$

$$2 \log_{x+1} |x^2 + x - 6| = 4, \log_{x+1} |x^2 + x - 6| = 2.$$

**По определению логарифма**

$$\begin{cases} |x^2 + x - 6| = (x+1)^2, \\ x+1 > 0, \\ x \neq 0, \\ x^2 + x - 6 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 6 > 0, \\ x > -1, \\ x \neq 0, \\ x^2 + x - 6 = x^2 + 2x + 1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x^2 + x - 6 < 0, \\ x > -1, \\ x \neq 0, \\ -x^2 - x + 6 = x^2 + 2x + 1; \end{cases}$$

**Первая система решений не имеет,  
решение второй системы:**

$$\begin{cases} -1 < x < 2, \\ x \neq 0, \\ x = -\frac{5}{2}, x = 1; \end{cases} \quad X=1.$$

**Ответ: 1.**

**Задание 3. Решите уравнение**

$$\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\frac{1}{\log_x \sqrt{5}}$$

**В ответе запишите число корней уравнения.**

**Решение.** Преобразуем уравнение с помощью свойств логарифма, учитывая, что  $x \neq 1, x > 0$ .

$$\begin{aligned}\log_5^3 x + 3\log_5^2 x &= -\log_{\sqrt{5}} x, \\ \log_5^3 x + 3\log_5^2 x &= -2\log_5 x.\end{aligned}$$

**Перенесём все члены уравнения в левую часть и разложим на множители:**

$$(\log_5^2 x + 3\log_5 x + 2) \cdot \log_5 x = 0.$$

**Корнями этого уравнения являются числа 1; 0,2 и 0,04. С учётом области определения получаем, что корнями уравнения являются числа 0,2 и 0,04.**

**Ответ: 2.**

**Задание 4.** Представьте, что решая некоторое уравнение, вы на каком-то шаге переходите от уравнения (1) к уравнению (2). Что произошло с корнями уравнения (1) при этом переходе?

Поставьте в колонке I знак «+», если при переходе от (1) к (2) ни один из корней (1) не потерялся, знак «-» - если потерялся;

в колонке II знак «+», если при переходе от (1) к (2) не появилось новых корней, знак «-» - если они появились;

в колонке III знак «+», если уравнения (1) и (2) равносильны, знак «-» - в противном случае.

	(1)	(2)	I	II	III
1.	$\log_2(x+2) = \log_2(3-x)$	$x+2 = 3-x$			
2.	$\lg(x+1) = \lg(2x+3)$	$x+1 = 2x+3$			
3.	$\ln(x+1) + \ln(2-x) = 0$	$\ln(x+1)(2-x) = 0$			
4.	$\log_x(2x+3) = 1$	$x = 2x+3$			
5.	$\log_{(x+2)^2}(2x+1)^2 = 0$	$\log_{(x+2)}(2x+1) = 0$			
6.	$\log_2(x(x+9)) + \log_2 \frac{x+9}{x} = 0$	$2\log_2(x+9) = 0$			
7.	$x+3 = 7-x$	$\ln(x+3) = \ln(7-x)$			
8.	$x^2 = 2^{x+1}$	$2\ln x = (x+1)\ln 2$			



# ОТВЕТЫ

	(1)	(2)	I	II	III
1.	$\log_2(x+2) = \log_2(3-x)$	$x+2 = 3-x$	+	+	+
2.	$\lg(x+1) = \lg(2x+3)$	$x+1 = 2x+3$	+	-	-
3.	$\ln(x+1) + \ln(2-x) = 0$	$\ln(x+1)(2-x) = 0$	+	+	+
4.	$\log_x(2x+3) = 1$	$x = 2x+3$	+	-	-
5.	$\log_{(x+2)^2}(2x+1)^2 = 0$	$\log_{(x+2)}(2x+1) = 0$	-	+	-
6.	$\log_2(x(x+9)) + \log_2 \frac{x+9}{x} = 0$	$2\log_2(x+9) = 0$	+	-	-
7.	$x+3 = 7-x$	$\ln(x+3) = \ln(7-x)$	+	+	+
8.	$x^2 = 2^{x+1}$	$2\ln x = (x+1)\ln 2$	-	+	-

Проверь своё внимание!

$$1) \quad \log_{-3} \frac{x-1}{5} = ?$$

$$2) \quad f(x) = \log_5(121 - x^2), (121 - x^2) \geq 0, x \leq -11, x \geq 11.$$

$$3) \quad 3^{2x} = 5, \log_5 3 = 2x, x = \frac{\log_5 3}{2}.$$

$$4) \quad 9^{2\log_3 5} = 3^{4\log_3 5} = 4^5.$$

$$5) \quad \lg x^2 = 2 \lg x.$$



# Логарифмическая «комедия 2>3».

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

**верно?**

$$\lg \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg \left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

$$2 \lg \frac{1}{2} > 3 \lg \frac{1}{2},$$

$$2 < 3.$$

