

Здравствуйте!

Продолжаем курс лекций по подготовке к ЕГЭ по математике.

Сегодняшнее занятие будет посвящено заданию В6 – базовые задачи по планиметрии. Это задание тестовое (требуется только краткий ответ) и оценивается 1 баллом

В открытом банке заданий ЕГЭ представлено почти 5 сотен прототипов и более 10 тысяч аналогичных им задач. Будем классифицировать все задания по фигурам и отмечать основные факты, которые встречаются при решении задач данной категории.

Начнем с рассмотрения прямоугольного треугольника. Я буду показывать только по одному способу решения для каждой задачи, тот способ, который, на мой взгляд, является наиболее рациональным. Однако для задач данного раздела понятие «рациональный способ решения» является достаточно субъективным.

Итак, основные факты, связанные с прямоугольным треугольником, наиболее часто встречающиеся в заданиях ЕГЭ....

1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$$c^2 = a^2 + b^2$$

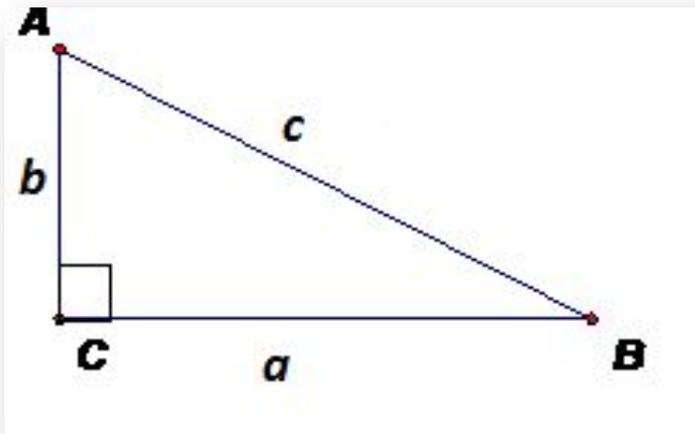
2. $\sin A = \frac{BC}{AB}$ $\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\cos A = \frac{AC}{AB}$ $\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$ $\operatorname{tg} A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$

3. $h = \frac{ab}{c}$

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$$



4. В прямоугольном треугольнике напротив угла в 30° лежит *катет, равный половине гипотенузы*

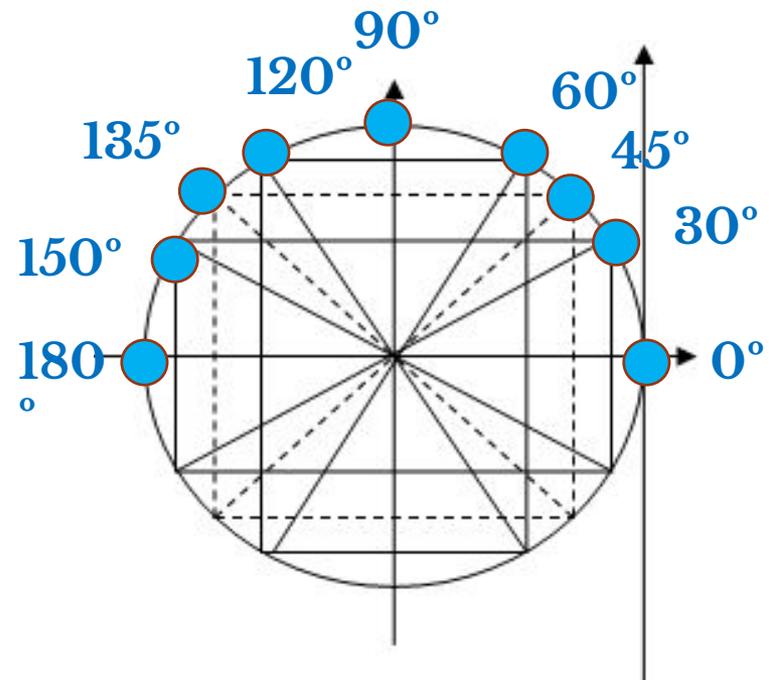
5. В прямоугольном треугольнике с углом в 45° *гипотенуза больше каждого катета в $\sqrt{2}$ раз.*

Табличные значения тригонометрических функций углов

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos\alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	нет
$\operatorname{ctg}\alpha$	нет	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0

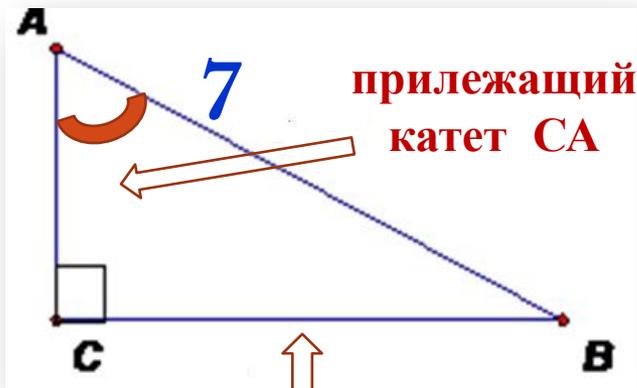
	120°	135°	150°	180°
$\sin\alpha$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\cos\alpha$	-1/2	-	-	-1
$\operatorname{tg}\alpha$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	$-1/\sqrt{3}$	-1	$3/\sqrt{3}$	нет

3



Задание №1

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 7$,
 $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AC .



прилежащий
катет CA

противолежащий
катет CB

$$1. \quad \operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow$$

$$CB = \sqrt{33}x; \quad AC = 4x$$

$$2. \quad AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB = \sqrt{16x^2 + 33x^2} = \sqrt{49x^2} = 7x$$

$$3. \quad \text{а так как } AB = 7, \text{ то } x = 1$$

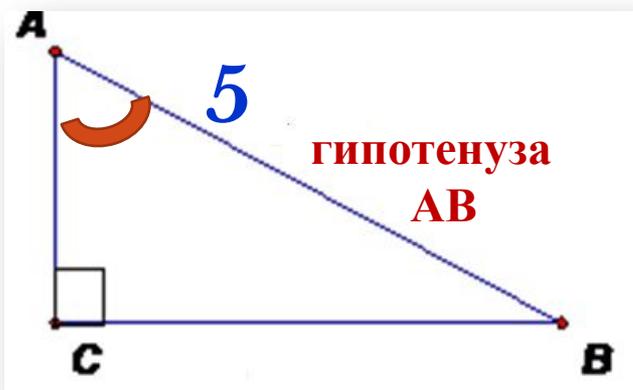
$$\Rightarrow AC = 4 \cdot 1 = 4$$

Ответ.

4					
---	--	--	--	--	--

Задание №2

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 5$,
 $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AC



гипотенуза
 AB

противолежащий
катет CB

$$1. \quad \sin A = \frac{7}{25} \Rightarrow CB = 7x; \quad AB = 25x$$

а так как $AB = 5$, то $x = \frac{1}{5} \Rightarrow CB = \frac{7}{5}$

$$2. \quad AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC = \sqrt{5^2 - \left(\frac{7}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(5 - \frac{7}{5}\right)\left(5 + \frac{7}{5}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{18}{5} \cdot \frac{32}{5}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 2}{5 \cdot 5}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{5} = \frac{24}{5} = 4,8$$

Ответ.

4	,	8			
---	---	---	--	--	--

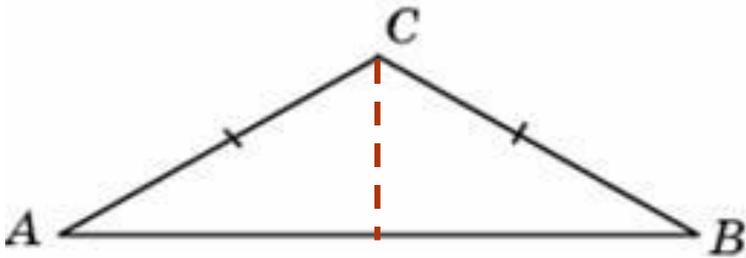
1. Сумма внутренних углов
треугольника равна 180^0

2. Особые отрезки в треугольнике
и их свойства

3.

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

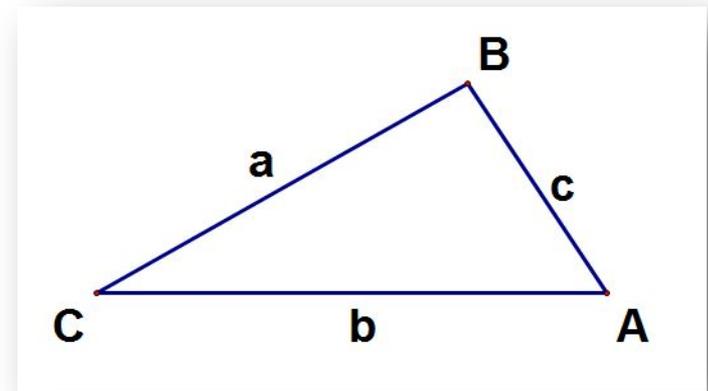
$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$



6.

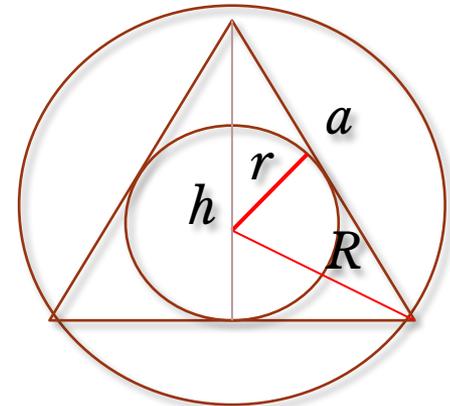
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



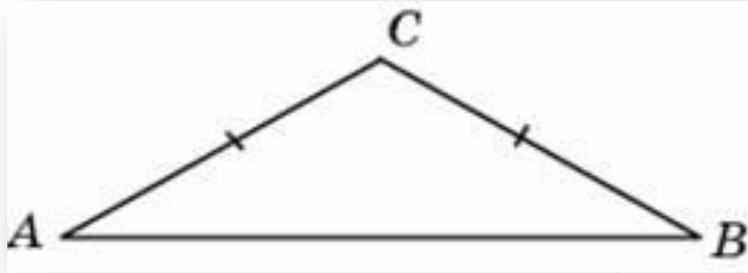
4. Свойство углов при основании в
равнобедренном треугольнике

5. Свойство медианы, проведенной
к основанию **равнобедренного**
треугольника



Задание №3

Один угол равнобедренного треугольника на 90° больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



Пусть меньший угол равен x
тогда больший угол равен $x + 90^{\circ}$

$x + 90^{\circ}$ - это угол при вершине !!!

составим уравнение

$$x + x + (x + 90^{\circ}) = 180^{\circ}$$

$$3x = 90^{\circ}$$

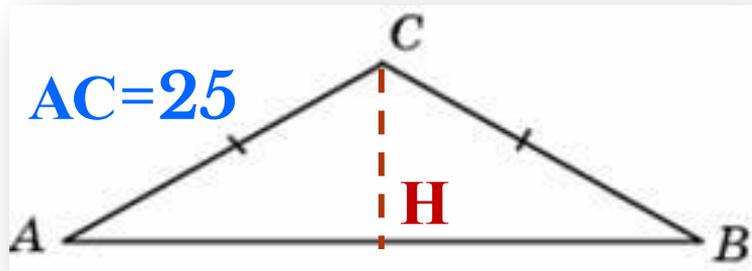
$$x = 30^{\circ}$$

Ответ.

3	0				
---	---	--	--	--	--

Задание №4

В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, $AB = 40$. Найдите $\sin A$.



$$AH=20$$

Ответ.

0	,	6			
---	---	---	--	--	--

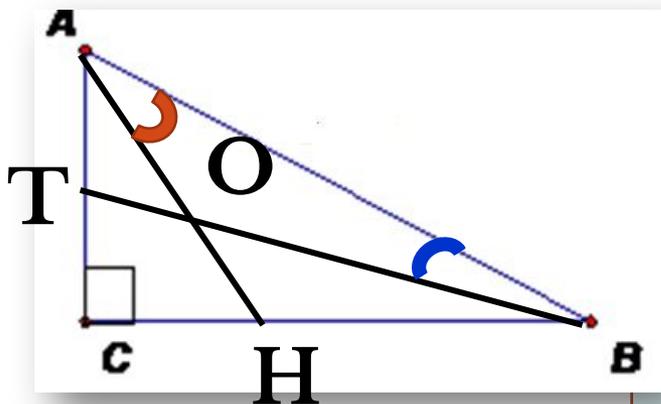
1. CH – высота, медиана
 $\Rightarrow AH=20$

2. $\triangle ACH$

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \\ &= \sqrt{5 \cdot 45} = 5 \cdot 3 = 15 \end{aligned}$$

$$3. \sin \angle CAH = \frac{CH}{AC} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Задание №5



Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

$$1. \quad \angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B = \angle BAO + \angle ABO = 45^\circ$$

$$2. \quad \triangle AOB$$

$$\angle AOB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOT = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

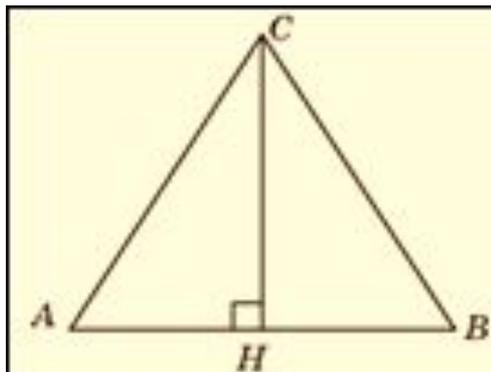
Ответ.

4

5

--	--	--	--	--	--

Задание №6



В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите стороны этого треугольника.

для равностороннего треугольника

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$2\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a = 4$$

Ответ.

4					
---	--	--	--	--	--

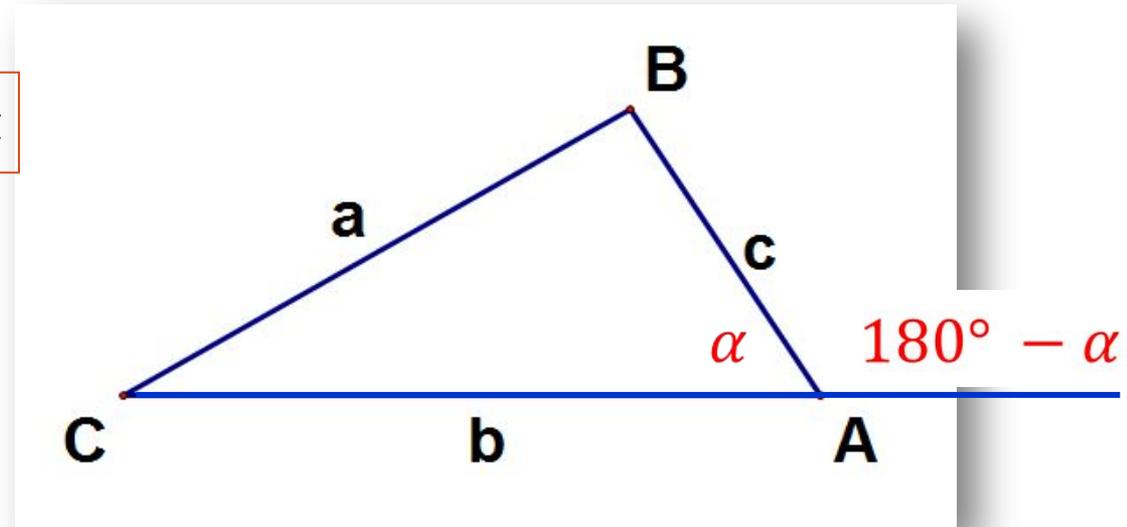
1. Внешним называется угол, смежный с внутренним углом треугольника

2. Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов треугольника, не смежных с данным

3. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

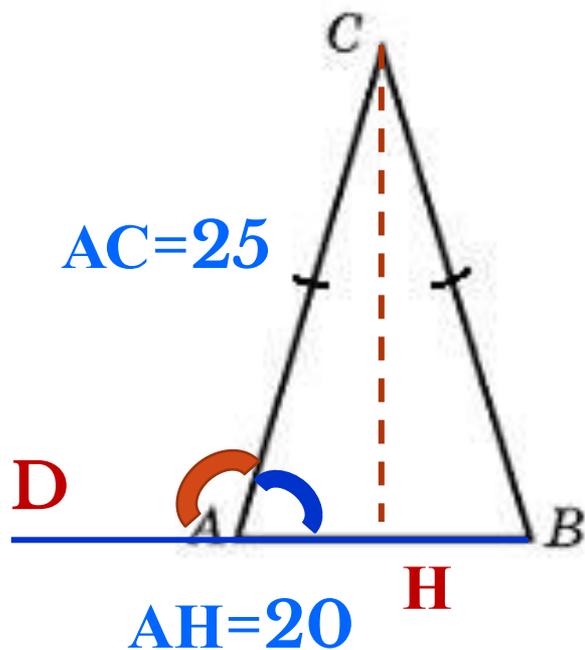
$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



Задание №7

В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, $AB = 40$. Найдите синус внешнего угла при вершине A .



$$1. \sin \angle CAD = \sin \angle CAH$$

$$2. \triangle ACH$$

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \\ = \sqrt{5 \cdot 45} = 5 \cdot 3 = 15$$

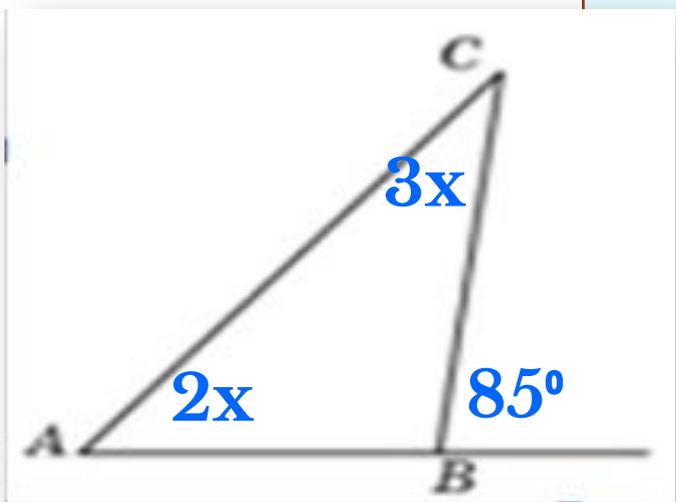
$$3. \sin \angle CAH = \frac{CH}{AC} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Ответ.

0	,	6			
---	---	---	--	--	--

Задание №8

Один из внешних углов треугольника равен 85° . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как $2 : 3$. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.



пусть $\angle A = 2x$; $\angle C = 3x$

тогда $2x + 3x = 85^\circ$

$$x = 17^\circ$$

$$3x = 3 \cdot 17^\circ = 51^\circ$$

Ответ.

5	1				
---	---	--	--	--	--

