

Проект на тему: «ВЫЧИСЛЕНИЕ ИЗЛИШКА
ПРОИЗВОДИТЕЛЯ ПРИ
ПОМОЩИ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА»

Выполнила студентка
группы У1412
Мартиросян Армине

Москва 2015

Цель работы

Продемонстрировать, как с помощью такого математического метода, как интегральное исчисление, возможно исследовать процессы, происходящие в экономике, и тем самым доказать неразрывность математики и экономики.

Глоссарий

P (price) – цена данного товара, выпускаемого фирмой;

Q (quantity) – объем товара, выпускаемый производителем;

Интеграл функции – аналог суммы бесконечно большого количества бесконечно малых слагаемых;

Спрос - платежеспособная потребность покупателей в данном товаре при данной цене.

Закон спроса - закон, в соответствии с которым при увеличении цены на товар спрос на этот товар снижается при прочих неизменных *факторах*.

Предложение - способность и желание продавцов предложить определенное количество товара по данной цене.

Закон предложения - закон, в соответствии с которым при увеличении цены на товар предложение этого товара повышается при прочих неизменных *факторах*

Точка равновесия - точка пересечения кривой спроса и кривой предложения на графике спроса и предложения.

Рыночное равновесие - состояние рынка при равенстве спроса и предложения.

Равновесная цена - цена, для которой величины спроса и предложения равны..

Равновесный объем - объём спроса и предложения товара при равновесной цене.

Излишек производителя - разность между минимальной ценой, по которой производитель готов продать товар, и той ценой, которую он за него получил.

Краткосрочный период – в *микроэкономике*, – период *времени*, в течение которого увеличение объема производства возможно осуществить только за счет увеличения переменных *издержек*, и в течение которого невозможно заменить оборудование, иные *основные средства*.

Задача.

Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид $p = 4q^3 + 2$, а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж $Q^* = 3$. Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

План решения экономической задачи:

- 1) вспомнить понятие и геометрический смысл определенного интеграла;
- 2) построить кривую предложения ;
- 3) определить излишек производителя на графике, используя знания в области экономики;
- 4) рассчитать по формуле Ньютона-Лейбница площадь криволинейной трапеции, которая представляет собой минимальную сумму денег, за которую фирма могла бы продать определенное количество продукции без убытков в краткосрочном периоде;
- 5) Рассчитать площадь прямоугольника, который представляет собой выручку от продажи определенного количества продукции;
- 6) Вычесть из площади прямоугольника (выручка) площадь криволинейной трапеции (минимальная сумма денег) и тем самым определить излишек производителя.

Определенный интеграл

$$\int_a^b f(x) dx$$

где:

\int — знак интеграла;

a и b — соответственно нижний и верхний пределы интегрирования;

x — переменная интегрирования;

$f(x)dx$ — подынтегральное выражение;

$f(x)$ — подынтегральная функция.

Геометрический смысл определенного интеграла

Если $f(x)$ непрерывна и положительна на $[a, b]$, то интеграл

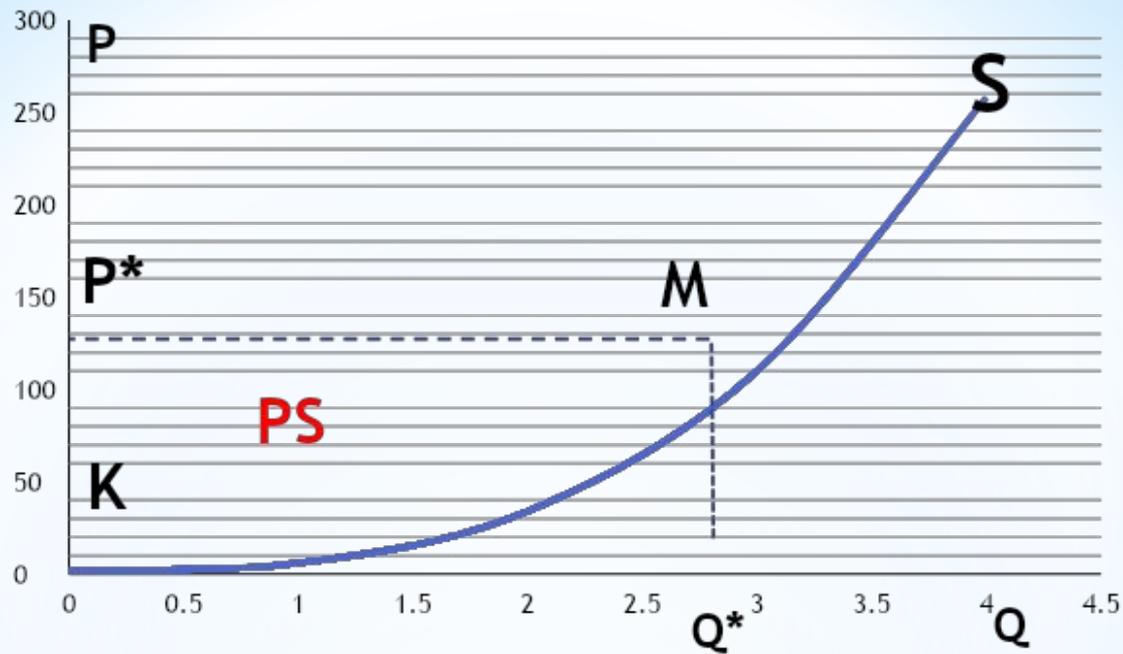
$$\int_a^b f(x) dx$$

представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 0$, $x = a$, $x = b$, $y = f(x)$



Излишек производителя

Представляет собой разницу между той денежной суммой, за которую он был бы готов продать Q^* единиц товара, и той суммой, которую он реально получает при продаже этого количества товара



где

- на оси абсцисс представлен объем производства (Q);
- на оси ординат - цена за единицу товара;
- S - кривая предложения;
- P^* - равновесная цена;
- Q^* - равновесный объем ;
- PS - излишек производства.

Площадь прямоугольника P^*OQ^*M представляет выручку от продажи Q^* единиц продукции, площадь трапеции $OKMQ^*$ соответствует минимальной сумме денег, за которую фирма могла бы продать Q^* единиц продукции без убытков в краткосрочном периоде



Излишек производителя - площадь треугольника P^*KM . Этот треугольник ограничен осью цен, прямой, параллельной оси абсцисс, проходящей через точку рыночного равновесия, и кривой предложения. Чтобы найти площадь треугольника P^*KM , необходимо :

$$S_{P^*KM} = S_{P^*OQ^*M} - S_{KOQ^*M}$$

$$S_{P^*OQ^*M} = P^* Q^*$$

P^* - равновесное значение цены

Для его нахождения необходимо найти значение функции ($p=4q^3+2$) от данного значения аргумента ($Q^*=3$):

$$P^* = f(Q^*) = f(3) = 4 \cdot 3^3 + 2 = 110$$

Осталось найти площадь криволинейной трапеции KOQ^*M
Площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции

$y=f(x)$, снизу – осью Ox , слева и справа прямыми $x=a$, $x=b$, находят по формуле Ньютона-Лейбница (ф. Н-Л):

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a). \quad (\text{ф. Н-Л})$$

Таким образом, мы можем записать общую формулу для нахождения излишка производителя:

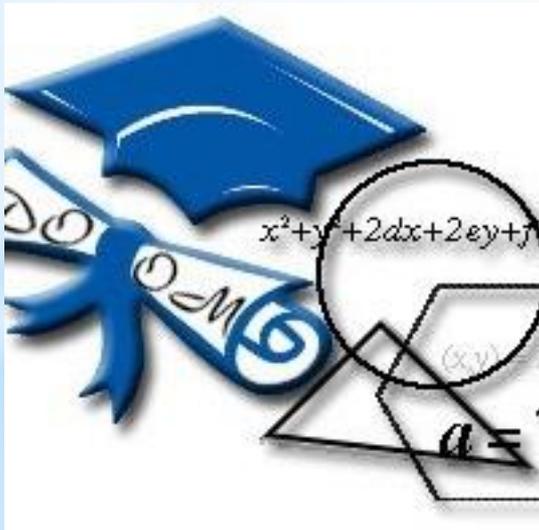
$$PS = P * Q * - \int_0^{Q^*} P(Q) dQ.$$

Подставим в данную формулу известные нам условия задачи:
Интеграл определен на промежутке от 0 до 3

$$PS = 3 * 300 - \int_0^3 (4q^3 + 2) dq =$$
$$330 - (q^4 + 2q) \Big|_0^3 = 330 - 81 - 6 = 243$$

Заключение

Проделав данную работу я убедилась в том, что математические методы незаменимы при решении экономических задач, что свидетельствует о неразрывной связи между математикой и экономикой.



Спасибо за внимание!

