

# Методы решения тригонометрических уравнений

Вантеева Наталия Александровна,  
МАОУ «Лицей №36»



# *Цели:*

**Повторить, обобщить, систематизировать и углубить знания о методах решения тригонометрических уравнений**



# Найди ошибку

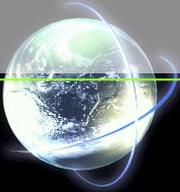
- $$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\arctg \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{arcctg} (-1) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arctg 1 = \left(-\frac{\pi}{4}\right)$$



# УСТАНОВИ СООТВЕТСТВИЕ

★ 1)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

★ 2)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

★ 3)  $\operatorname{tg} x = -1$ ;

★ 4)  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$

★ 5)  $\sin t = -2$ ;

★ 6)  $\cos t = 1$ ;

★ 7)  $\operatorname{tg} t = \frac{1}{2}$ ;

★ 8)  $\operatorname{ctg} t = 5$ ;

★ 9)  $\cos a = 1,3$ ;

★ 10)  $\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

★ 11)  $\sin a = 1$ ;

★ 12)  $\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

1.  $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

2.  $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

3.  $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

4.  $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5.  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

6.  $\frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

7. нет корней.

8.  $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

9.  $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

10.  $\operatorname{arctg} 5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

11.  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

# *Проекты*

- Применение тригонометрии в жизни
- Тригонометрические уравнения при решении геометрических задач
- Тригонометрические уравнения в заданиях ЕГЭ
- Графический способ решения тригонометрических уравнений с применением ПК



**Условие:** в

треугольнике из одной вершины проведены высота и медиана. Известно, что угол разделился на три равные части. Определите углы треугольника.

**Решение:** Пусть в треугольнике  $ABC$  из вершины  $A$  проведены высота  $AN$  и медиана  $AM$ . Каждый из трех равных углов при вершине  $A$  обозначим через  $x$ . К треугольникам  $ABM$  и  $AMC$  (рис. 2) применим теорему синусов.



Получим следующие соотношения:

$$\frac{AM}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \frac{BM}{\sin 2x} \quad \frac{AM}{BM} = \frac{\cos x}{\sin 2x};$$

$$\frac{AM}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)} = \frac{MC}{\sin x} \quad \frac{AM}{MC} = \frac{\cos 2x}{\sin x};$$

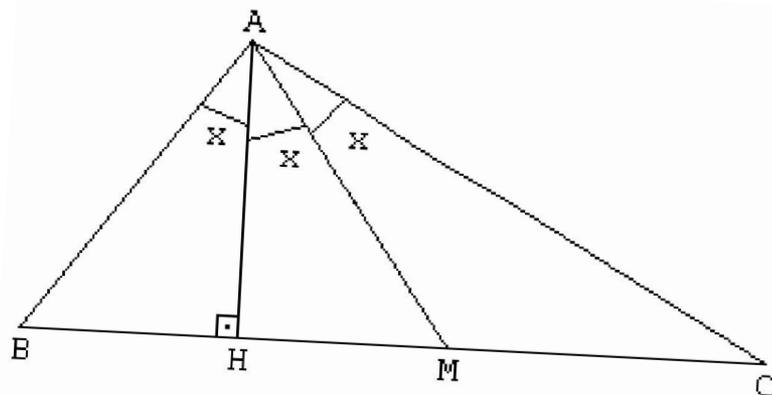


Рис. 2

Отсюда получаем такое тригонометрическое уравнение:

$$\frac{\cos x}{\sin 2x} = \frac{\cos 2x}{\sin x} \quad \sin 2x = \sin 4x \quad 2x = \pi - 4x \quad x = \frac{\pi}{6}.$$

О т в е т: угол А - прямой, один из острых углов равен  $30^\circ$ , другой  $60^\circ$ .

Однако эту задачу можно решить и без использования тригонометрических уравнений. В треугольнике АНС отрезок АМ является биссектрисой, поэтому

$АН:АС=НМ:МС$ . Заметим, что  $ВН=НМ$ ,  $ВМ=МС$ , поэтому  $НМ=\frac{МС}{2}$ . Значит,  $\frac{АН}{АС}=\frac{1}{2}$ . В

прямоугольном треугольнике АНС катет АН оказался вдвое меньше гипотенузы АС, поэтому находим, что  $\angle C=30^\circ$ .

Найти сумму всех целых значений  
параметра  $a$ , при которых  
уравнение

$$\sin^2 x - 2\cos x - 2 - a = 0$$

имеет решение.

