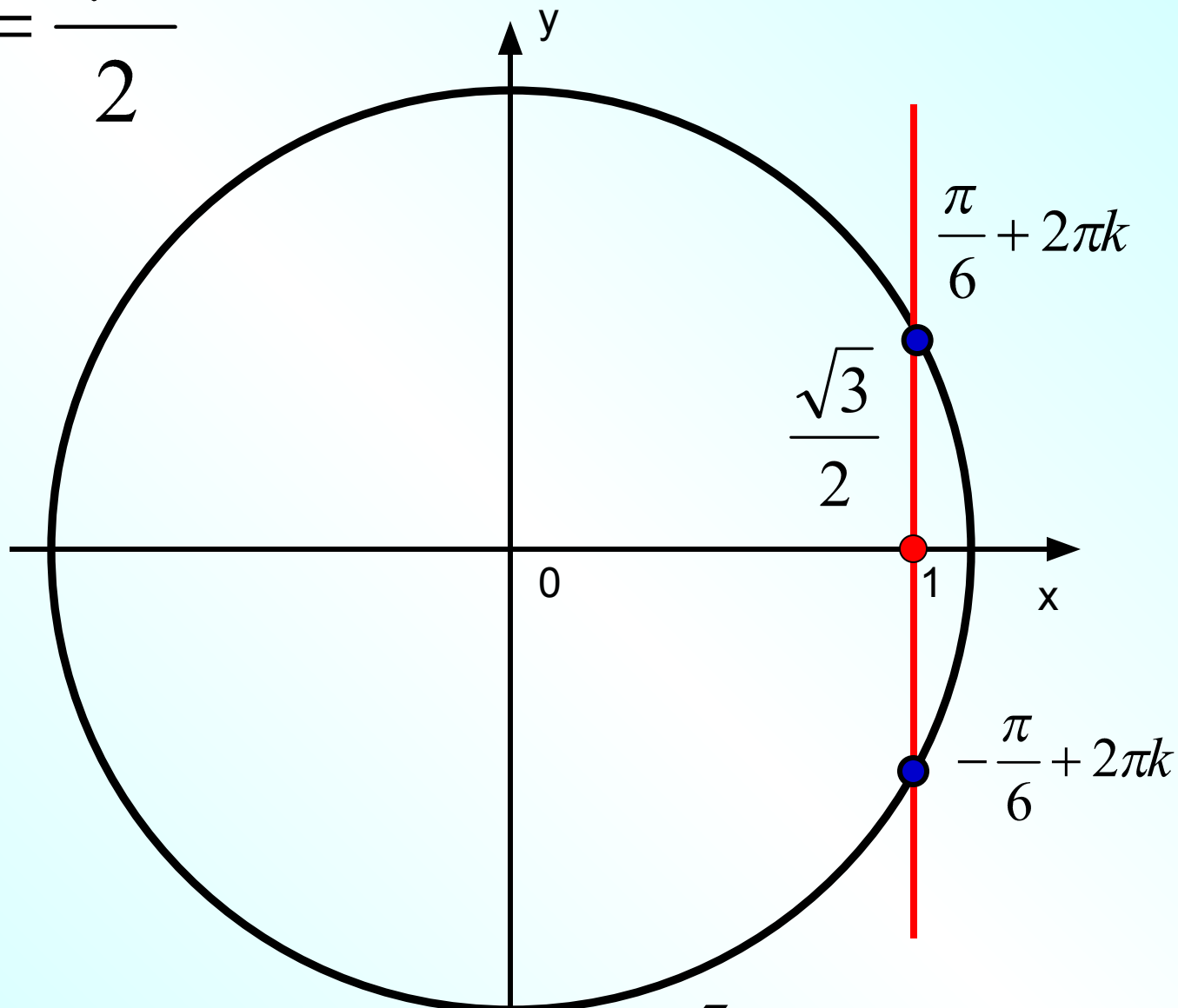


Арккосинус. Решение уравнения $\cos x = a$

Алгебра и начала анализа. 10 класс. УМК Мордкович А.Г. и др.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



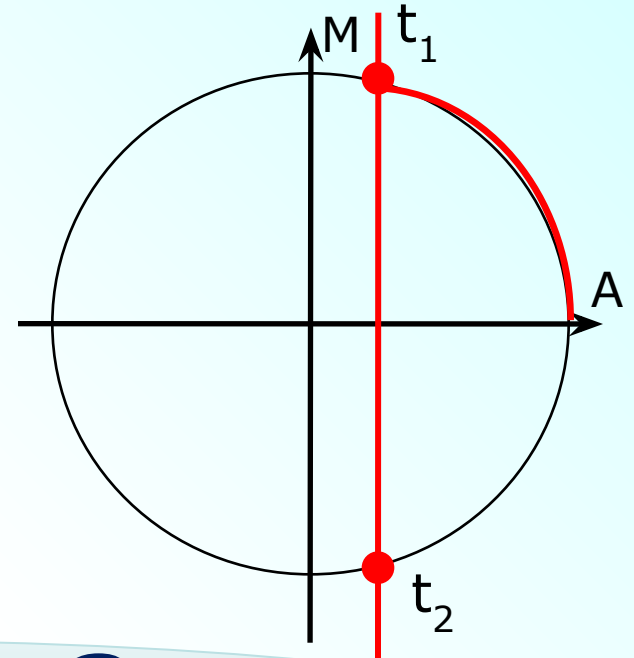
$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\cos t = \frac{1}{4}$$

$$t = t_1 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = t_2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Где t_1 – длина дуги AM ,
а $t_2 = -t_1$



«arcus» -

Arccos a

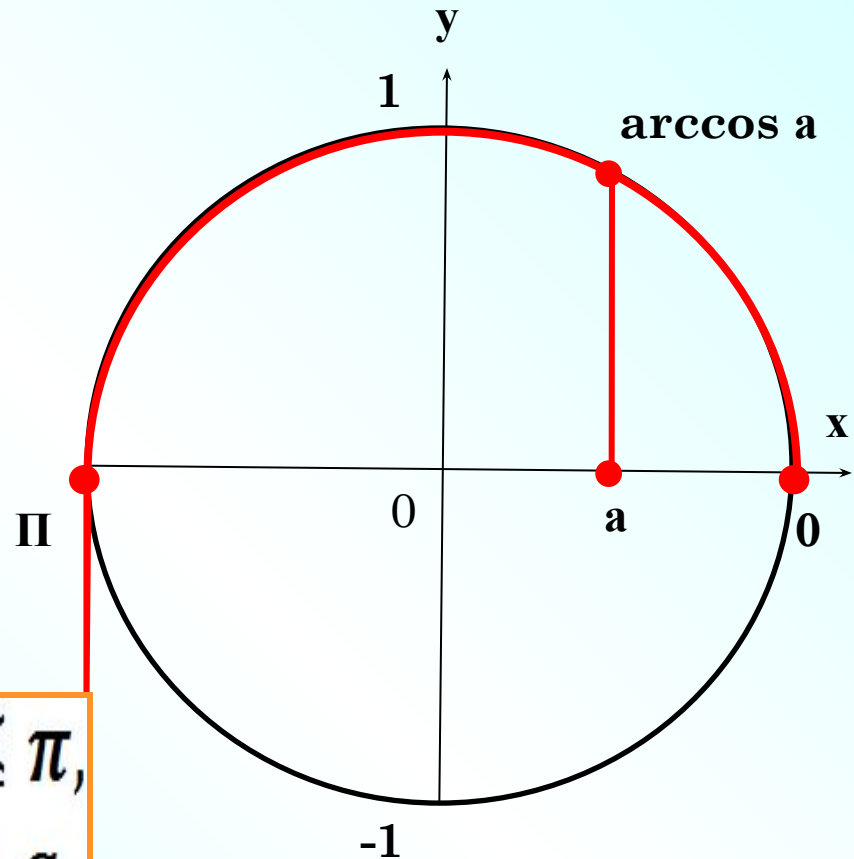
дуга аркосинус 1/4

дуга

cos которой равен a

Понятие арккосинуса

Арккосинусом числа a называют такое число из промежутка $[0; \pi]$, косинус которого равен a

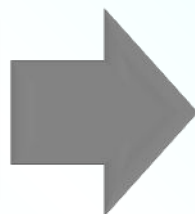


$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq \pi, \\ \cos t = a. \end{cases}$$

$$a \in [-1; 1]$$

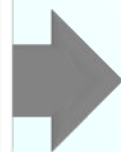
Для чего нужен арккосинус?

$$x^2=9$$

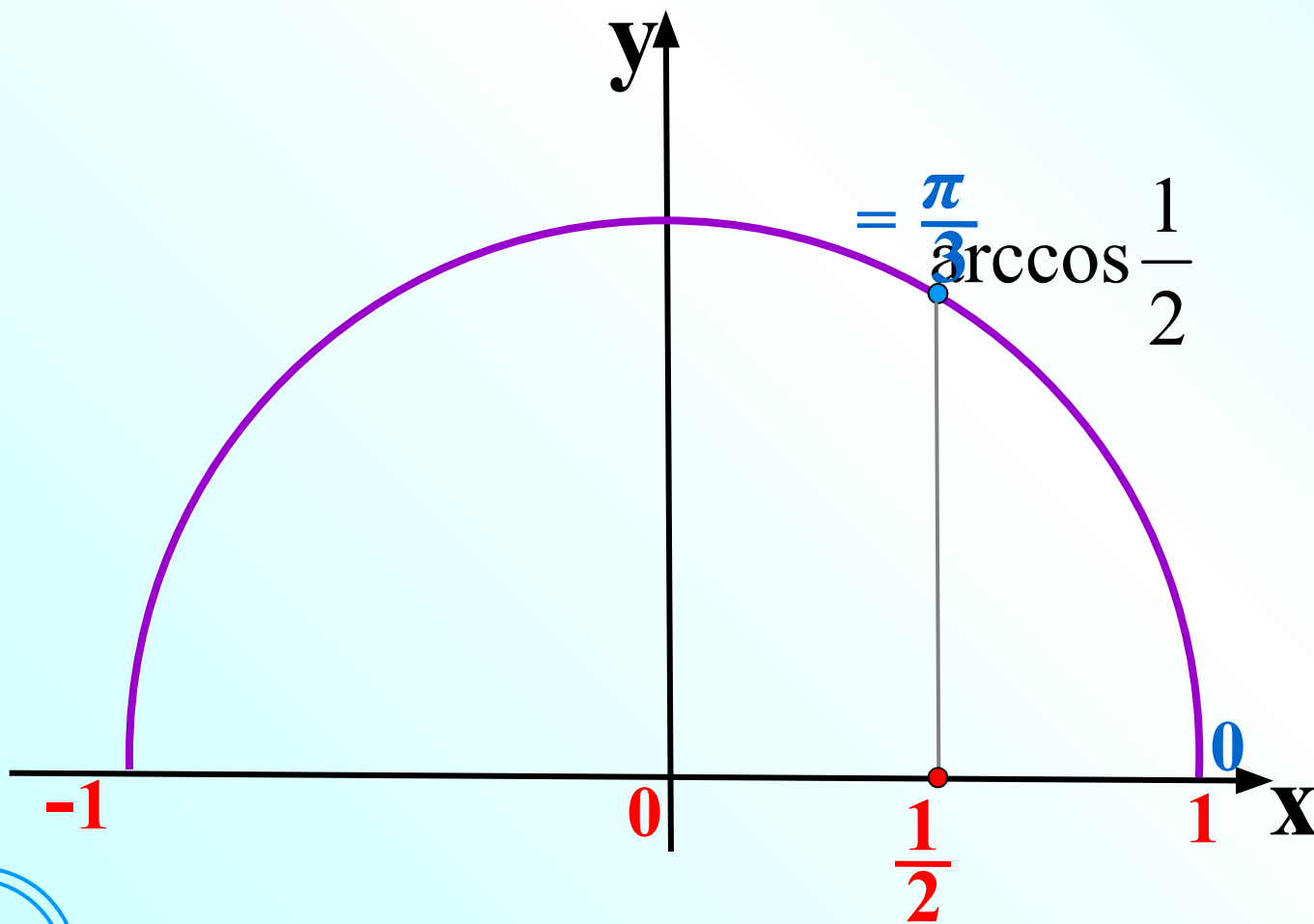


$$x=\pm 3$$

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi/6$$

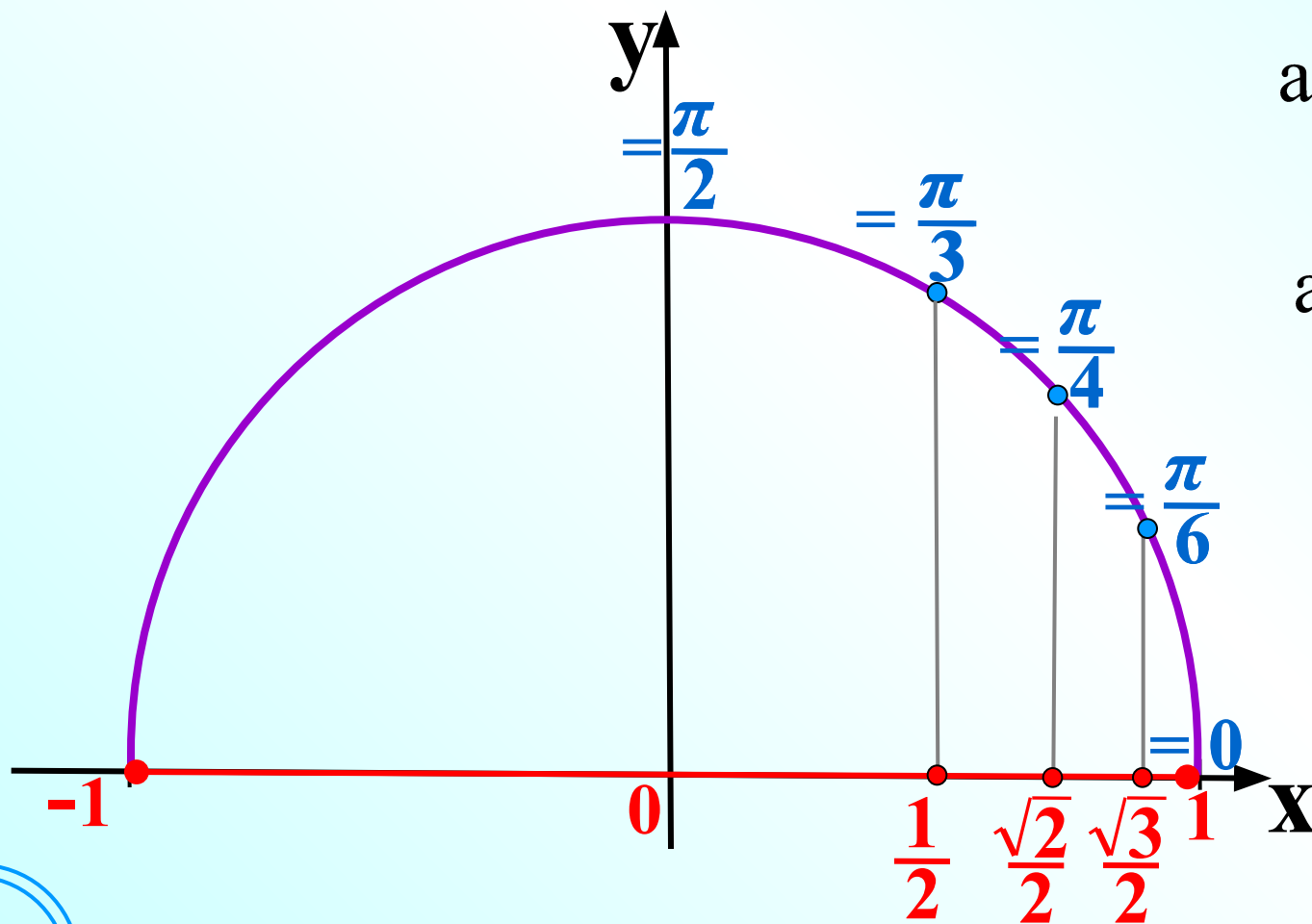


Так как

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

arcco a – это такое число ***α***,
косинус которого равен ***a***

$$a \in [-1; 1] \quad \alpha \in [0; \pi]$$



$$\arccos 1$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arccos \frac{1}{2}$$

$$\arccos 0$$

$$\arccos 1,5$$

Не существует

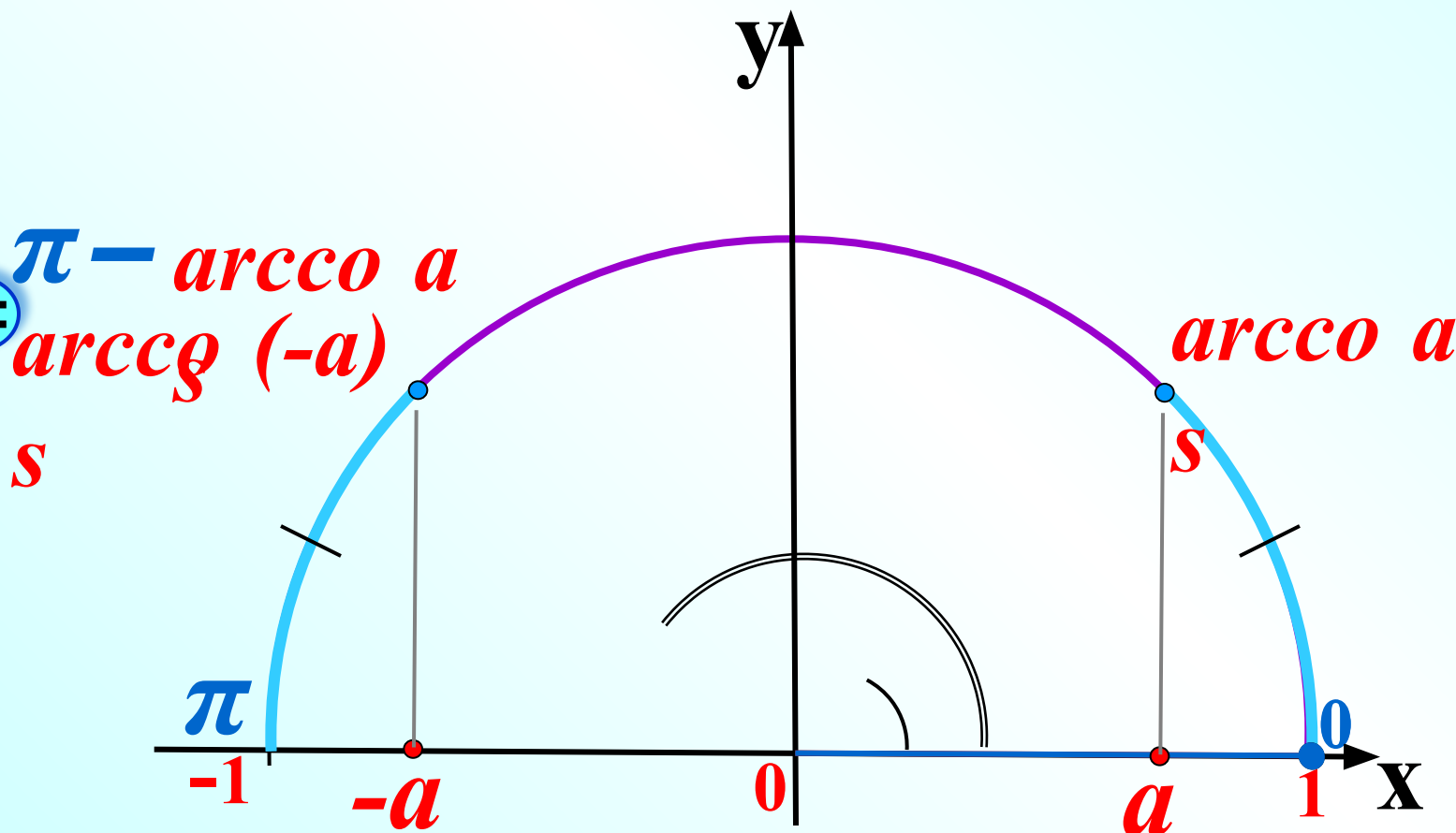
$$\arccos \sqrt{3}$$

Не существует

Для вычисления арккосинуса отрицательных чисел будем использовать формулу

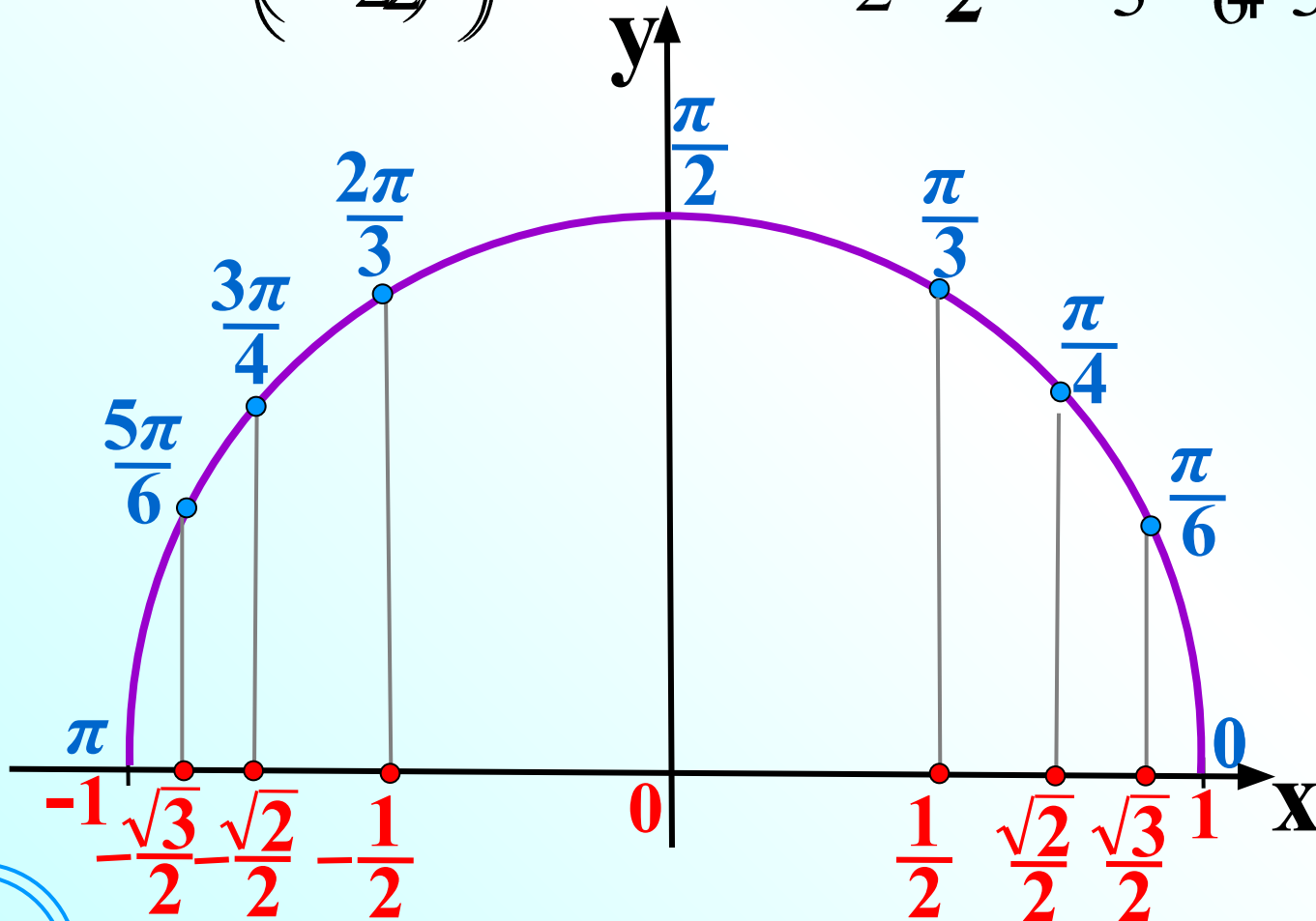
$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Используем графическую иллюстрацию для обоснования формулы:



$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Значение a	Решение
$ a > 1$	
$a = 0$	
$a = 1$	
$a = -1$	
$ a < 1$	

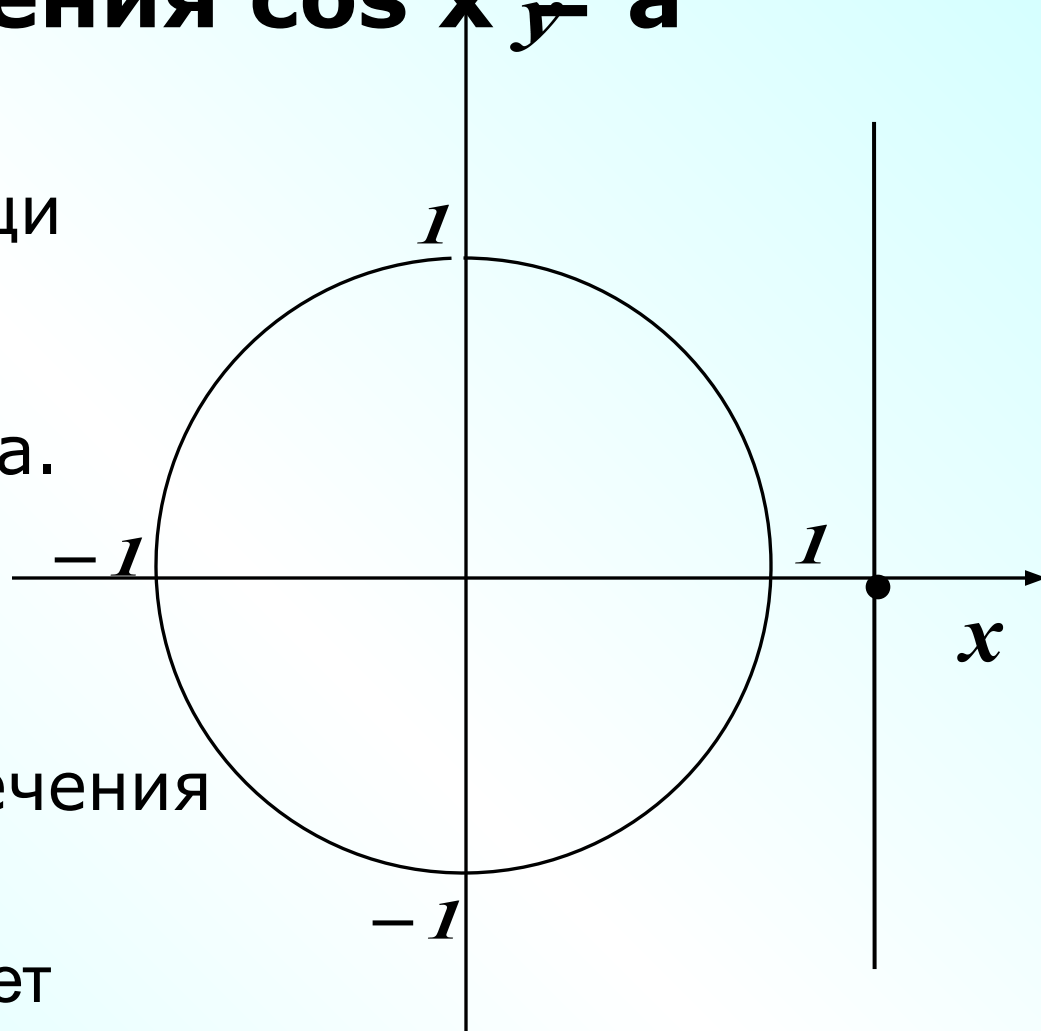
Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи числовой окружности уравнение $\cos t = a$.

1) $|a| > 1$

Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.



Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

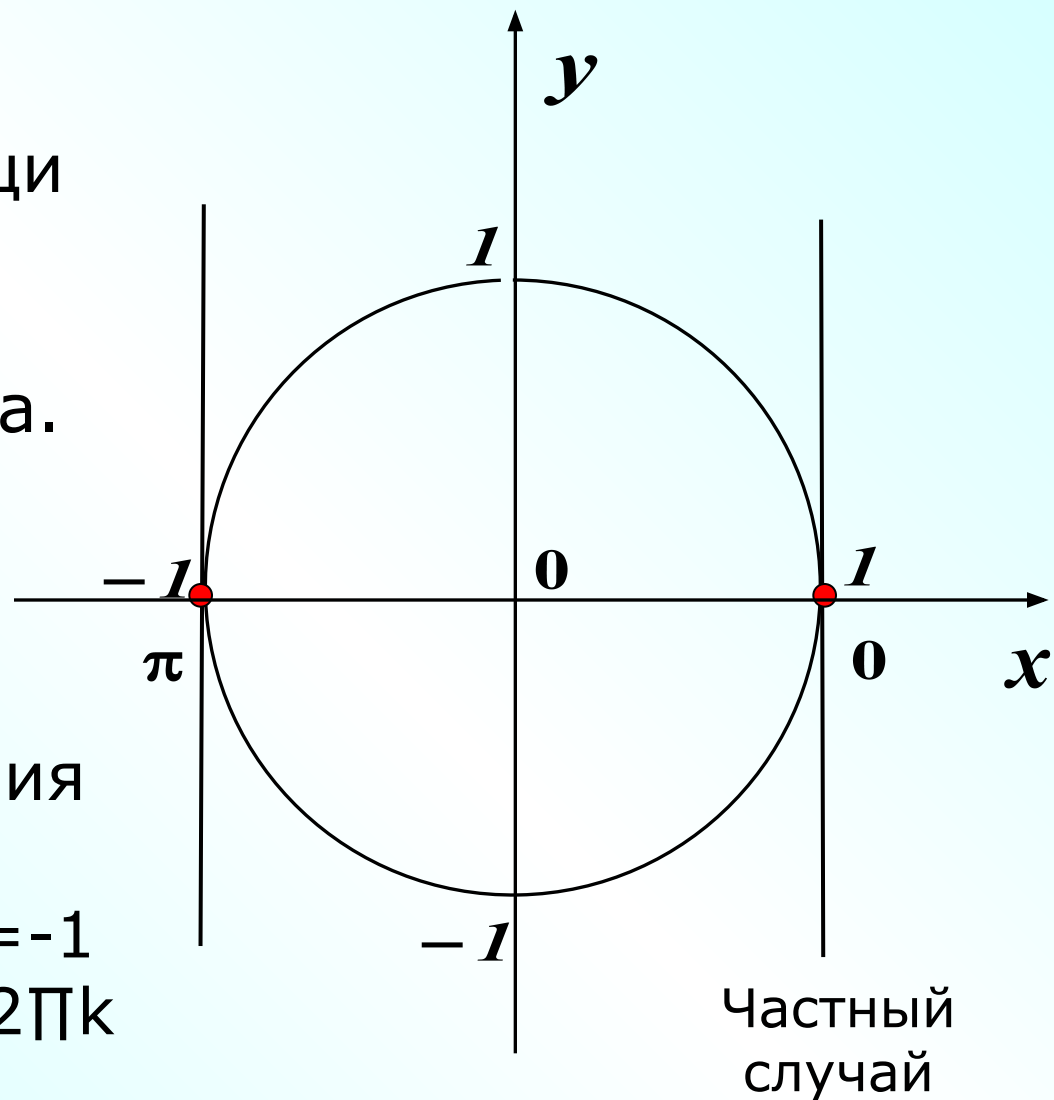
Решим при помощи числовой окружности уравнение $\cos t = a$.

$$2) \quad |a| = 1$$

Решения уравнения

$$\begin{aligned} \cos t &= 1 \\ t &= 2\pi k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= -1 \\ t &= \pi + 2\pi k \end{aligned}$$



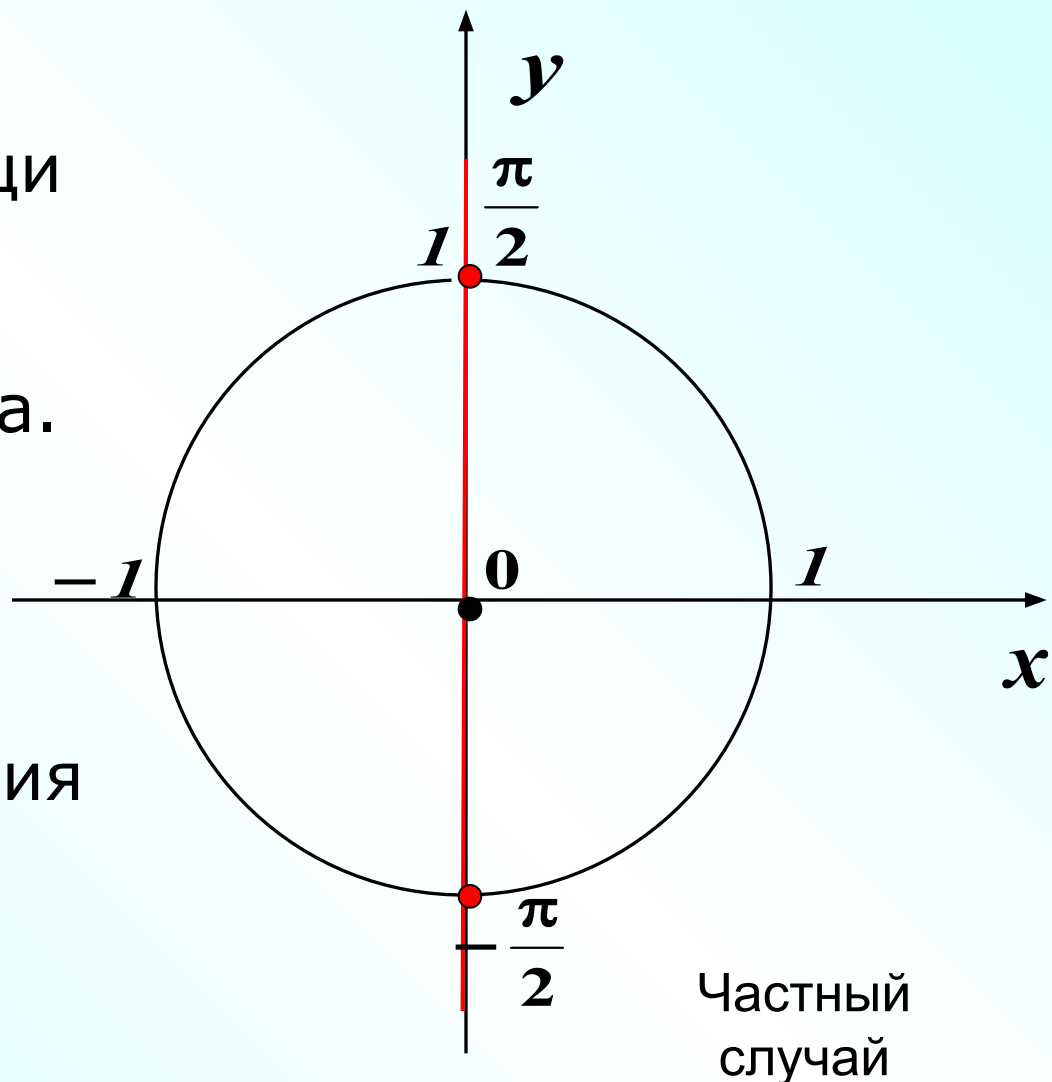
Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи
числовой
окружности
уравнение $\cos t = a$.

3) $a=0$

Решения уравнения

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

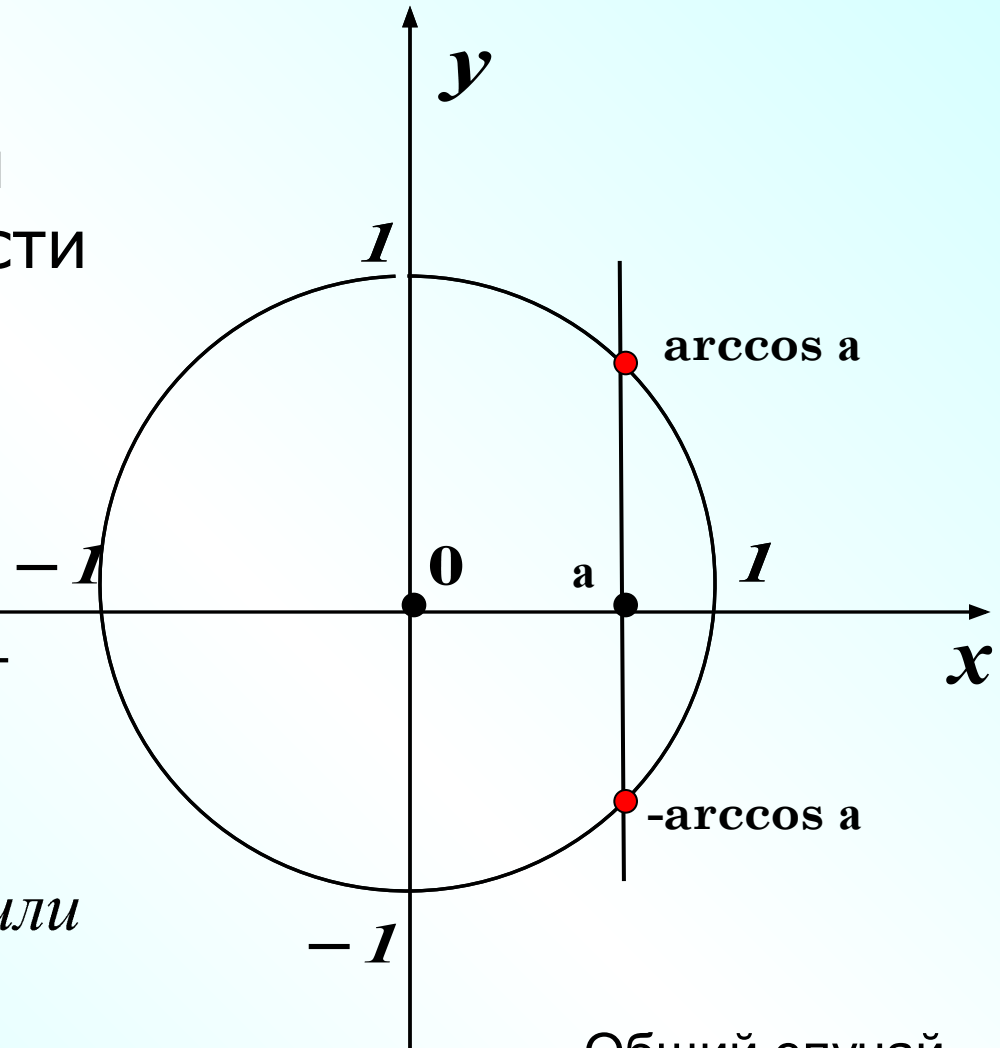
Решим при помощи числовой окружности уравнение $\cos t = a$.

$$4) \quad |a| < 1$$

Корни, симметричные относительно Ox , могут быть записаны:

$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k, \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases} \quad \text{или}$$

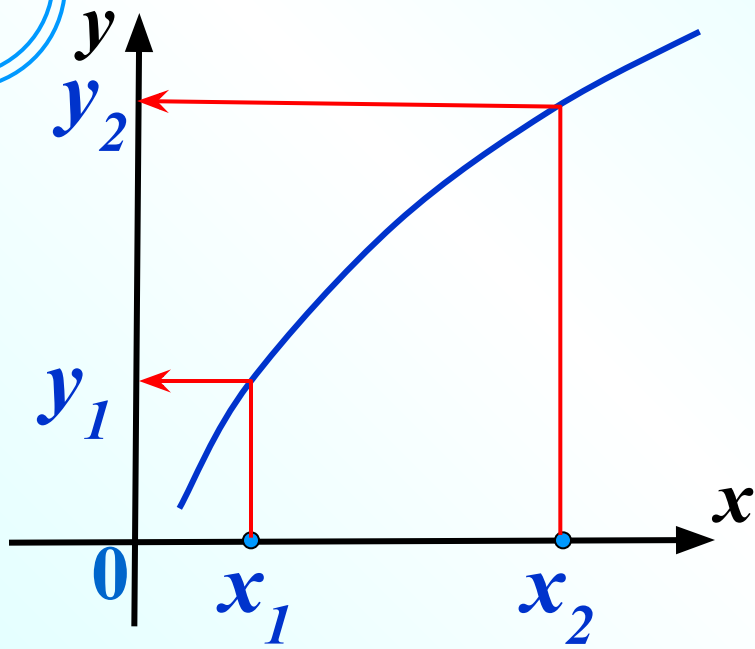
$$t = \pm \arccos a + 2\pi k$$



Общий случай

Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Значение a	Решение
$ a > 1$	Нет решений
$a = 0$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$a = 1$	$t = 2\pi k$
$a = -1$	$t = \pi + 2\pi k$
$ a < 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$

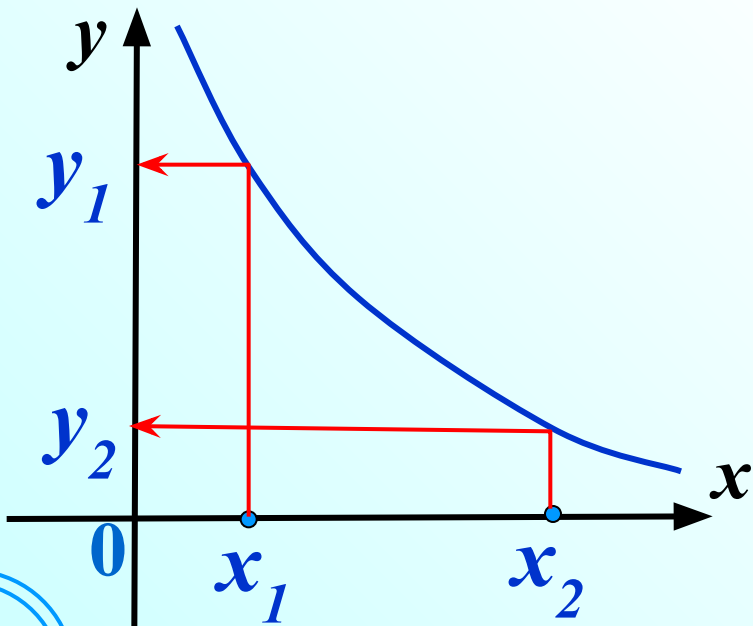


Возрастающая функция.

Большому значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_2 > x_1$$

$$y_2 > y_1$$



Убывающая функция.

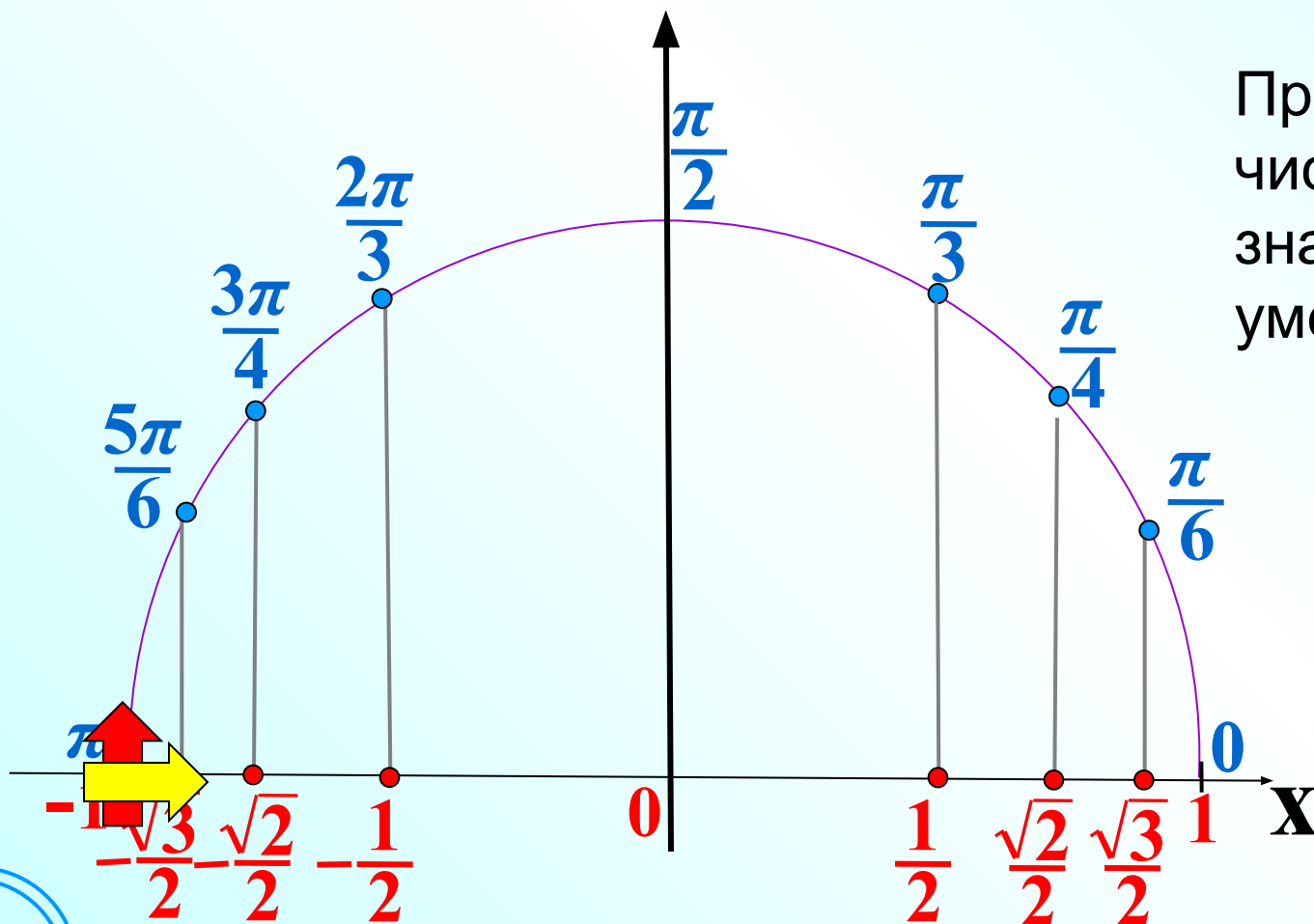
Большому значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$$x_2 > x_1$$

$$y_2 < y_1$$

$y = \arccos x$ убывающая функция

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции



При увеличении числа a (по оси x), значение угла α уменьшается.

Сравнить

$$\arccos \frac{1}{4} < \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{1}{4} > -\frac{1}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{3}{4}\right) < \arccos(-1)$$

$$-\frac{3}{4} > -1$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) > \arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{\sqrt{7}}{3}$$

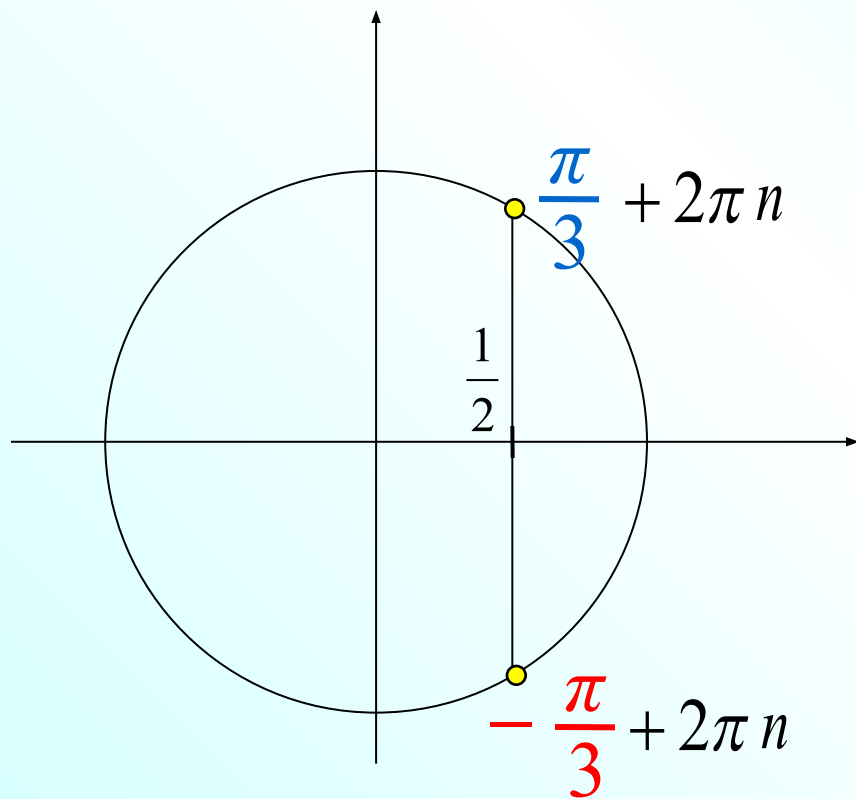
$$\arccos(-0,3) > \arccos(-0,1)$$

$$-0,3 < -0,1$$

$$\arccos(-0,9) > \arccos(0,34)$$

$$-0,9 < 0,34$$

Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$

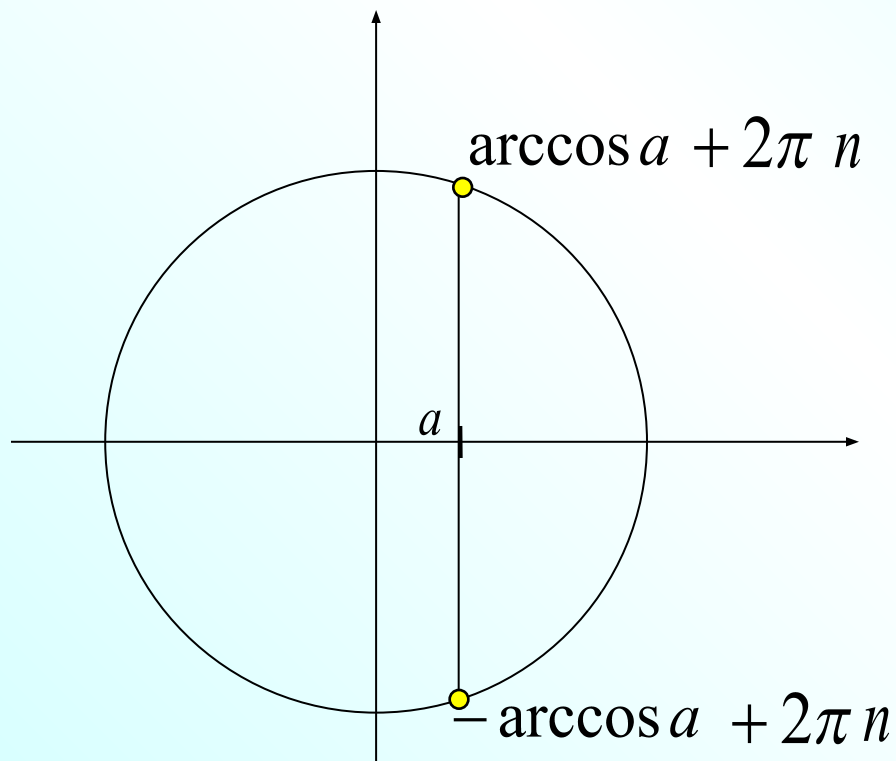


Решение уравнения на
тригонометрическом круге

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение $\cos x = a$

Решение уравнения с помощью формулы



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение $\cos x = 0,3$

1 $x = \pm \arccos 0,3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!



Решить уравнение $\cos x = 1,6$

1 $x = \pm \arccos 1,6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!



Решить уравнение $\cos x = -0,3$

1 $x = \pm(\pi - \arccos 0,3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

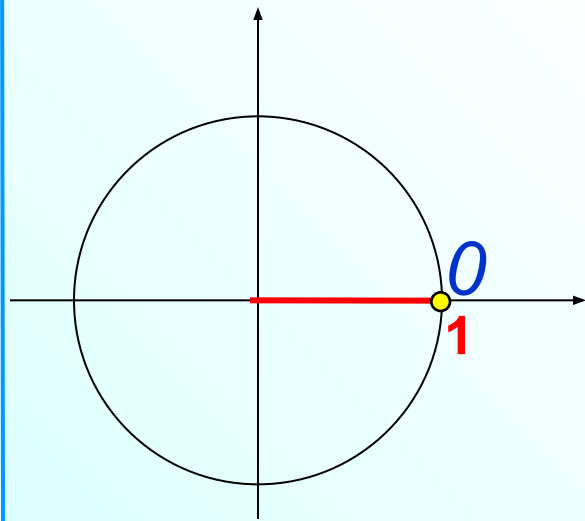
ПОДУМАЙ

!



Частные случаи

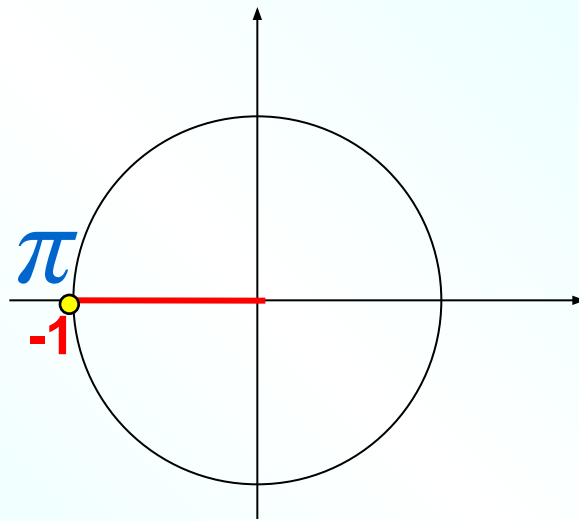
$$\cos x = 1$$



$$x = 0 + 2\pi n$$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

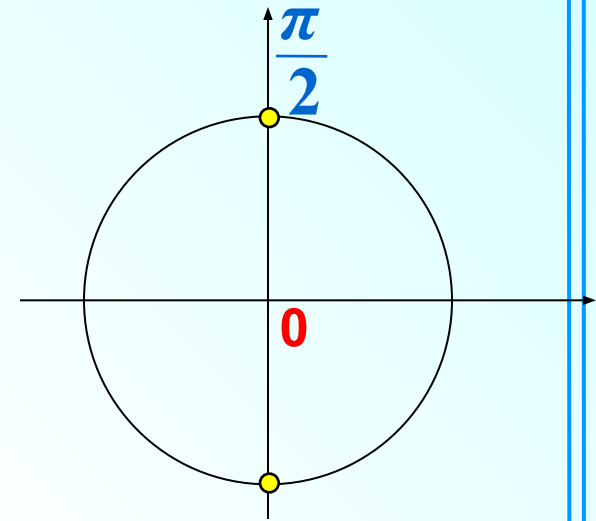
$$\cos x = -1$$



$$x = \pi + 2\pi n$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0$$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

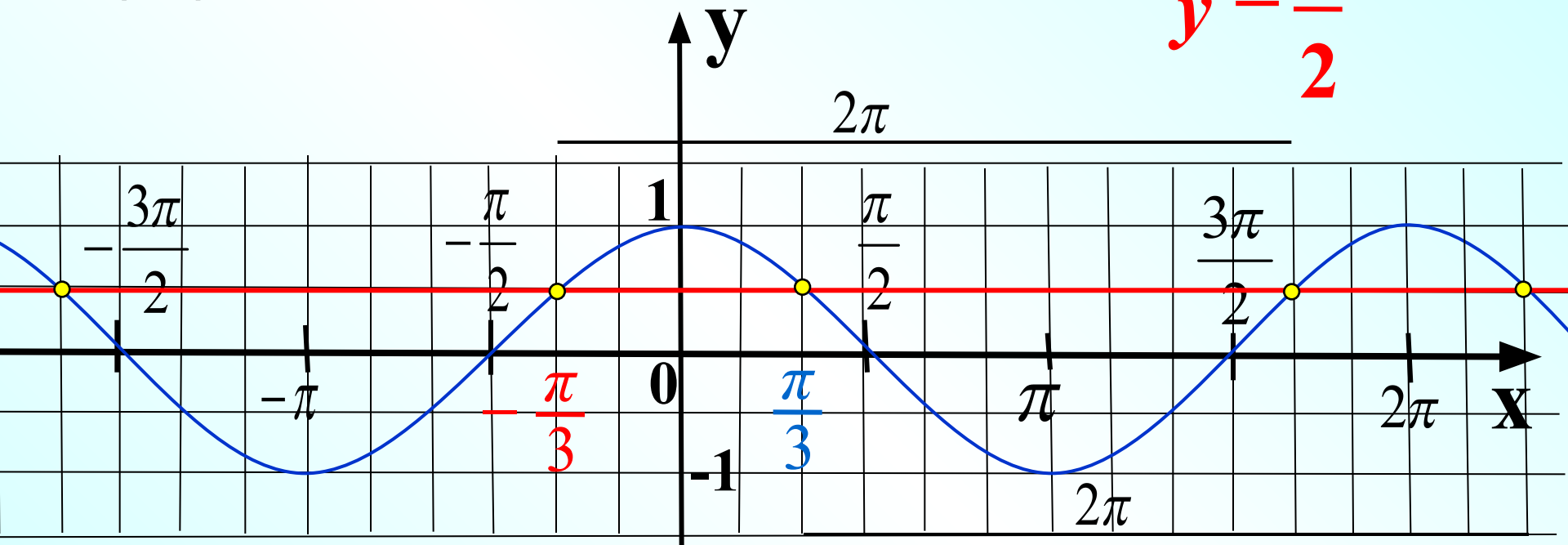
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$

Графический способ

$$y = \cos x$$

$$y = \frac{1}{2}$$



$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$