

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ  
Крымский республиканский институт постдипломного педагогического образования

Кафедра естественно-математического образования

## **УРОК ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА В 11 КЛАССЕ**

Учитель математики  
МКОУ «Цветочненская СШ»  
Ибрагимова Эльвира Шевкетовна

**Тема: Геометрический и физический смысл производной.**

**Цель:** систематизировать знания учащихся по данной теме и подготовить их к контрольной работе; показать учащимся необходимость знания материала изученной темы при решении прикладных задач; обратить внимание на связь данной темы с физикой и геометрией.

**Тип урока:** обобщение и систематизация знаний.

**Ожидаемые результаты:** учащиеся повторяют материал, связанный с практическим применением производной;

- 1) Смогут находить уравнения касательной к графику функции в данной точке, угол, под которым касательная к графику функции пересекает ось абсцисс;
- 2) Смогут решать задачи на нахождение с помощью производной скорости, ускорения, силы, кинетической энергии;
- 3) Будут знать сущность понятия производной.

## Ход урока

### 1 Актуализация опорных знаний

В качестве домашнего задания учащиеся получили вопросы, над которыми должны были самостоятельно поработать, найти ответы в справочной литературе или Интернете.

**Домашняя самостоятельная работа.**

**1. Что называется математическим анализом?**

(Ответ: это раздел математики, в котором изучается дифференциальное и интегральное исчисление.)

**2. Кто и когда создал эти исчисления?**

(Ответ: в 17 веке, практически одновременно и независимо друг от друга Ньютон в Англии и Лейбниц в Германии.)

**3. Каково основное содержание производной?**

(Ответ: производная функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  есть скорость изменения функции в этой точке. (Производная  $y=f(x)$  в точке  $x=x_0$  показывает, во сколько раз быстрее меняется  $y$ , чем  $x$ , в окрестности  $x_0$ .)

**4. Кто и в каком году вывел термин «производная»?**

(Ответ: Луи Лагранж в 1791 году)

**5. В чем состоит геометрический смысл производной?**

(Ответ: если функция в точке  $x_0$  имеет производную, то в этой точке определена касательная к графику  $f(x)$ . Причем ее угловый коэффициент равен  $f'(x_0)$ .)

**6. В чем состоит механический смысл производной?**

(Ответ:  $v(t)=s'(t)$ ;  $a(t)=v'(t)$ , где  $s(t)$ -путь , пройденный телом за время  $t$ ,  $v(t)$ -скорость тела в момент времени  $t$ ;  $a(t)$ - ускорение тела в момент времени  $t$ .)

## 2. Решение

### задач

1. Тело движется прямолинейно по закону  $s(t)=3+2t+t^2$  (м). Определите его скорость и ускорение в момент времени  $t=3$  с.

**Решение.**

$$v(t)=s'(t)=2+2t;$$

$$a(t)=v'(t)=2(\text{м/с}^2).$$

$$v(3)=2+2*3=8(\text{м/с}).$$

*Ответ: 8 м/с; 2 м/с<sup>2</sup>*

2. Тело, массой 0,5 кг движется прямолинейно по закону  $s(t)=2t^2-2t-3$  (м). Найдите кинетическую энергию тела через 3 с после начала движения, а также значение силы  $F$ , действующей на тело.

**Решение:**

$$v(t)=s'(t)=4t-2(\text{м/с});$$

$$v(3)=4*3-2=10(\text{м/с});$$

$$a(t)=v'(t)=4(\text{м/с}^2);$$

$$F=ma=0.5*4=2(\text{Н});$$

$$E=(mv^2)/2=(0.5*100)/2=25(\text{Дж}).$$

*Ответ: 2 Н, 25 Дж.*

3. Известно, что для любой точки  $C$  стержня  $AB$  длиной 10 см масса куска стержня  $AC$  длиной  $L$  определяется по формуле  $m(L)=4L^2+3L$ . Найдите линейную плотность стержня в середине отрезка.

**Решение.**

$$p(L)=m'(L)=8L+3; \quad p(5)=8*5+3=43 \text{ (г/см)}.$$

*Линейная плотность в точки  $C$  есть производная по  $L$  от переменной массы  $m(L)$ .*

*Ответ: 43 г/см.*

4. Количество электричества, прошедшего через проводник, начиная с момента  $t=0$ , задается формулой  $q(t)=2t^2+3t+1$ . Найдите силу тока в конце пятой секунды.

**Решение.**

$$I(t)=q'(t)=4t+3(A);$$

$$I(5)=4*5+3=23(A).$$

*Ответ: 23А.*

5. Количество тепла  $Q$ , необходимого для нагревания 1 кг воды от 0 градусов до  $t$  градусов, определяется по формуле  $Q(t)=t+0.0000003t^3$ . Вычислите теплоемкость воды для  $t=100$  градусов.

**Решение.**

$$C(t)=Q'(t)=1+0.00004t+0.0000009t^2;$$

$$Q'(100)=1+0.004+0.009=1.013(\text{дж}).$$

*Теплоемкость тела есть производная от количества тепла по температуре.*

*Ответ: 1,013Дж.*

6. Радиус круга  $R$  изменяется по закону  $R=4+2t^2$ (см). Определить, с какой скоростью изменяется его площадь в момент  $t=2$ с.

**Решение.**

$$S=\pi R^2=\pi(4+2t^2)^2;$$

$$S'=2\pi(4+2t^2)*4t=8\pi t(4+2t^2);$$

$$S'(2)=16*12=192\pi(\text{см}^2/\text{с}).$$

*Ответ: 192П.*

7. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y=(x^3+1):3$  в точке его пересечения с осью абсцисс.

**Решение.**

*Так как график пересекается с осью абсцисс, то  $y=0$ . Значит,  $(x^3+1):3=0$ . Отсюда  $x^3+1=0$ ,  $x^3=-1$ ;  $x=-1$ . Тогда  $x_0=-1$ . Уравнение касательной:  $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ ;  $f(x_0)=0$ ;  $f'(x)=x^2$ ;  $f'(-1)=(-1)^2=1$ ;  $y=0+1*(x+1)$ ;  $y=x+1$ .*

*Ответ:  $y=x+1$ .*

8. Под каким углом к оси  $Ox$  наклонена касательная, проведенная к  $y=2x^3-x$  в точке пересечения этой кривой с осью  $y$ ?

**Решение.**

Так как кривая пересекается с осью  $y$ , то  $x_0=0$ .  $y'=6x^2-1$ ;  $y'(0)=-1$ . Тогда  $\operatorname{tg} a=-1$ ;  $a=135$  градусов.

Ответ: 135 градусов.

### 3. Самостоятельная работа

**1 вариант.**

№1. Материальная точка движется по закону  $s(t)=12t+3t^3$ . Найдите ее скорость и ускорение в момент времени  $t=2$ с.

№2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $f(x)=x^3-27$  в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

**2 вариант.**

№1. Материальная точка движется по закону  $s(t)=16t+2t^3$ . Найдите ее скорость и ускорение в момент времени  $t=2$ с.

№2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $f(x)=x^3+8$  в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

## Решения и ответы к самостоятельной работе.

### 1 вариант.

№1.  $v(t)=s'(t)=12+9t^2$ ;  $v(2)=12+36=48(\text{м/с})$ ;  
 $a(t)=v'(t)=18t$ ;  $a(2)=18*2=36(\text{м/с}^2)$ .

Ответ: 48 м/с, 36 м/с<sup>2</sup>

№2.  $f(x)=0$ ;  $x^3-27=0$ ;  $x^3=27$ ;  $x=3$ , то есть  $x_0=3$   
 $f'(x)=3x^2$ ;  $f'(x_0)=f'(3)=27$ . Значит,  $\text{tg } \alpha =27$ .

Ответ:27.

### 2 вариант.

№1.  $v(t)=s'(t)=16+6t^2$ ;  $v(2)=16+6*4=40(\text{м/с})$ ;  
 $a(t)=v'(t)=12t$ ;  $a(2)=12*2=24(\text{м/с}^2)$ .

Ответ: 40 м/с, 24 м/с<sup>2</sup>

№2.  $f(x)=0$ ;  $x^3+8=0$ ;  $x^3=-8$ ;  $x=-2$ , то есть  $x_0=-2$   
 $f'(x)=3x^2$ ;  $f'(x_0)=f'(-2)=12$ . Значит,  $\text{tg } \alpha =12$ .

Ответ:12.

#### **4. Подведение итогов урока**

Итак, мы вспомнили, что называется производной, ее геометрическое истолкование, физический смысл.

Скажите, связь с какими предметами школьного курса прослеживалась сегодня на уроке при выполнении упражнений?

#### **5. Домашнее задание**

Подготовиться к контрольной работе по выданным тренировочным карточкам.

Подготовить рефераты на тему «Интересный исторический факт из биографии ученых» (Ньютона, Лейбница, Лагранжа- по выбору).



# Заключен

На основе разработанной методики преподавания:

*все понятия, изучаемые по определенной теме, переосмысливаются учащимися на более высоком, теоретическом уровне, углубляются и обобщаются. Ученики получают необходимые навыки в работе с определениями, понимают простые логические рассуждения и они смогут изучать курс математики старших классов более осознанно и с интересом.*