

Квадратичная функция в задачах с параметрами

По материалам заданий ЕГЭ и ГИА

Квадратичная функция в задачах с параметрами

- Наибольшее и наименьшее значение, принимаемое квадратичной функцией.
- Расположение корней квадратного трехчлена относительно заданных точек.
- График квадратичной функции.

- При каких значениях параметра a функция

$$y = \frac{2^{ax+7}}{2^{x^2}}$$

имеет максимум в точке $x=4$.

$$y = \frac{2^{ax+7}}{2^{x^2}} = 2^{-x^2+ax+7}$$

2^t – монотонно возрастает,

$$f(x) = -x^2 + ax + 7$$

$$x_e = \frac{a}{2}, \quad \frac{a}{2} = 4, \quad a = 8.$$

- Найти все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$$

больше 1.

Найти все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

$$\begin{cases} x \geq 7, \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$x_0 = 4 - a$$

$$f(x) = x^2 + (2a - 8)x + 7$$

$$1 < x < 7$$

$$x_0 = 4 + a$$

$$f(x) = -x^2 + (2a + 8)x - 7$$

Найти все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Функция может принимать наименьшее значение только в $x = 1$, или $x = 7$, или $x = 4 - a$, если $4 - a \notin [1; 7]$

Найти все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

$$\begin{cases} f(1) > 1, \\ f(7) > 1, \\ f(4-a) > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > \frac{1}{2}, \\ a > \frac{1}{14}, \\ 2a^2 - 8a - |a^2 - 9| + 1 < 0 \end{cases}$$

Найти все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

$$\left[\begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 - 8a + 10 < 0 \\ \frac{1}{2} < a < 3 \\ 3a^2 - 8a - 8 < 0 \end{cases} \right.$$

$$\left[\begin{cases} a \geq 3 \\ 4 - \sqrt{6} < a < 4 + \sqrt{6} \\ \frac{1}{2} < a < 3 \\ \frac{4 - \sqrt{40}}{3} < a < \frac{4 + \sqrt{40}}{3} \end{cases} \right.$$

$$\begin{cases} 3 \leq a < 4 + \sqrt{6}, \\ \frac{1}{2} < a < 3 \end{cases}$$

ОТВЕТ : $a \in \left(\frac{1}{2}; 4 + \sqrt{6} \right)$.

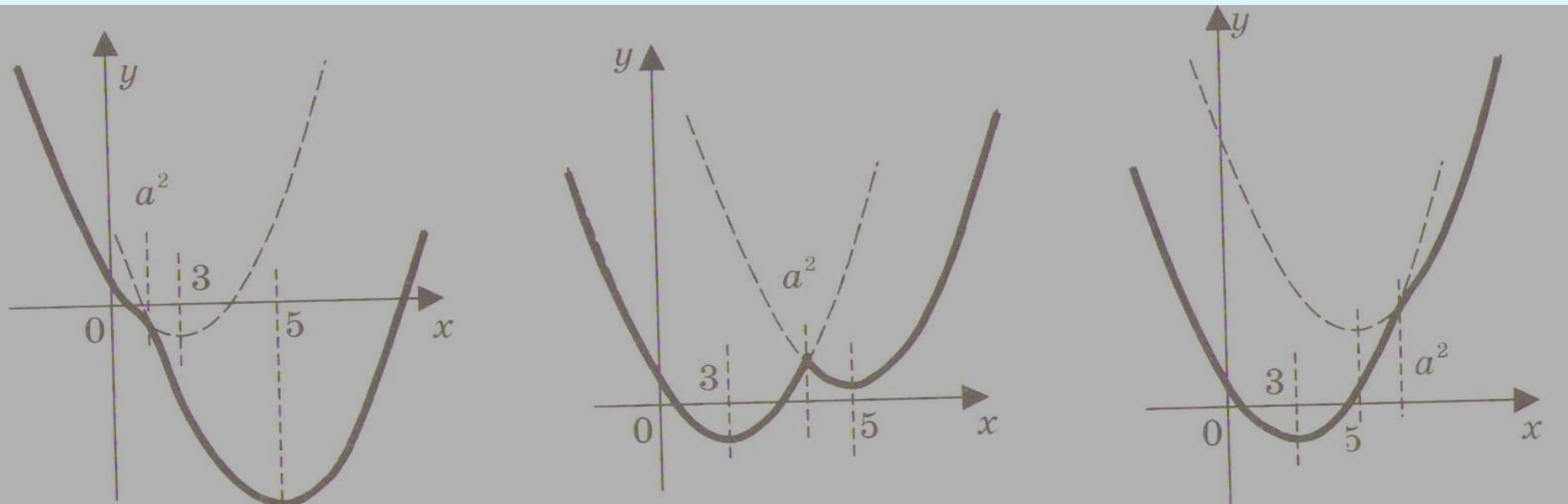
Найти все значения параметра a , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума

Найти все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$ имеет более двух точек экстремума

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 10x + 2a^2 \\ x \geq a^2 \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) = x^2 - 6x - 2a^2 \\ x \leq a^2 \end{cases}$$



Функция имеет более двух точек экстремума
тогда и только тогда, когда точка $x = a^2$
является ее точкой максимума,

т.е. $3 < a^2 < 5$

Ответ: $a \in (-\sqrt{5}; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{5})$.