

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

Токарева Инна Александровна
учитель математики
МБОУ гимназия №1
г. Липецка

1. Точки пересечения графика функции с осями координат.
2. Монотонность функции (т.е. возрастание или убывание функции).
3. Ограниченность функции.
4. Наименьшее и наибольшее значение функции.
5. Четность и нечетность функции.
6. Выпуклость графика функции.
7. Непрерывность функции.



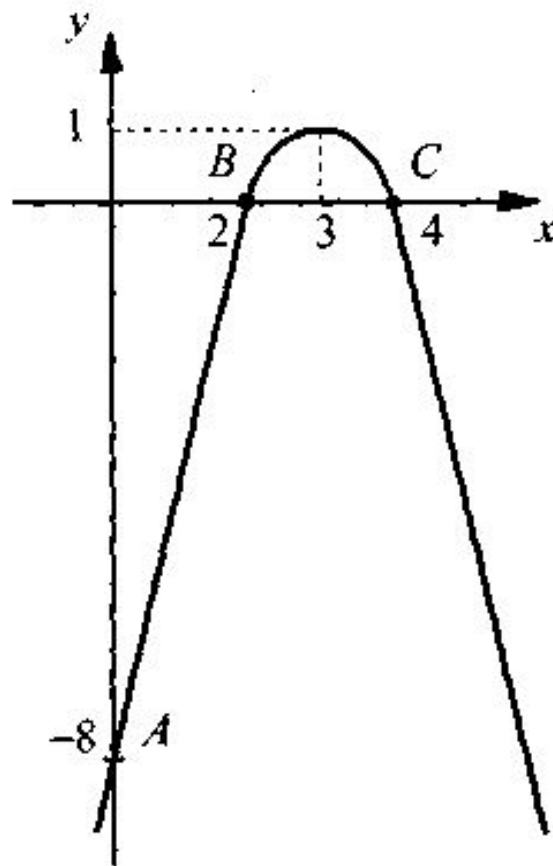
1. ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГРАФИКА ФУНКЦИИ С ОСЯМИ КООРДИНАТ.

- Точка пересечения с осью Oy равна значению функции $y(x)$ при $x=0$, т.е. $y(0)$.
- Точки пересечения с осью Ox являются корнями уравнения $y(x) = 0$ и называются **нулями функции**.

Пример 1. Найти точки пересечения графика функции $y(x) = -x^2 + 6x - 8$ с осями координат.



Пример 1. Найти точки пересечения графика функции $y(x) = -x^2 + 6x - 8$ с осями координат.



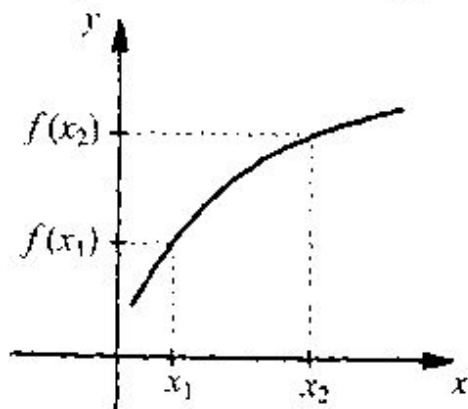
- С осью Ox : $A(0; - 8)$.
- С осью Oy : $B(2; 0)$ и $C(4; 0)$



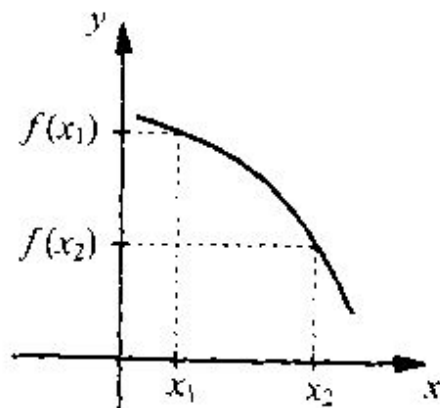
2. Монотонность функции

(т.е. возрастание или убывание функции).

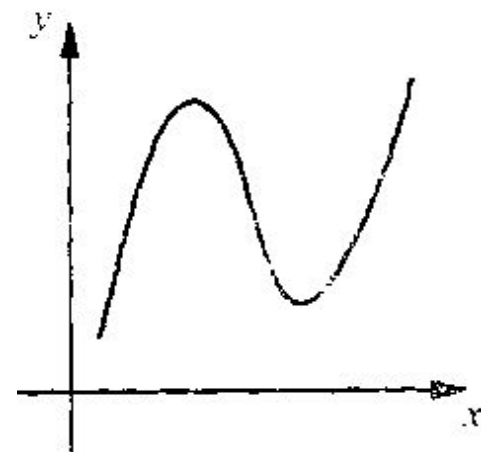
- **Опр.1.** Функция $y=f(x)$ называется **возрастающей на множестве** $X \subseteq D(f)$, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции (т.е. если $x_2 > x_1$, то $f(x_2) > f(x_1)$).
- **Опр.2.** Функция $y=f(x)$ называется **убывающей на множестве** $X \subseteq D(f)$, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции (т.е. если $x_2 > x_1$, то $f(x_2) < f(x_1)$).



Возрастающая функция,
 $f(x_2) > f(x_1)$

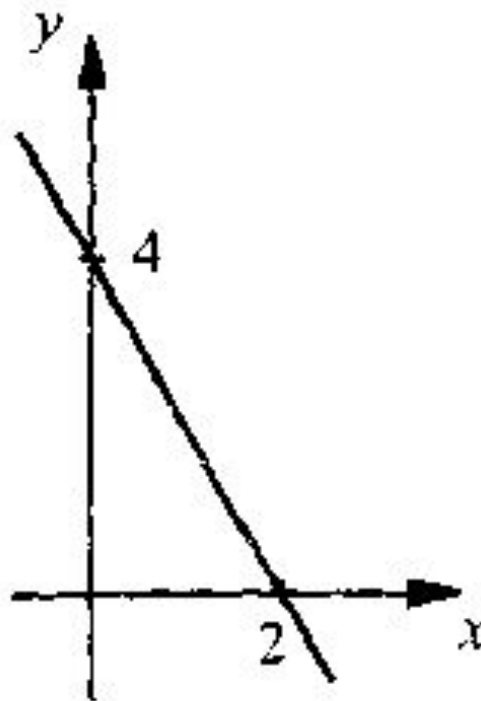


Убывающая функция,
 $f(x_2) < f(x_1)$



Немонотонная функция

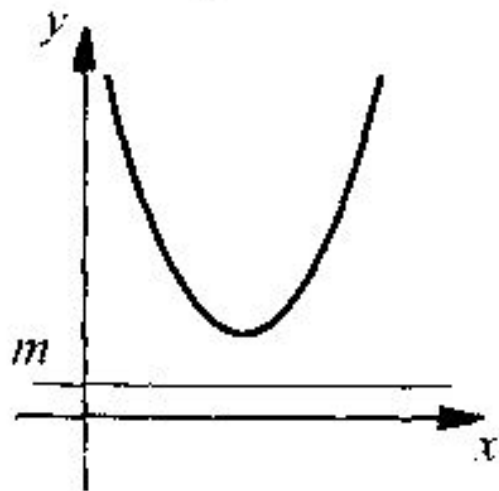
ПРИМЕР 2. ОПРЕДЕЛИТЬ МОНОТОННОСТЬ
ФУНКЦИИ $f(x) = -2x + 4$.



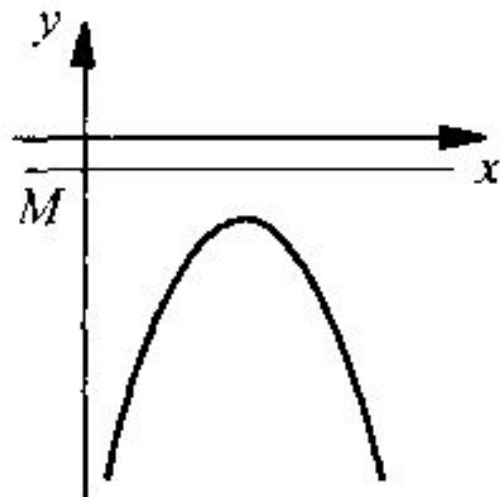
3. ОГРАНИЧЕННОСТЬ ФУНКЦИИ.

- **Опр.3.** Функция $y=f(x)$ называется **ограниченной снизу на множестве** $X \subset D(f)$, если все значения функции больше некоторого числа m (т.е. $f(x) > m$).
- **Опр.4.** Функция $y=f(x)$ называется **ограниченной сверху на множестве** $X \subset D(f)$, если все значения функции меньше некоторого числа M (т.е. $f(x) < M$).
- **Опр.5.** Если функция ограничена снизу и сверху, то она называется **ограниченной**.

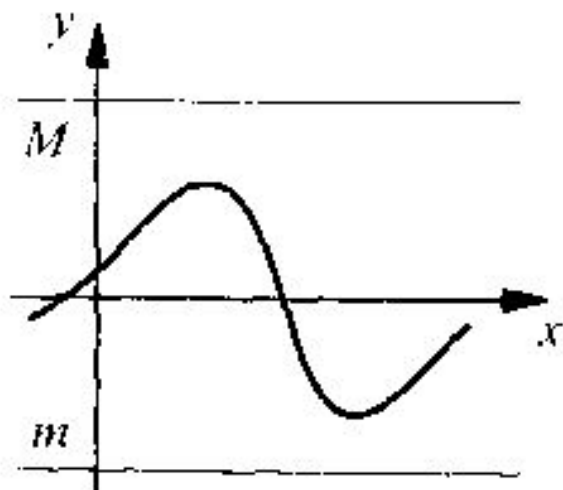




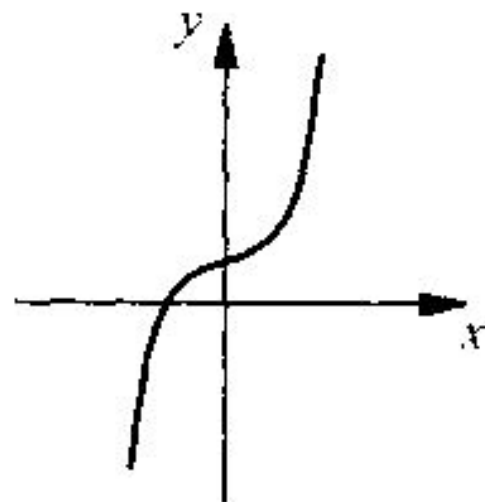
Ограничена снизу



Ограничена сверху



Ограничена

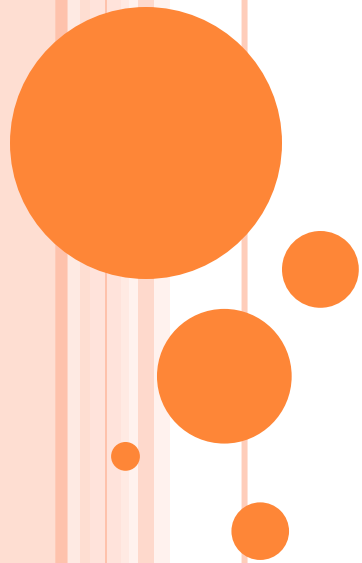


Не ограничена

Пример 3. Доказать, что функция $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ ограничена сверху.



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ



1. Точки пересечения графика функции с осями координат.
2. Монотонность функции (т.е. возрастание или убывание функции).
3. Ограниченность функции.
4. Наименьшее и наибольшее значение функции.
5. Четность и нечетность функции.
6. Выпуклость графика функции.
7. Непрерывность функции.



4. НАИМЕНЬШЕЕ И НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ.

□ **Опр.6.** Число m называют **наименьшим значением** функции $y=f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

- 1) существует число $x_0 \in X$ такое, что $f(x_0) = m$;
- 2) для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

• **Опр.7.** Число M называют **наибольшим значением** функции $y=f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

- 1) существует число $x_0 \in X$ такое, что $f(x_0) = M$;
- 2) для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

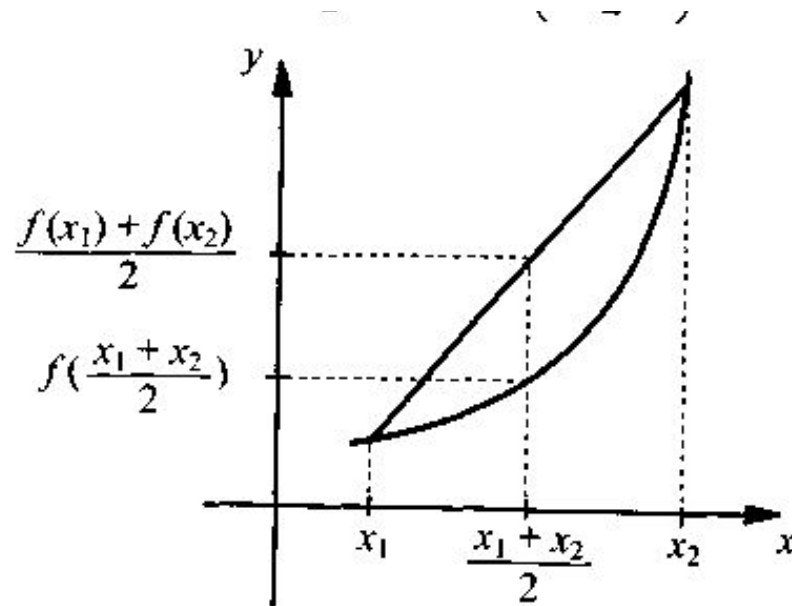
Пример 4. Найти наибольшее значение функции $f(x) = -x^2 + 6x - 8$

Пример 5. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x) = -2x + 4$ на отрезке $[-1; 3]$



6. ВЫПУКЛОСТЬ ГРАФИКА ФУНКЦИИ.

- **Опр.9.** Функция $y=f(x)$ **выпукла вниз** на промежутке X , если при соединении любых двух точек графика отрезком прямой часть графика располагается ниже этого отрезка.

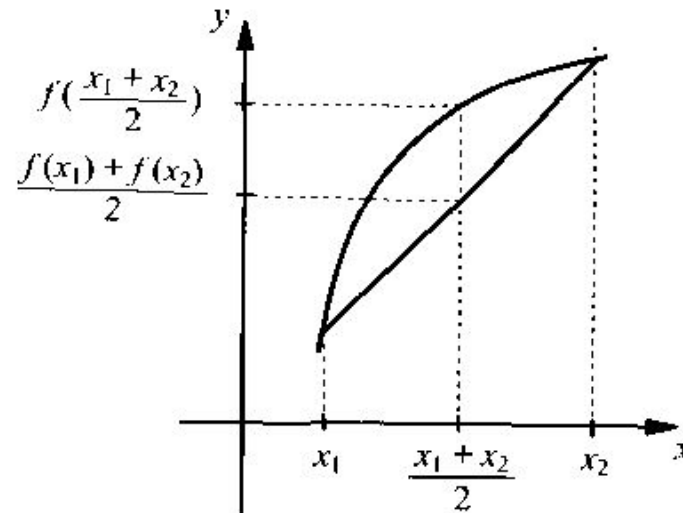


Выпукла вниз, $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$



6. ВЫПУКЛОСТЬ ГРАФИКА ФУНКЦИИ.

- **Опр.10.** Функция $y=f(x)$ **выпукла вверх** на промежутке X , если при соединении любых двух точек графика отрезком прямой часть графика располагается выше этого отрезка.



Выпукла вверх, $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} < f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$



7. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ.

- **Опр.11.** Функция $y=f(x)$ **непрерывна** на промежутке X , если при малом изменении аргумента функция меняется незначительно.
- При этом график непрерывной функции сплошной и не имеет разрывов.



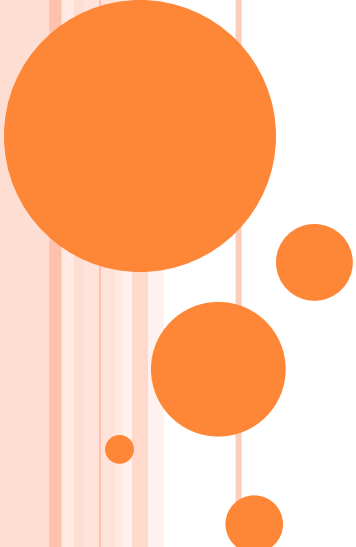
СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ

- 1) область определения функции;
- 2) монотонность;
- 3) ограниченность;
- 4) $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$;
- 5) непрерывность;
- 6) область значений;
- 7) выпуклость.

- 8) четность.



ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ ФУНКЦИИ



Токарева Инна Александровна
учитель математики
МБОУ гимназия №1
г. Липецка

5. ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ ФУНКЦИИ.

- ▣ Область определения называется **симметричной**, если функция определена и в точке x_0 и в точке $(-x_0)$ (т.е. в точке симметричной x_0 относительно начала числовой оси).

Пример 6. Найти область определения функции:

$$а) f(x) = \frac{2 - 3x}{x^2 - 4}$$

$$б) f(x) = \frac{2 - 3x}{x - 4}$$

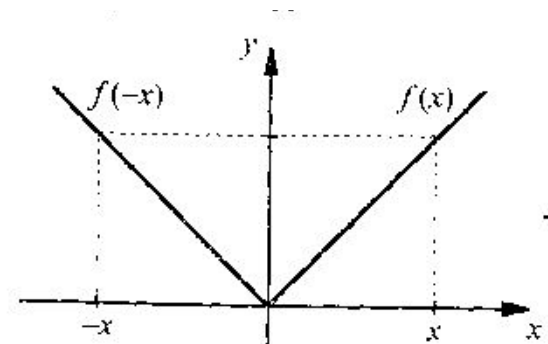


5. ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ ФУНКЦИИ.

- Понятие **четности** вводится **только** для функции с **симметричной областью определения**.

Опр.8. Функция называется **четной**, если **при изменении знака аргумента значение функции не меняется**,

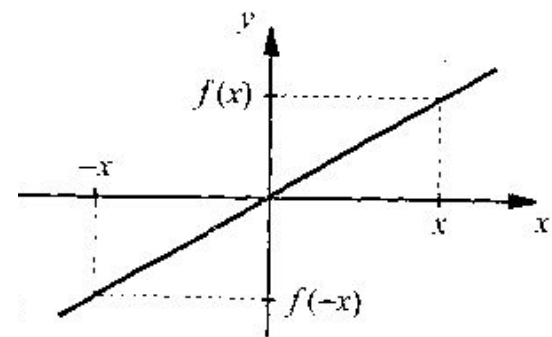
т.е. $f(-x) = f(x)$.



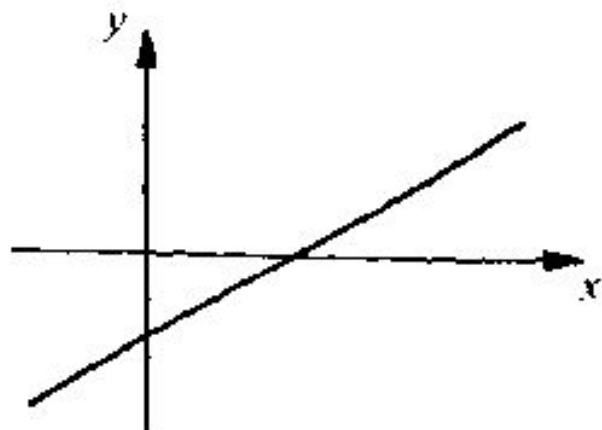
Четная функция,
 $f(-x) = f(x)$

Опр.9. Функция называется **нечетной**, если **при изменении знака аргумента значение функции также меняется на противоположное**,

т.е. $f(-x) = -f(x)$.



Нечетная функция,
 $f(-x) = -f(x)$

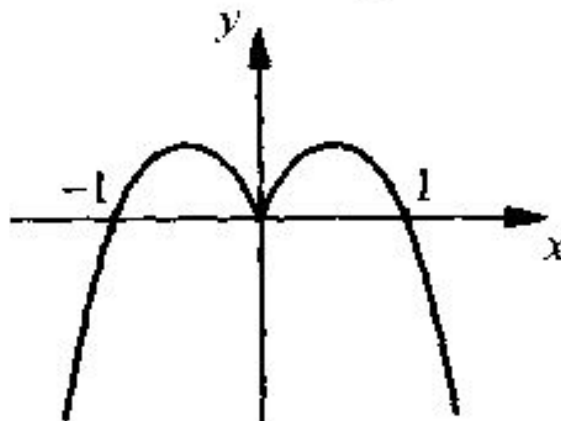


Функция, не имеющая четности

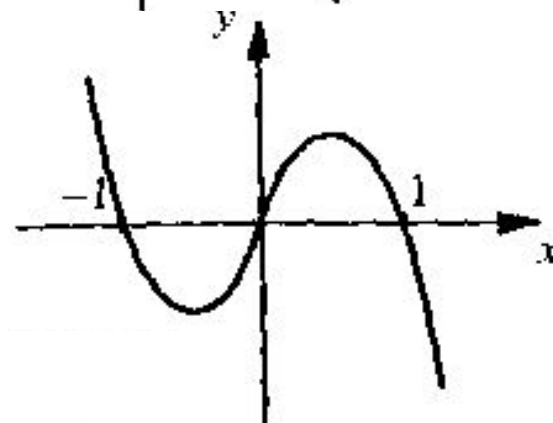


Пример 7. Выяснить четность функций:

А) $f(x) = |x| - x^2$;



Б) $f(x) = x - x^3$;



В) $f(x) = x - 2$.

