

Тема: **Математическое моделирование в  
ЭКОЛОГИИ**

В надорганизменных системах существует множество взаимосвязей, которые непрерывно меняются. Одни и те же внешние воздействия могут привести к различным, иногда прямо противоположным результатам, в зависимости от того, в каком состоянии находилась система в момент воздействия.

## Значения термина «модель»

**1.** *Физическое* (вещественно-натуральное) или знаковое (математическое) подобие (обычно упрощенное) реального объекта, явления или процесса;

**2.** Уменьшенное подобие реального объекта; отличают действующую модель и только имитирующую форму чего-то (макет);

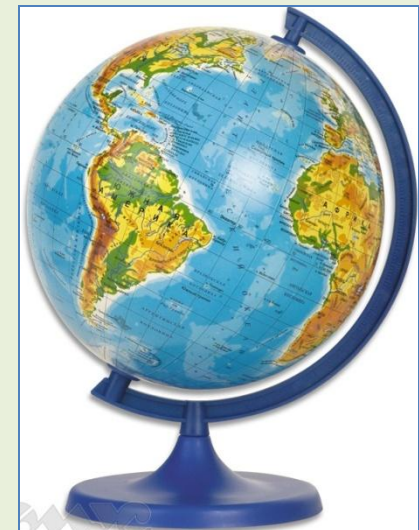
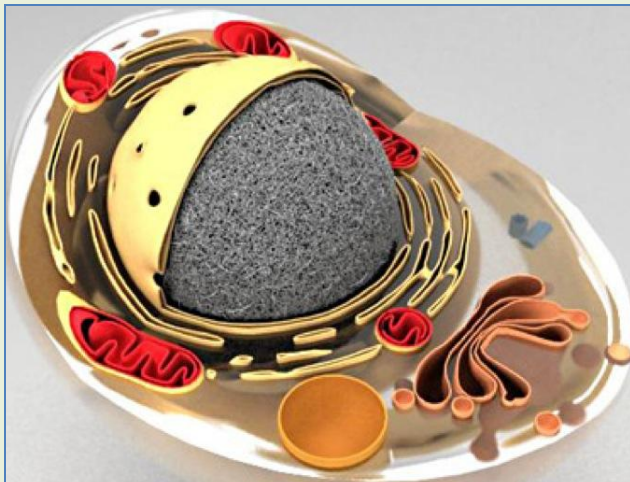
**3.** Схема, изображение или описание какого-либо явления или процесса в природе и обществе.

В экологии **модель** – материальный или мысленно представляемый объект, который при исследовании замещает объект-оригинал, и его изучение дает новые знания об объекте-оригинале. Модель упрощает действительность, но ярко показывает элементы и связи интересные ученому.

**Моделирование** – метод исследования сложных объектов, явлений и процессов путем их упрощенного имитирования (натурного, математического, логического). Основывается на теории подобия (сходства) с объектом-аналогом.

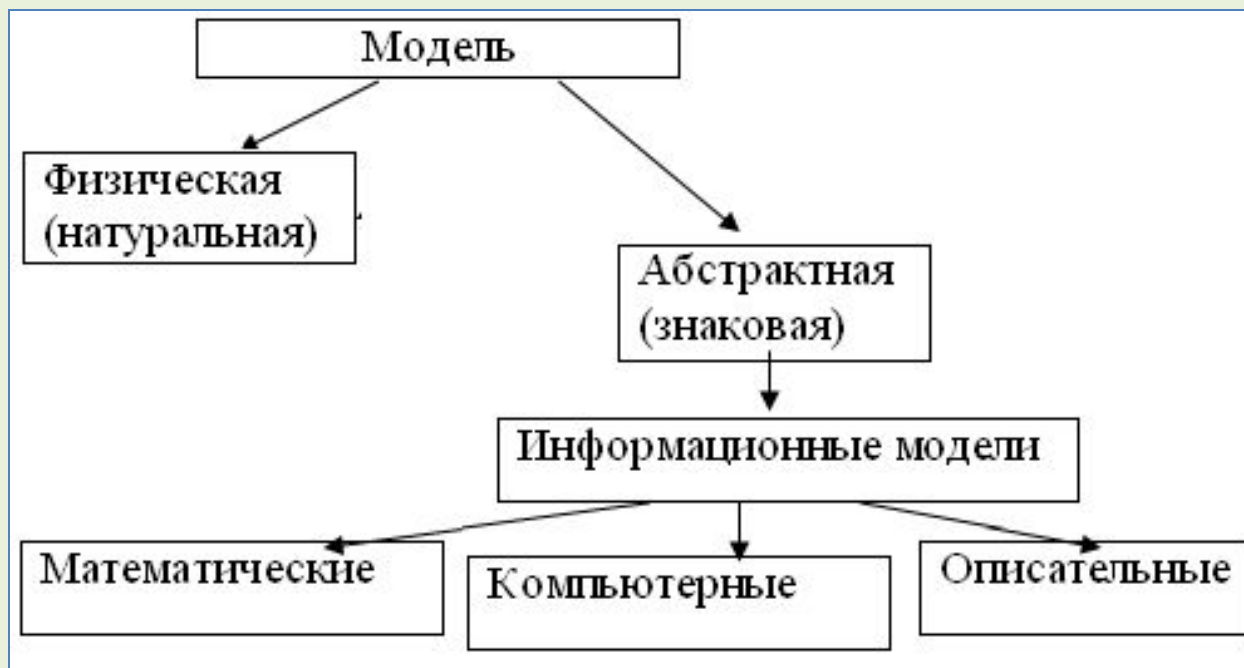
*Требования к моделям:*

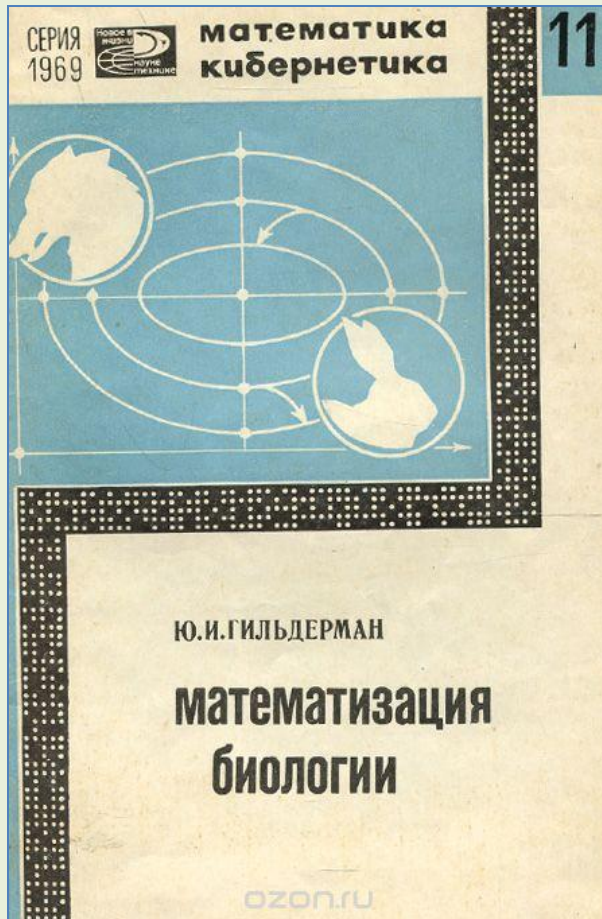
- увеличенное (клетка) или уменьшенное (глобус) подобие объекта;
- замедляет быстро протекающие процессы или ускоряет медленно протекающие;
- упрощает реальный процесс – возможность обратить внимание на главную сущность объекта.



*Виды моделей:* материальные (предметные) и идеальные (мысленные)

**Рис.** Виды моделей.





Из материальных – физические модели. При строительстве ГЭС строятся уменьшенные модели устройств и сооружений.

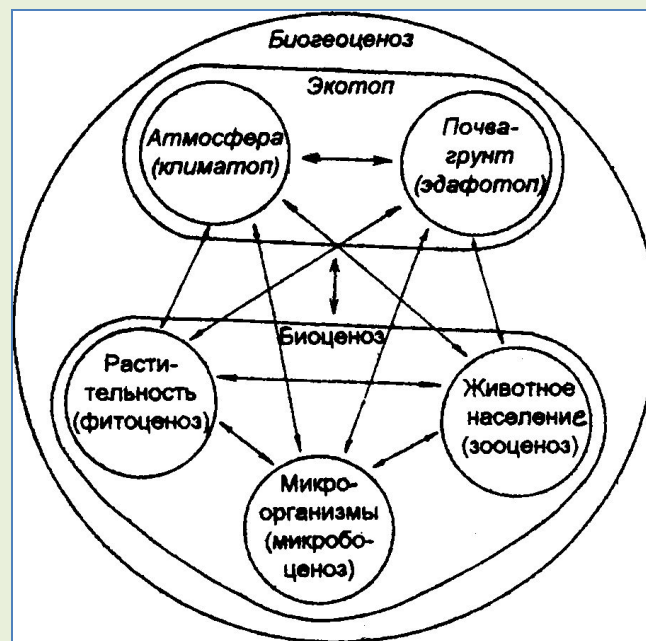
*Математические, кибернетические, имитационные, графические модели. Суть:* с помощью математических символов строится абстрактное упрощенное подобие изучаемой системы. Меняя значение отдельных параметров, исследуют, как поведет себя данная искусственная система, т. е. как изменится конечный результат.

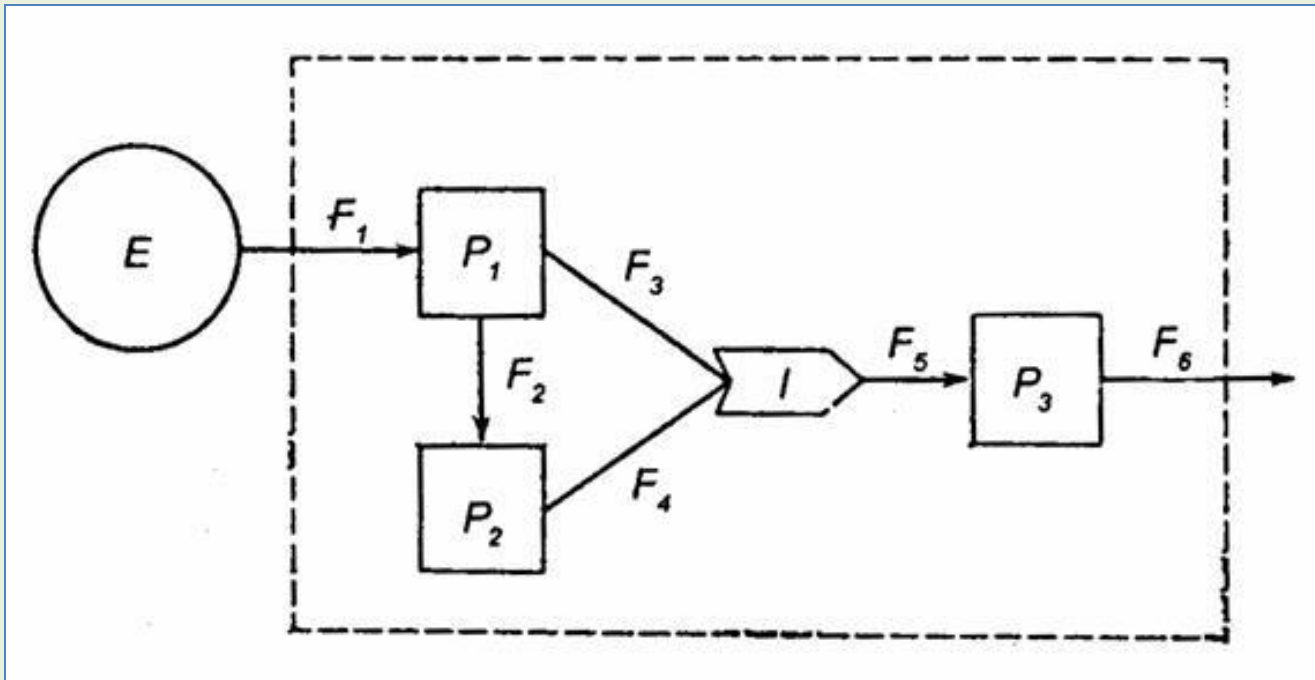
*Кибернетические* – математические модели, строящиеся с применением ЭВМ.

**Имитационное моделирование** – исследования, в которых с помощью ЭВМ строят *имитационные модели* и проводят модельные эксперименты.

*Графические модели* – блоковые схемы или таблицы-графика раскрывают зависимость между процессами. Графическая модель позволяет конструировать сложные эко- и геосистемы.

По охвату территории модели: локальные, региональные и глобальные.



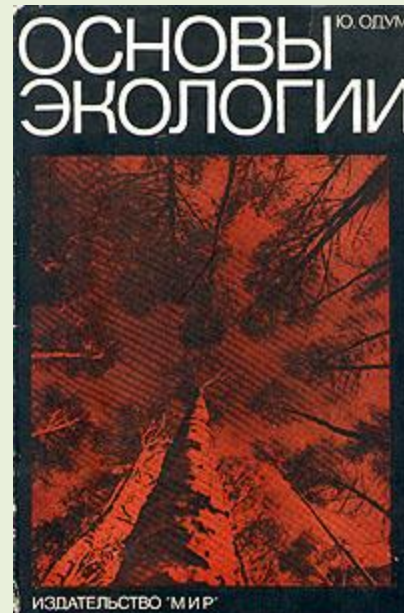
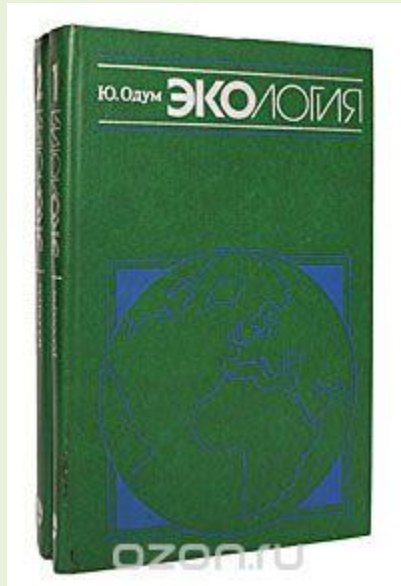


**Рис.** Блоковая схема с четырьмя основными компонентами моделирования экологических систем (Ю. Одум, 1986):  $E$  – движущая сила;  $P$  – свойства;  $F$  – потоки;  $I$  – взаимодействие.





**Юджин Одум (1913-2002)** - амер. биолог, известен по новаторским работам в области экосистемной экологии. Автор классического учебника «Основы экологии», 1953 г.





На рис.  $P_1$  и  $P_2$  - свойства, которые при взаимодействии (I) дают некое третье свойство  $P_3$  (или влияют на него), когда система получает энергию от источника  $E$ . Обозначены также пять направлений потоков вещества и энергии (F):  $F_1$  – вход, а  $F_6$  – выход для системы как целого. В модели экологической ситуации минимум четыре компонента:

1. источник энергии или другая внешняя движущая сила;
2. переменные состояний;
3. направления потоков, связывающих свойства между собой и с действующими силами через потоки энергии и вещества;
4. взаимодействия или функции взаимодействий между силами и свойствами, изменяя, усиливая или контролируя перемещение веществ и энергии или создавая качественно новые (*эмерджентные*) свойства.

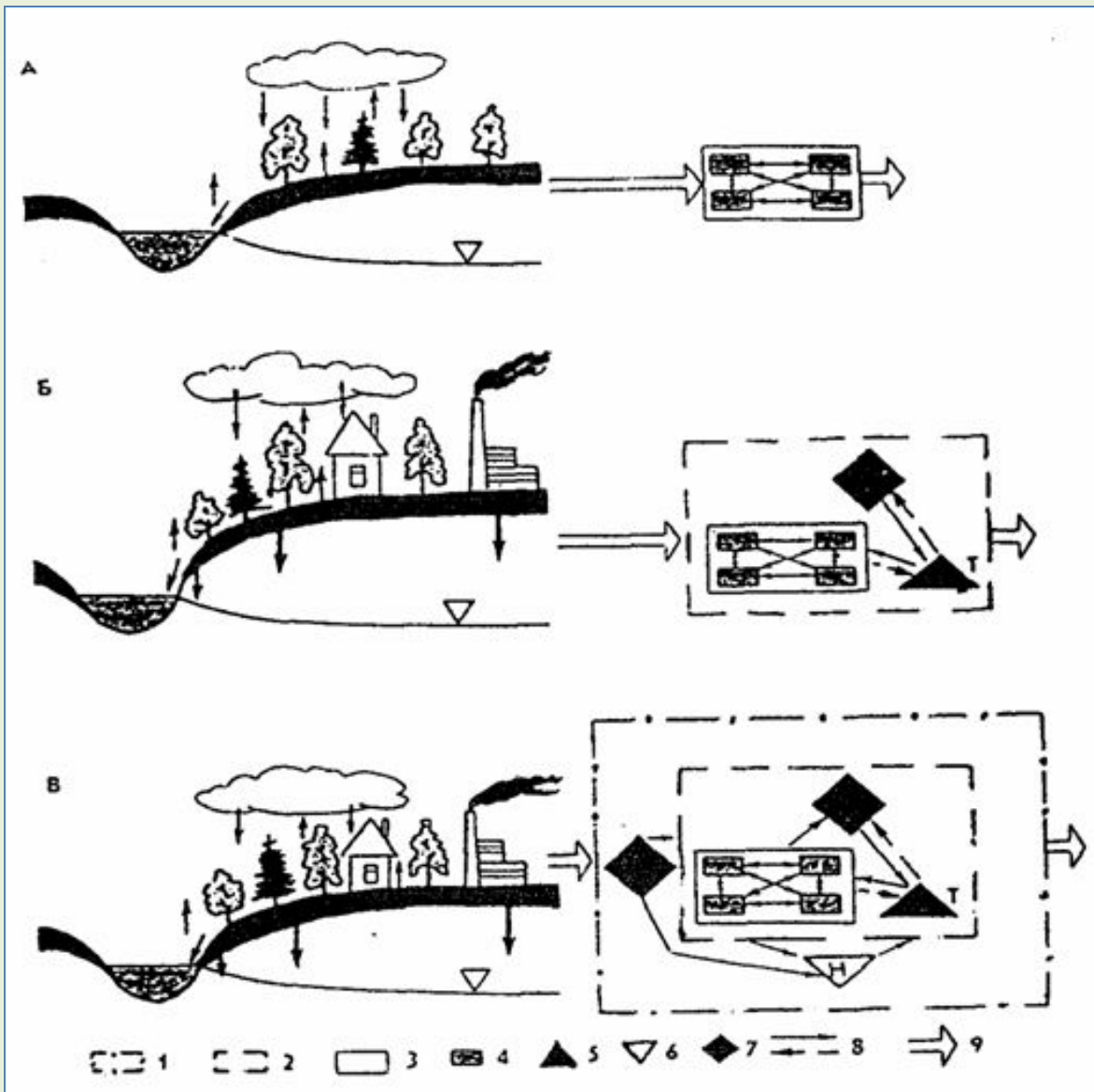
Блок-схема на рис. – модель лугопастбищной экосистемы:  $P_1$  – зеленые растения, превращающие солнечную энергию  $E$  в пищу.  $P_2$  – растительноядное животное, поедающее растения, а  $P_3$  – всеядное животное, которое может питаться как растительноядными, так и растениями.

Взаимодействие  $I$  - «случайный» переключатель, если наблюдения в реальном мире показали, что всеядное животное  $P_3$  питается  $P_1$  и  $P_2$  без разбора в зависимости от их доступности.  $I$  имеет постоянное % значение при обнаружении, что рацион  $P_2$  состоит, к примеру, на 80% из растительной и на 20% из животной пищи, независимо от того, каковы запасы  $P_1$  и  $P_2$ .  $I$  - «сезонный» переключатель, когда  $P_3$  питается растениями в один сезон года и животными – в другой. Наконец,  $I$  – пороговый переключатель, если  $P_3$  сильно предпочитает животную пищу и переключается на растения только тогда, когда уровень  $P_2$  падает ниже определенного порога.

В качестве научной основы природопользования используется модель геосистемы (географической системы). Эта модель применяется в природопользовании для прогнозирования, а также с целью управления природопользованием посредством воздействия на один компонент для получения положительного эффекта от другого.

Природная геосистема – сравнительно простая географическая модель, саморегулирующаяся система. Ее целостность поддерживается взаимосвязью природных компонентов.

В более сложные модели в качестве нового элемента вводится человек (общество).



**Рис.** Модели разных видов геосистем - природной (А), природно-технической (Б), интегральной (В)

Схематические рисунки и соответствующие им графические модели справа показывают увеличение числа элементов, слагающих каждую геосистему, и связей между ними:

- 1 – граница интегральной геосистемы;
- 2 – граница природно-технической геосистемы;
- 3 – граница природной геосистемы;
- 4 – природные компоненты, элементы;
- 5 – технические элементы, подсистемы;
- 6 – население;
- 7 – орган управления, принимающий и контролирующий решения;
- 8 – связи между компонентами, элементами, подсистемами;
- 9 – связи на входе и выходе систем.



*Суть метода:* с помощью математических символов строится абстрактное упрощенное подобие изучаемой системы. Меняя значение отдельных параметров, исследуют, как поведет себя данная искусственная система, т.е. как изменится конечный результат.

Модели строят на основании сведений, накопленных в полевых наблюдениях и экспериментах. Чтобы построить адекватную математическую модель, требуются существенные эмпирические знания. Отразить все бесконечное множество связей популяции или биоценоза в единой математической схеме нереально. Однако, в надорганизменных системах имеется внутренняя структура и действует принцип «не все связи существенны», можно выделить главные связи и получить более или менее верное приближение к действительности.

## Этапы построения математических моделей:

**1.** Реальные *моделируемые явления изучаются*: выявляются главные компоненты и законы взаимодействия между ними. Формулируются вопросы, ответ на которые должна дать модель. Высказывается гипотеза о его течении.

*2. Разрабатывается математическая теория,* описывающая изучаемые процессы с нужной детальностью. На ее основе строится модель в виде системы абстрактных взаимодействий. Установленные законы должны быть облечены в точную математическую форму. Конкретные модели могут быть представлены в аналитической форме (системой аналитических уравнений) или в виде логической схемы машинной программы. Модель природного явления есть строгое математическое выражение сформулированной гипотезы.

**3. Проверка модели** – расчет на основе модели и сравнение результатов с действительностью. Проверяется правильность сформулированной гипотезы. При расхождении сведений модель отвергают или совершенствуют. При согласованности результатов модели используют для прогноза, вводя в них различные исходные параметры.

Математическая модель не абсолютное доказательство правильности гипотезы, так как может оказаться, что разные гипотезы приводят к сходным результатам, но она служит одним из путей анализа реальности.

В случае правильно построенной модели можно увидеть то, что трудно или невозможно проверить в эксперименте, воспроизводит процессы, наблюдение которых в природе потребовало бы много сил и времени. В математических моделях можно «проигрывать» разные варианты – вычленять разные связи, комбинировать отдельные факторы, упрощать или усложнять структуру систем, менять последовательность и силу воздействий - все это дает возможность лучше понять механизмы, действующие в природе.



Моделируют отдельные типы экологических взаимодействий хищник-жертва, паразит-хозяин, конкурентные отношения, мутуализм и др.

Математическими моделями описываются и проверяются варианты динамики численности популяций, продукционные процессы в экосистемах, условия стабилизации сообществ, ход восстановления систем при разных формах нарушений и многие др. явления.

Например, одну из простейших математических моделей для системы паразит-хозяин в динамике численности насекомых разработал в 1925 г. А. Лотка, который вывел следующие уравнения:



**Альфред Джеймс  
Лотка (1880-1949)** - амер.  
математик, физико-химик  
статистик, деморгаф. Известен за  
работу в области динамики  
популяций.

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 - p_1 N_1 N_2; \quad \frac{dN_2}{dt} = p_2 N_1 N_2 - d_2 N_2,$$

$N_1$  – численность популяции хозяина;  $N_2$  – численность популяции паразита;  $r$  – удельная скорость увеличения популяции хозяина;  $d_2$  – удельная скорость гибели популяции паразита;  $p_1, p_2$  – константы.

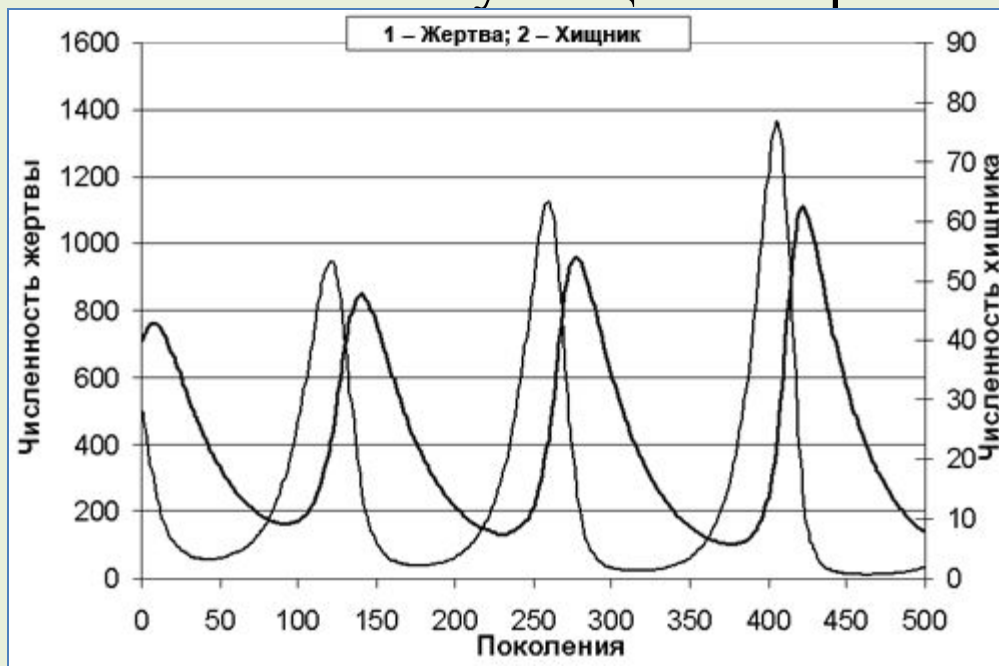
График процесса паразитической инвазии, построенный по таким уравнениям, обнаруживает, что в результате взаимодействия двух видов должны возникать осцилляции (колебания) с постоянной амплитудой, которая зависит от соотношения между скоростями увеличения численности двух видов.

В то же время математик В. Вольтерра выявил сходные закономерности для системы хищник-жертва, обрабатывая статистические данные рыбного промысла. Один из выведенных им законов - «*закон периодического цикла*»: процесс уничтожения одного вида другим может привести к периодическим колебаниям численности популяций обоих видов, зависящих только от коэффициентов роста популяций хищника и жертвы и от исходной относительной численности.



**Вито Вольтерра** (1860-1940) — итальянский математик и физик.

В период, когда были сделаны эти расчеты, экологи вели поиск причин циклических колебаний численности, которые были обнаружены к тому времени у ряда видов. Модели А. Лотки и В. Вольтерра построена идея: периодический колебательный режим в популяциях может возникнуть в результате межвидовых отношений без внешнего периодического воздействия. Сама модель не адекватна, т. е. в природе практически не обнаруживаются подобные непрерывные осцилляции с постоянной амплитудой у пар видов, связанных по типу хищник-жертва или паразит-хозяин.



**Модель Лотки - Вольтерры**



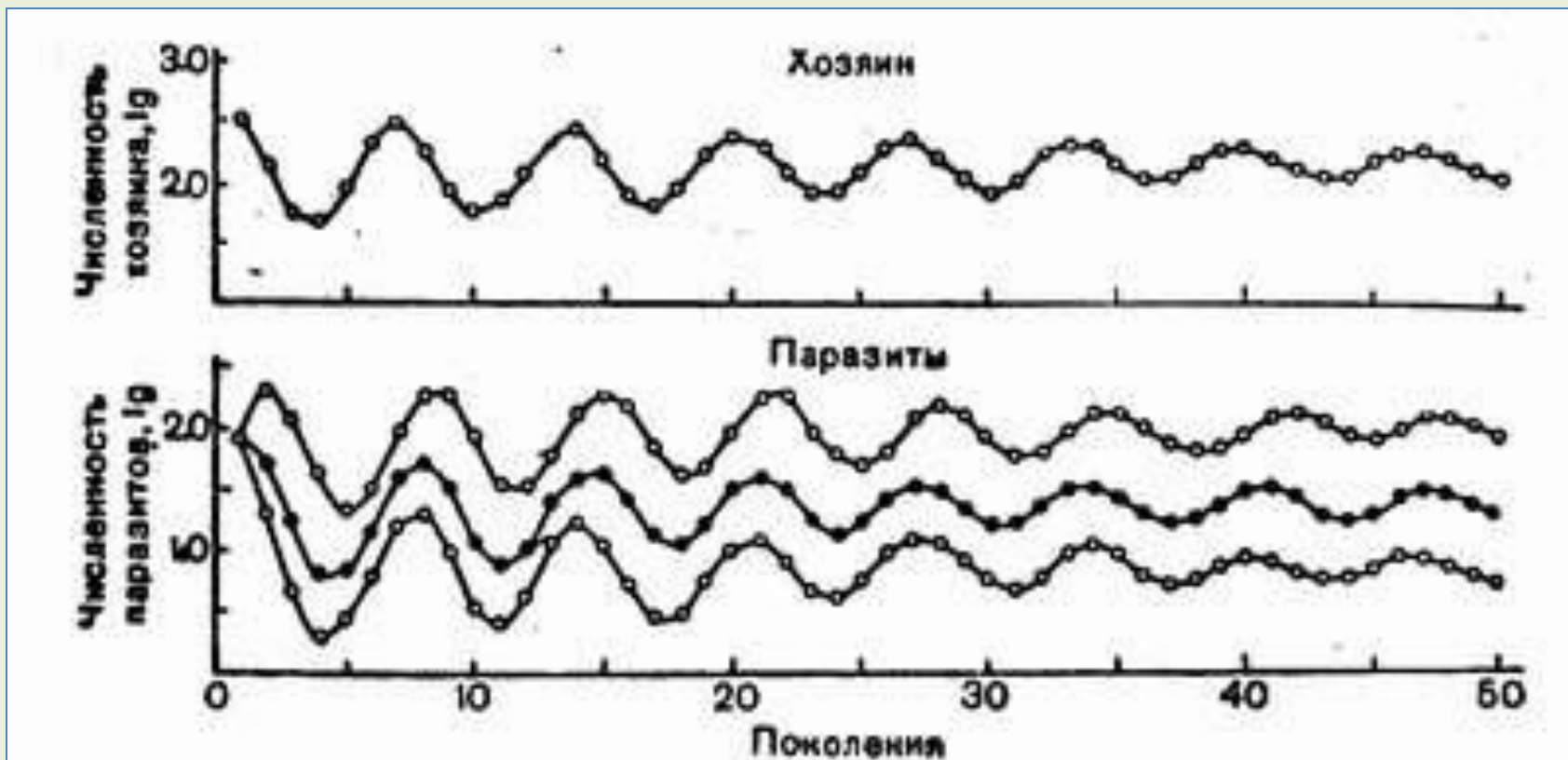
Уравнения А. Лотки и В. Вольтерра были чрезвычайно упрощенными, так как исходили из целого ряда допущений: что изменение численности популяции одного вида немедленно вызывает ответную реакцию популяции другого вида, что «аппетиты» хищника беспредельны, поиски жертв случайны, что плодовитость хищников пропорциональна численности всей популяции жертв.

В условиях упрощенного эксперимента с простейшими трудно добиться соблюдения этих допущений (Г. Ф. Гаузе, 1934, 1935 гг.). В опытах с инфузориями удалось получить лишь два цикла хищник-жертва, после чего система пришла к разрушению. Во взаимодействиях хищника и жертвы распространен эффект «запаздывания» из-за разницы в скоростях размножения: степень насыщения («функциональная реакция») хищников, время, затрачиваемое ими на поиск и поимку добычи, способность переключаться на другую пищу, защитные приспособления жертв, размещение их в пространстве и территориальное поведение, возрастная и половая структура популяций и многое другое. Рост

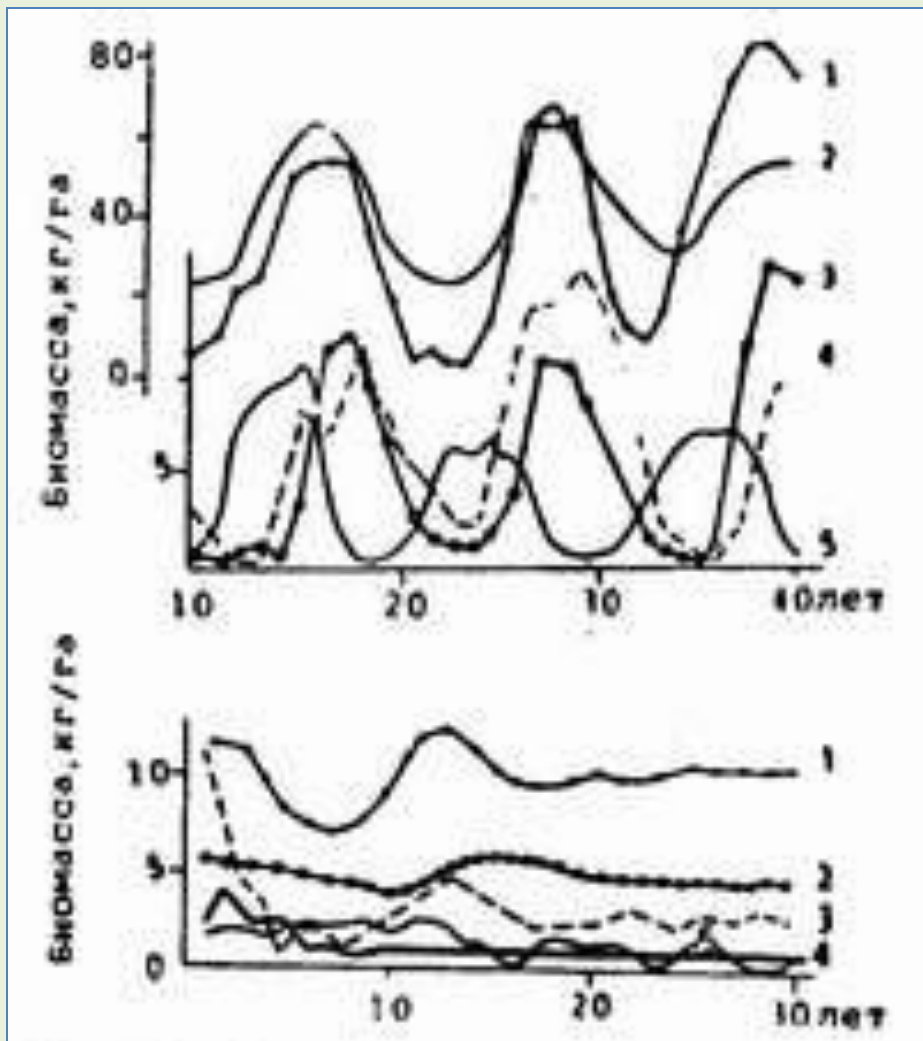
В 1933 г. А. Никольсон усложнил математическую модель Лотки, введя в систему дополнительных хозяев и паразитов, и показал, что это ослабляет осцилляции. В 1936 г. А. Колмогоров описал возможности устойчивого стационарного состояния системы взаимодействующих через трофические связи видов. С введением в модели дополнительных параметров сильно усложняется математический аппарат и техника расчетов. Многие из этих ограничений позволило снять использование ЭВМ.



**Андрей Николаевич Колмогоров** (1903-1987) – русский советский математик, один из крупнейших математиков XX в. Один из основоположников современной теории вероятностей.



**Рис.** Расчетная модель, показывающая устойчивое сосуществование хозяина и трех паразитов (Дж. Варли и др., 1978)



**Рис.** Колебания массы рыб в озере с высокой (А) и низкой (Б) продукцией бентоса по данным математического моделирования (на основе экологических характеристик отдельных видов рыб и сведений о продукции зоопланктона и бентоса) (Л.А. Жаков, 1984): 1 – окунь; 2 – лещ; 3 – щука; 4 – плотва; 5 – карась. Дополнительная шкала – биомасса окуня.

Модели хищник-жертва играют большую роль в планировании рыбного, китобойного, охотничьего промыслов, так как изъятие человеком части популяции диких животных с экологических позиций является аналогом природного хищничества.

Предельная степень эксплуатации, которую может выдержать популяция, различна у разных видов. Важно вовремя заметить симптомы, что изъятие из популяции приближается к предельно допустимому уровню, после которого нарушается ее воспроизводительная способность.

По результатам машинных экспериментов со статистикой китобойного промысла в 60-х годах выявлены показатели допустимых масштабов добычи и симптомы губительной эксплуатации популяции синих китов.

Если популяция эксплуатируется интенсивно, но не чрезмерно, то в моделях обнаруживается уменьшение размеров и среднего возраста особей, кривые выживания изменяются, но не настолько, чтобы нарушалась плодовитость стада в целом. В реальной действительности были обнаружены предсказанные моделями симптомы губительной эксплуатации китового стада – сокращение доли беременных самок, сильные изменения кривых выживания, уменьшение размеров уловов на единицу промыслового усилия, неспособность популяции быстро восстановить численность после прекращения промысла.

Синих китов осталось так мало, что несмотря на международный запрет их добычи 1967 г., поголовье остается на низком уровне и животные внесены в Красную книгу.







Моделирование трофических связей имеет большое значение для решения проблем борьбы с вредителями, регуляции численности популяций, стабилизации сообществ.

Математическое моделирование применяется при решении экологических проблем, связанных с антропогенными воздействиями на природную среду.

*Тактические модели* экосистем и популяций служат для экологического прогнозирования их состояния, в том числе при разного рода экзогенных воздействиях.

*Стратегические модели* строят с исследовательскими целями, для вскрытия общих законов функционирования биологических систем: стабильность, разнообразие, устойчивость к воздействиям, способность возвращаться в исходное состояние. В задачи стратегических моделей входит изучить с помощью ЭВМ последствия разных стратегий управления экосистемами, чтобы выбрать оптимальную.

*Эколого-экономические* модели описывают взаимодействие общества и природы и в которых учитывают не только экологические, но и экономические, демографические и социальные показатели. Такие модели разрабатывают для долгосрочного прогнозирования экономического роста и общей оценки влияния человеческой деятельности на природную среду.