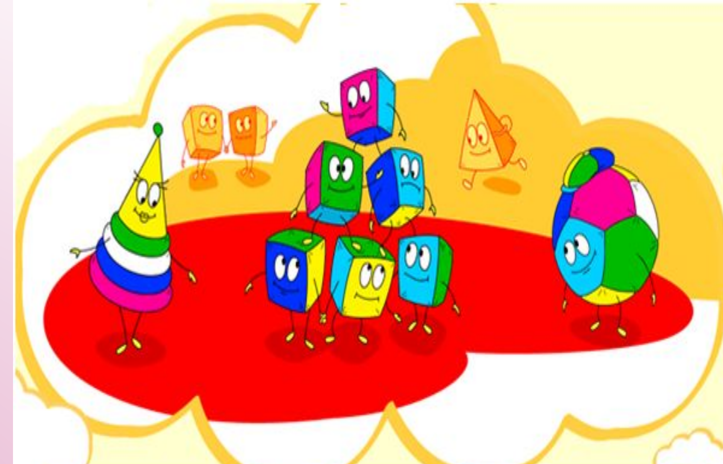
# Сочетания и их свойства.

Мы уже говорили о том, что различают 3 вида соединений: **размещения, перестановки и сочетания.**



Это зависит от того, входят ли в соединения все элементы данного множества или только часть их, играет ли роль порядок элементов или не играет.

# Простейшие комбинации

| Перестановки | Размещения | Сочетания |
|---|---|---|
| Из n элементов по n элементов | Из n элементов по k элементов | Из n элементов по k элементов |
| Порядок имеет значение | Порядок имеет значение | Порядок не имеет значения |
| $P_n = n!$ | $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)\,!}$ | $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)\,!\cdot k!}$ |

Задача: Сколькими способами можно распределить три путевки в один санаторий между пятью желающими?

Так как путевки предоставлены в один санаторий, то варианты распределения отличаются друг от друга хотя бы одним желающим. Поэтому число способов распределения

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! * 3!} = \frac{5!}{2! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5}{3! * 2!} = \frac{4 * 5}{2} = 10$$

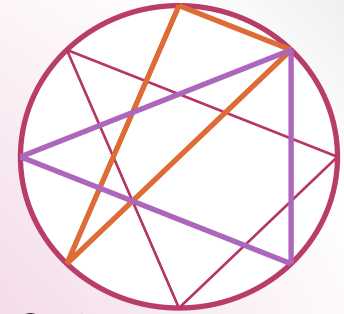
Задача: В цехе работают 12 человек: 5 женщин и 7 мужчин. Сколькими способами можно сформировать бригаду из 7 человек, чтобы в ней было 3 женщины?

Из пяти женщин необходимо выбирать по три, поэтому число способов отбора $C_5^3$.
Так как требуется отобрать четырех мужчин из семи, то число способов отбора мужчин $C_7^4$

$$C_5^3 * C_7^4 = \frac{5!}{3! * 2!} * \frac{7!}{4! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5 * 4! * 5 * 6 * 7}{3! * 1 * 2 * 4! * 1 * 2 * 3} =$$

$$= \frac{4 * 5 * 5 * 6 * 7}{2 * 2 * 3} = 2 * 25 * 7 = 350$$

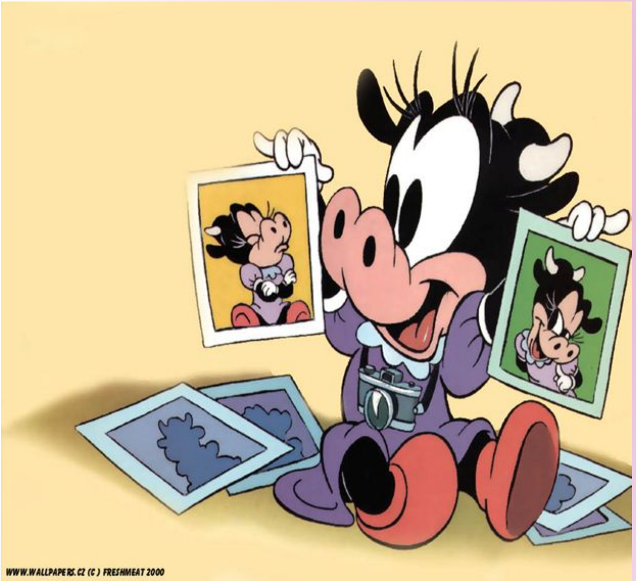
# Задачи:



1. На окружности отмечены 10 точек. Сколько разных треугольников с вершинами в этих точках можно получить?

$$C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\cdot 7!}=\frac{\overset{4}{\cancel{8}}\cdot \overset{3}{9}\cdot 10}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}}=120$$

***2.*** ***Из 12 фотографий необходимо выбрать четыре для участия в конкурсе. Сколькими способами можно сделать этот выбор?***




$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12}^{4} = \frac{12!}{4!8!} = 495$$

Ответ: 495 способа

3. Из четырёх мальчиков и семи девочек девятого класса для участия в викторине необходимо выбрать двух мальчиков и трёх девочек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_4^2 \cdot C_7^3 = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{7!}{3!4!} =$$

$$6 \cdot 35 = 210$$

*Ответ: 210 способов.*

# Задача

4. В отделе работают 5 ведущих и 8 старших сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и двух старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор?

$$C_5^2 \cdot C_8^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 280$$

# Задача

**5. У Минотавра в лабиринте томятся 25 пленников.**

**а)Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?**

**б)А сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?**

***<u>Решение:</u>***

**А) Порядок важен.**

$$A_{25}^{3} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$$

**Б) Порядок не важен**

$$C_{25}^{3} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$$

# Задача

**В партии из 50 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу четыре детали.**

**Определить, какова вероятность того, что все 4 детали окажутся бракованными.**

Всего исходов: $C_{50}^{4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4900$

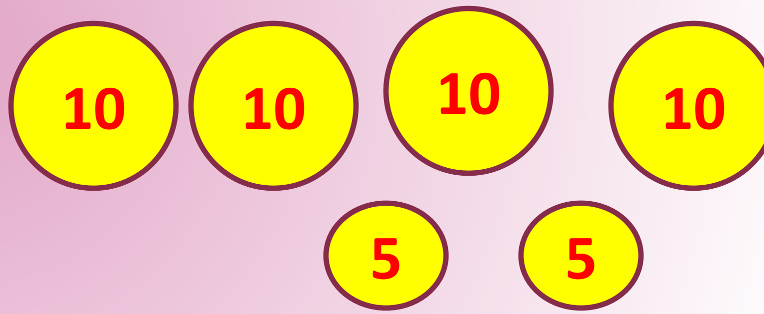
Благоприятных исходов: $C_{10}^{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$

Вероятность: $p = \frac{210}{4900} = \frac{3}{70}$

# Задача

**В Кармане У Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублёвые монеты лежат в разных карманах.**

**Всего исходов** $$C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$$




**Благоприятным событием будет ситуация, когда в одном кармане лежит 1 пятирублёвая монета с двумя какими-то 10-рублёвыми**

$$C_2^1 \cdot C_4^2 = 12$$