

# **Лекция 5.**

**Производственная  
функция, отдача от  
масштаба. Издержки  
производства**



# Производственная функция

Отношение между любым набором факторов производства и максимально возможным объемом продукции, производимой из этого набора факторов, характеризует **производственную функцию**.

В наиболее общем виде производственная функция выглядит следующим образом:

$$Q = f (K, L, M, T, N)$$

где Q - объем выпуска;  
K- капитал (оборудование);  
M- сырье, материалы;  
T – технология;  
N – предпринимательские способности.

**Производственная функция** — технологическая зависимость между затратами ресурсов и выпуском продукции.

Производственная функция всегда конкретна, т.е. предназначается для данной технологии. Новая технология – новая производительная функция.

# Двухфакторная модель функции Коббса-Дугласа

Наиболее простой является двухфакторная модель производственной функции Кобба-Дугласа, с помощью которой раскрывается взаимосвязь труда (L) и капитала (K):

$$Q = AK^\alpha \cdot L^\beta$$

где A – производственный коэффициент, показывающий пропорциональность всех функций и изменяется при изменении базовой технологии (через 30-40 лет);  
K, L- капитал и труд;  
 $\alpha, \beta$  – коэффициенты эластичности объема производства по затратам капитала и труда.

Если  $\alpha = 0,25$ , то рост затрат капитала на 1% увеличивает объем производства на 0,25%.

На основе анализа коэффициентов эластичности в производственной функции Кобба - Дугласа можно выделить:

1) пропорционально возрастающую производственную функцию (отдачу от масштаба), когда  $\alpha + \beta = 1$  ( $Q = K^{0,6} \cdot L^{0,4}$ )

2) непропорционально – возрастающую  $\alpha + \beta > 1$  ( $Q = K^{0,9} \cdot L^{0,8}$ )

3) убывающую (отрицательную)  $\alpha + \beta < 1$  ( $Q = K^{0,4} \cdot L^{0,2}$ )

# **Краткосрочная функция производства**

Деятельность фирмы в краткосрочном периоде может быть охарактеризована при помощи краткосрочной функции производства:

$$Q = F(K, L)$$

где  $K$  – количество постоянного ресурса (капитала);  
 $L$  – количество переменного ресурса (труда).

**Краткосрочная функция производства** показывает максимальный объем выпуска, который фирма может произвести, изменяя количество и комбинацию переменных ресурсов, при данном количестве постоянных ресурсов.

# Совокупный и средний продукты

**Совокупный продукт (TP)** – общий объем произведенных фирмой товаров и услуг за единицу времени.

**Средний продукт (AP)** - доля совокупного продукта за единицу используемого ресурса.

Различают средний продукт:

по переменному  
ресурсу:

$$APL = TP / L$$

по постоянному  
фактору:

$$APK = TP / K$$

# Предельные продукты труда и капитала

**Предельный продукт (MP)** — величина прироста совокупного продукта при изменении используемого ресурса на единицу времени.

Если мы рассматриваем краткосрочный период, то изменяться может лишь переменный ресурс, в нашем случае - труд.

**Предельный продукт труда (предельная производительность труда) (MPL)** - показывает прирост совокупного продукта (объема выпуска продукции) при увеличении количества труда на единицу, если объем используемого капитала не изменится

$$MPL = \frac{Q_2 - Q_1}{L_2 - L_1} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

$Q_1, Q_2$  - два последующих значения совокупного продукта (объем выпуска)

$L_1, L_2$  - два последующих значения переменного ресурса (труд)

$$MP_L = \frac{dTP}{dL}$$

$dTP$  - прирост производства продукции,  
 $dL$  - прирост использования ресурса труда.

**Предельный продукт капитала (MPK)** показывает, на сколько изменится общий продукт при изменении капитала на одну единицу, если объем используемого труда не изменится.

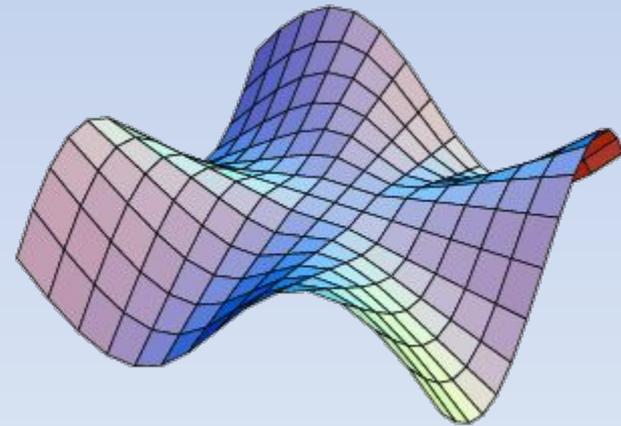
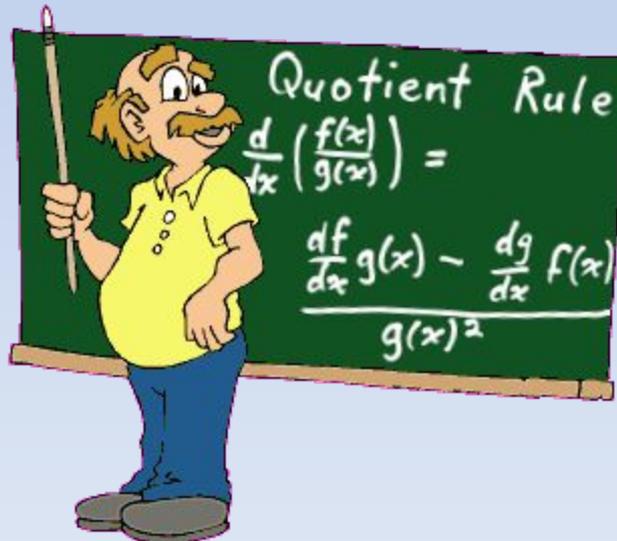
**Предельный продукт капитала = первой производной производственной функции по капиталу**

Например, если  $Q=10+5K^2+6L$ , то предельный продукт капитала  $MPK=10K$   
если  $Q=10+5K+6L^2$ , то предельный продукт капитала  $MPK=12L$

# Взаимосвязь функции общих издержек и функции предельных издержек

Если задана функция общих издержек (ТС), то функция предельных издержек (МС) находится как производная от функции ТС.

Например, если задана функция общих издержек  $ТС = 10Q + 7Q^2$ , то функция предельных издержек фирмы  $МС = 10 + 14Q$



# **Закон убывающей предельной производительности**

Если капитал является фиксированным фактором, а труд – переменным, то фирма может увеличить производство за счет использования большего количества трудовых ресурсов.

Но по **закону убывающей предельной производительности (закону убывания предельной отдачи)**, последовательное увеличение переменного ресурса при неизменности других ведет к убывающей отдаче данного фактора, то есть к снижению предельного продукта или предельной производительности труда.

Если же найм рабочих будет продолжаться, то в конечном итоге, они будут мешать друг другу (предельная производительность станет отрицательной) и объем выпуска сократится.

Данный закон носит универсальный характер и характерен практически для всех экономических процессов.

# Бухгалтерские и экономические издержки

**Бухгалтерские издержки** — это стоимость используемых фирмой ресурсов в фактических ценах их приобретения.

**Бухгалтерские издержки = Явные издержки**

*Явные издержки* определяются суммой расходов предприятия на оплату *внешних* ресурсов, т.е. ресурсов, *не находящихся в собственности* данной фирмы. Например, сырье, материалы, топливо, рабочая сила и т.д.

**Экономические издержки (альтернативные)** — это стоимость других благ (товаров и услуг), которые можно было бы получить при наиболее выгодном из возможных альтернативных направлений использования этих ресурсов.

**Экономические издержки = Явные издержки + Неявные издержки**

Владелец капитального имущества (машин, оборудования, зданий и т.д.) несет неявные издержки, поскольку он мог бы продать это имущество и вырученные деньги положить в банк под процент или сдать оборудование в аренду третьему лицу и получать доход.

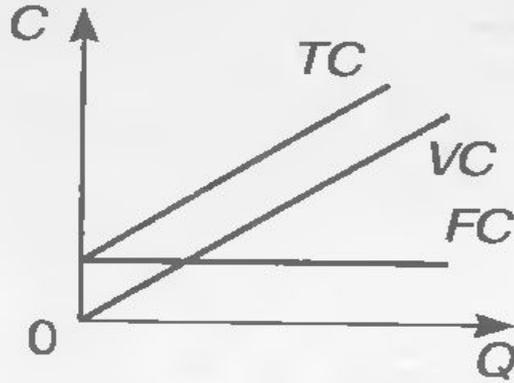
Различие между бухгалтерским и экономическим подходом к издержкам обуславливает и различные **концепции прибыли**.

**Бухгалтерская прибыль = Совокупный доход фирмы – Бухгалтерские (Явные) издержки.**

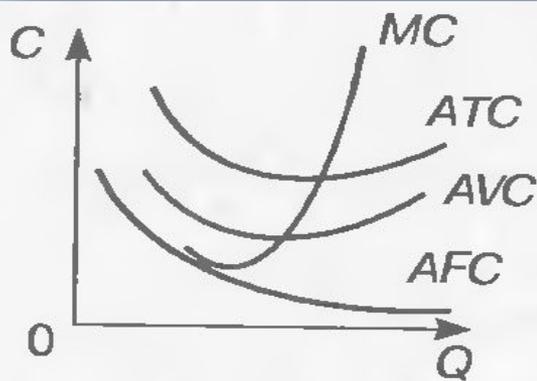
**Экономическая прибыль = Совокупный доход – Экономические (Явные + Неявные) издержки**  
или  
**Экономическая прибыль = Бухгалтерская прибыль – Неявные издержки.**

*Нормальная прибыль* – прибыль, которая появляется в том случае, когда совокупный доход фирмы равен совокупным экономическим издержкам.

# Издержки производства



общие издержки



средние и предельные издержки

U-образная форма краткосрочных кривых **ATC**, **AVC** и **MC** является экономической закономерностью и отражает закон убывающей отдачи

Общие постоянные издержки **FC**

Общие переменные издержки **VC**

Общие (совокупные, валовые) издержки : **TC = FC + VC**

В **долгосрочном периоде** все издержки могут меняться (т.е. все издержки выступают **переменными**).

Средние издержки, которые приходятся на единицу продукции: **ATC = TC : Q**

$$\mathbf{ATC = (FC + VC) : Q = FC : Q + VC : Q = AFC + AVC,}$$

где **AFC** – средние постоянные издержки;

**AVC** – средние переменные издержки.

Предельные издержки – дополнительные издержки, связанные с производством

дополнительной единицы продукции: **MC = TC<sub>n</sub> –**

$$\mathbf{TC_{n-1} = VC_n - VC_{n-1}}$$

$$\mathbf{MC = \Delta TC : \Delta Q = \Delta VC : \Delta Q}$$

Предельные издержки **первой единицы продукции** = средним переменным издержкам первой единицы, т.к. предыдущее значение объема производства = 0

# Действия фирмы в зависимости от соотношения цены и средних переменных издержек

1. До тех пор, пока цена больше средних переменных издержек ( $P > AVC$ ), фирме следует **продолжать производство**.

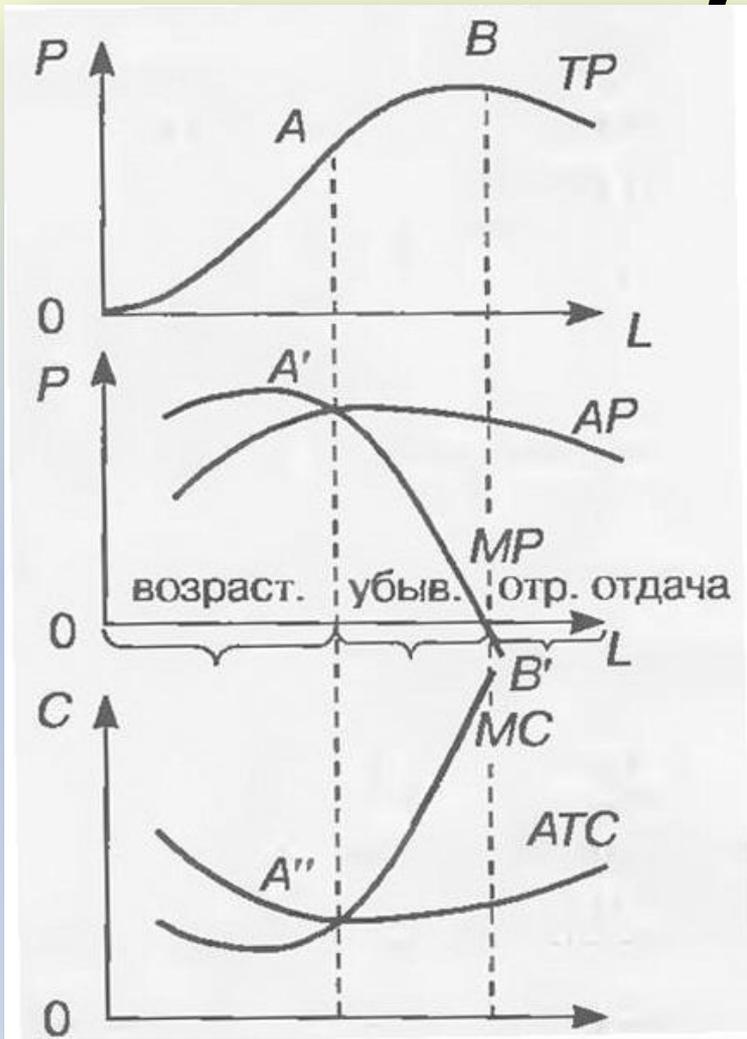
2. Если цена равна средним переменным издержкам,  $P = AVC$ , то с позиции минимизации убытков фирме **безразлично**, продолжать или прекращать свое производство.

Однако, **скорее всего**, фирма **будет продолжать** свою деятельность, чтобы не потерять покупателей и сохранить рабочие места служащих. При этом ее убытки будут не выше, чем при закрытии.

3. Если рыночная конъюнктура такова, что цена не покрывает даже минимальный уровень средних переменных издержек,  $P < \min AVC$ , фирме следует **уйти с рынка**.

В этом случае убытки будут меньше, чем при продолжении производственной деятельности.

# Отдача от переменного ресурса



**Возрастающая отдача** (отрезок OA):  
TP возрастает, т.к. растёт MP;  $MP > AP$ ;  $MC < ATC$ ;  
в точке A'  $AP_{\max} = MP$ ; в точке A''  $ATC_{\min} = MC$ .

**Убывающая отдача** (на отрезке AB):  
прирост TP сокращается, т.к. сокращается MP;  
 $MP < AP$ ;  $MC > ATC$ ; в точке B  $TP_{\max}$ ; в точке B'  $MP = 0$ .

**Отрицательная отдача:**  
при условии дальнейшего роста числа работников TP сокращается, а  $MP < 0$ .  
В краткосрочном периоде динамика производимого продукта фирмы отражает действие **закона убывающей предельной производительности**:  
каждое последующее присоединение переменного ресурса (например, труда) к неизменному постоянному ресурсу (например, капиталу) приносит уменьшающийся добавочный продукт (отдачу).

**Закон возрастания предельных издержек :**  
начиная с некоторого момента времени дополнительное использование переменного ресурса ведёт к увеличению предельных и средних переменных издержек.

Поскольку предельная производительность труда и предельные издержки находятся в обратной зависимости, то закон убывающей предельной производительности может быть интерпретирован как закон возрастания предельных издержек.

# Долгосрочный период в деятельности фирмы

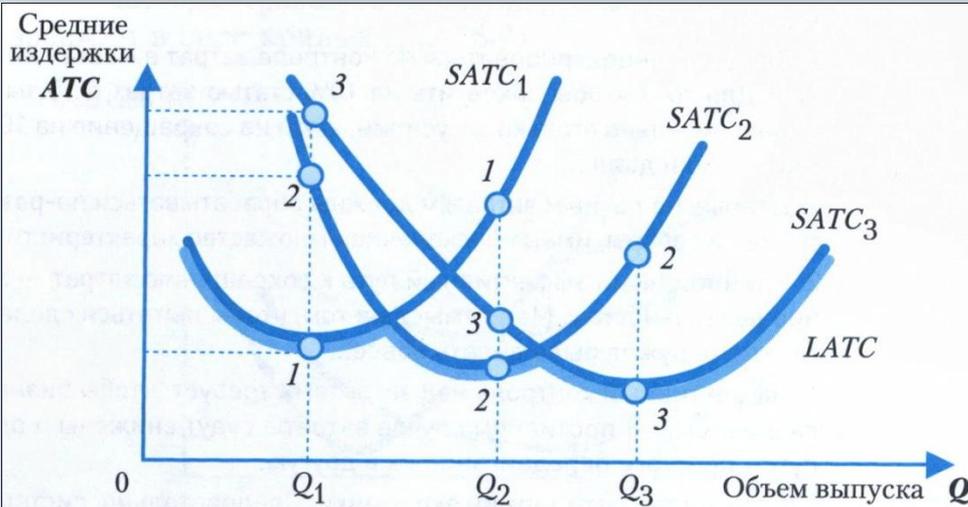
Если в краткосрочном периоде хотя бы один из ресурсов задан и не может быть изменен, то в долгосрочном периоде **все ресурсы фирмы являются переменными** (исчезает разница между постоянными и переменными издержками).

В этих условиях анализ долгосрочной деятельности фирмы проводится через рассмотрение динамики **долгосрочных средних совокупных** (longtime average total cost, **LATC**) и **долгосрочных предельных издержек** (longtime marginal cost, **LMC**).

**Основная цель фирмы в области издержек –** организация производства «нужного масштаба», обеспечивающего заданный объем продукции с минимальными долгосрочными средними издержками.

# Построение кривой долгосрочных средних издержек

Предположим, что фирма может организовать производство трех размеров: малое, среднее и большое. Каждому из них соответствует своя кривая краткосрочных средних издержек ( $SATC_1$ ,  $SATC_2$ ,  $SATC_3$ ).



Объединение участков трех кривых краткосрочных издержек, обеспечивающих оптимальные размеры производства для каждого объема выпуска, показывает кривую долгосрочных средних издержек фирмы (утолщенная кривая  $LATC$ ).

Выбор того или иного проекта будет зависеть от оценки прогнозируемого рыночного спроса на продукцию фирмы и от того, какие мощности необходимы для его обеспечения.

1. Если прогнозируемый спрос соответствует объему  $Q_1$ , то фирма предпочтет создание малого производства, поскольку ее средние издержки в этом случае будут значительно ниже, чем на более крупных предприятиях.

2. Если спрос ожидается равным  $Q_2$ , то наиболее предпочтительным будет проект 2 (среднее предприятие), обеспечивающий более низкие издержки.

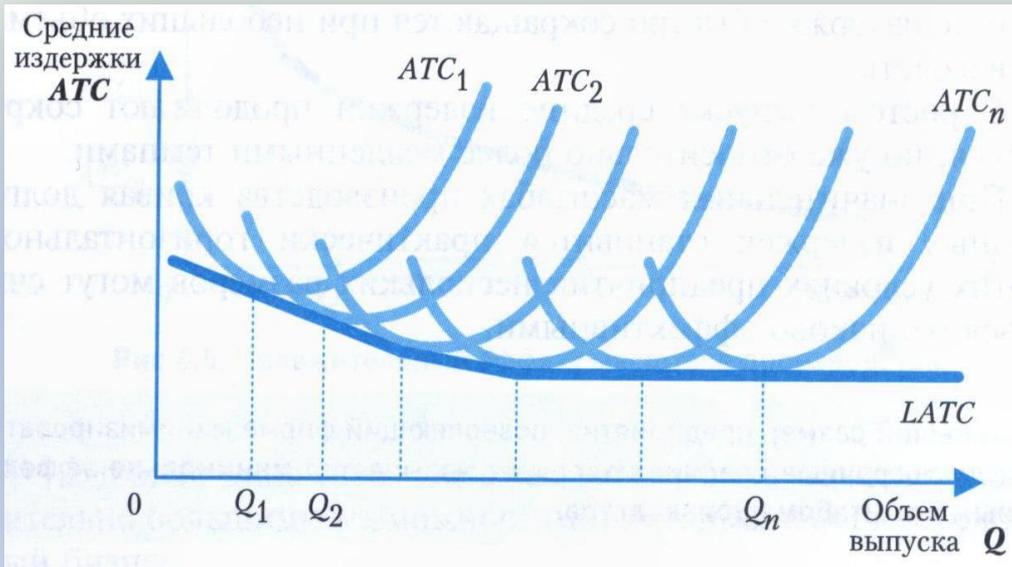
3. При оценке спроса величиной  $Q_3$  фирма выберет предприятие крупных размеров.

Все точки кривой долгосрочных средних издержек являются **наименьшими издержками на единицу продукции**, производимой при каждом возможном объеме выпуска.

# Кривая долгосрочных средних издержек

(при неограниченном количестве возможных размеров)

Если число возможных величин ( $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ ) приближается к бесконечности ( $n \rightarrow \infty$ ), то кривая долгосрочных средних издержек  $LATC$  становится более ровной. Такие функции принято называть огибающими.



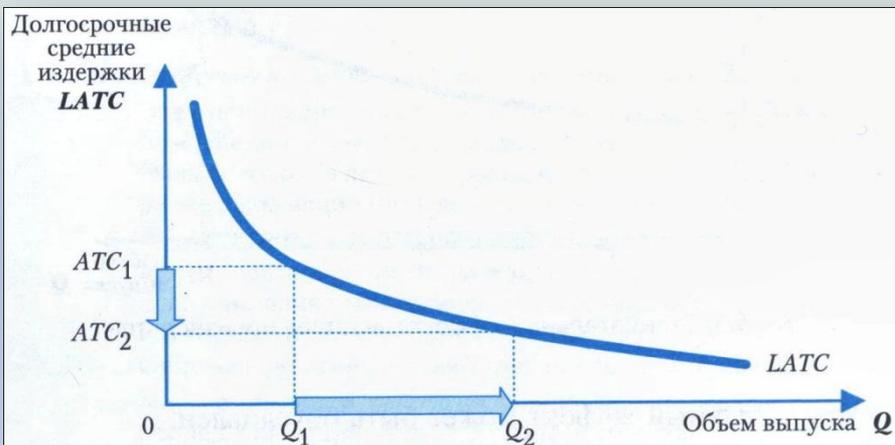
Анализ долгосрочных средних издержек позволяет выявить **оптимальный размер предприятия**  $Q^*$ , т.е. размер производства, обеспечивающий минимальные издержки на единицу выпуска в данной сфере производства.

При значительных масштабах производства кривая долгосрочных издержек становится **практически горизонтальной**. В этих условиях предприятия нескольких размеров могут считаться одинаково эффективными.

После того как фирма определит для себя наиболее эффективный способ производства, расширение объемов выпуска возможно исключительно за счет изменения масштабов производства, т.е. пропорционального увеличения использования всех производственных ресурсов.

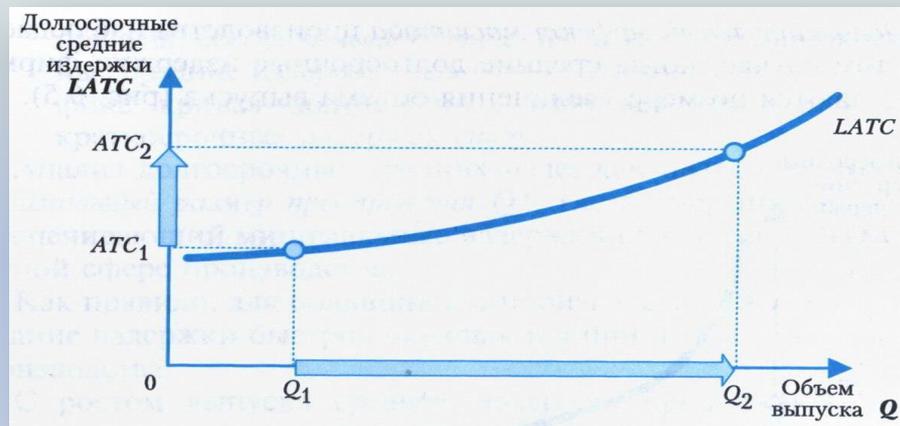
# Эффект масштаба производства

**Положительный эффект масштаба:** средние долгосрочные издержки фирмы сокращаются по мере увеличения объема выпуска.



Подобная динамика издержек может быть объяснена сравнительно большими возможностями, которые несет в себе крупный бизнес.

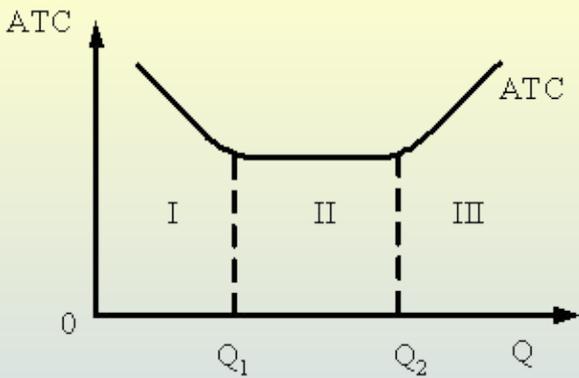
**Отрицательный эффект масштаба** предполагает возрастание средних долгосрочных издержек по мере увеличения объема выпуска.



Отрицательный эффект может быть обусловлен:

- ограниченными возможностями эффективного управления крупномасштабным производством;
- нехваткой высокопрофессиональных кадров;
- расширением географии производства;
- наличием *технологических барьеров* на пути чрезмерного увеличения размеров предприятия и т.д.

В случае, когда увеличение масштабов производства не оказывает влияния на уровень долгосрочных средних издержек, говорят о **постоянном эффекте масштаба производства** (кривая долгосрочных средних издержек LATC горизонтальна).



# Обобщенная характеристика отдачи от масштаба и эффекта масштаба производства от динамики долгосрочных средних издержек

<p><b>Возрастающая отдача от масштаба производства</b></p> <p>(положительный эффект масштаба производства)</p>	<p>I этап: нисходящий участок</p>	<p><math>\uparrow Q</math> в большей пропорции, чем затраты факторов производства (например, для <math>\uparrow Q</math> в 3 раза фирма <math>\uparrow</math> издержки в 2 раза)</p> <p><math>\downarrow LATC</math> по мере <math>\uparrow Q</math></p>
<p><b>Постоянная отдача от масштаба</b></p> <p>(постоянный или неизменный эффект масштаба производства)</p>	<p>II этап: горизонтальный участок</p>	<p><math>\Delta Q</math> в той же пропорции, что и затраты факторов производства (например, для <math>\uparrow Q</math> в 3 раза фирма <math>\uparrow</math> издержки в 3 раза)</p> <p><math>\Delta</math>масштабов производства не оказывает влияние на уровень LATC</p>
<p><b>Убывающая (снижающаяся) отдача от масштаба</b></p> <p>(отрицательный эффект масштаба производства)</p>	<p>III этап: восходящий участок</p>	<p><math>\uparrow Q</math> в меньшей степени, чем <math>\uparrow</math> издержек (например, для <math>\uparrow Q</math> в 3 раза фирма <math>\uparrow</math> издержки в 4 раза)</p> <p><math>\uparrow LATC</math> по мере <math>\uparrow Q</math></p>

# Различия между краткосрочным и долгосрочным периодами

Краткосрочный период	Долгосрочный период
<p>Средние совокупные издержки распадаются на средние постоянные и средние переменные издержки:</p> $SATC = AVC + AFC$	<p>Все издержки являются переменными</p>
<p>U-образная форма кривых <math>ATC</math> и <math>AVC</math> определяется законом убывающей отдачи переменного ресурса</p>	<p>Форма кривых <math>LATC</math> определяется эффектом масштаба производства</p>
<p>Долгосрочные средние издержки для рационально действующей фирмы, выбирающей оптимальный размер предприятия, всегда <i>меньше</i> (точнее, <i>не больше</i>), чем краткосрочные средние издержки, <i>или равны</i>. Это означает, что на графике кривая долгосрочных издержек <i>огубает</i> кривые краткосрочных издержек <i>снизу</i>.</p>	