

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Полные квадратные уравнения (общая формула)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где левая часть называется квадратным трехчленом относительно x , у которого a, b, c , - данные числа, причем $a \neq 0$, а правая часть - нуль называется квадратным уравнением.
- Число a называют **старшим коэффициентом**, b – **вторым коэффициентом**, c – **свободным членом**.

НЕКОТОРЫЕ ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ МЫ УЖЕ РЕШАЛИ, ВСПОМНИМ

$$x^2+10x+25=0$$

$$(a=1, b=10, c=25)$$

$$(x+5)^2=0$$

$$x+5=0$$

$$x = -5$$

Ответ: - 5

- воспользовались формулой квадрата суммы

Решим еще одно уравнение

$$16x^2 - 40x + 25 = 0$$

$$(a=16, b=-40, c=25)$$

$$(4x-5)^2 = 0$$

$$4x-5=0$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\text{Ответ: } 1\frac{1}{4}$$

Использовали формулу
квадрата разности

ИСПОЛЬЗОВАЛИ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛНОГО КВАДРАТА

$$x^2+4x+3=0$$

$$(a=1, b=4, c=3)$$

$$x^2+4x+4-1=0$$

$$(x+2)^2-1^2=0$$

$$(x+2-1)(x+2+1)=0$$

$$(x+1)(x+3)=0$$

$$x+1=0 \text{ или } x+3=0$$

$$x = -1 \quad x = -3$$

Ответ: -1, -3

□ Метод выделения
полного квадрата

□ Формула разности
квадратов

ВЫВЕДЕМ ОБЩУЮ ФОРМУЛУ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛЮБОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим полное квадратное уравнение:

$$ax^2+bx+c=0, \text{ где } a \neq 0$$

$ax^2+bx = -c$ умножим обе части на $4a$ и прибавим b^2

$4a^2x^2+4abx+b^2 = -4ac+b^2$ в правой части – квадрат суммы

$$(2ax+b)^2 = b^2-4ac$$

$$2ax+b = \pm\sqrt{b^2-4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2-4ac}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ - корни квадратного уравнения}$$

Выражение b^2-4ac называют дискриминантом и обозначают D .

$$\text{Т.е. } D = b^2 - 4ac,$$

тогда формула для нахождения корней выглядит так:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

РЕШИМ НЕСКОЛЬКО УРАВНЕНИЙ ВМЕСТЕ

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$a=1, b=-6, c=8$$

$$D=36-4 \cdot 1 \cdot 8$$

$$D=4, D>0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1=4, x_2=2$$

Ответ: 2, 4.

- Отметим особо:
- $D>0$
- Уравнение имеет **два** корня.

Уравнение 2

$$x^2+4x+4=0$$

$$a=1, b=4, c=4$$

$$D=16-16$$

$$D=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = -2$$

Ответ: -2

- Отметим особо:
- $D=0$
- Уравнение имеет **один корень**, говорят также корень **кратности два**.
- Можно было заметить, что квадратный трехчлен представляет собой полный квадрат.

Уравнение 3

$$2x^2+x+6=0$$

$$a=2, b=1, c=6$$

$$D=1-4\cdot 2\cdot 6$$

$$D=-47$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{-47}}{2\cdot 2}$$

уравнение не имеет

действительных корней

Ответ: Решений нет

- Отметим особо:
- $D < 0$
- Уравнение **не имеет вещественных (действительных) корней**. О решениях таких уравнений будем говорить чуть позже.

Итак: квадратное уравнение с вещественными (действительными) коэффициентами a, b, c может иметь от 0 до 2 вещественных корней в зависимости от D (дискриминанта)

□ $D > 0$

□ 2 корня,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

□ $D = 0$

□ 1 корень (или равные, совпадающие кратности 2). Такое уравнение удобнее решать используя **формулу** полного квадрата.

□ $D < 0$

□ Действительных корней нет.

Успехов в решении квадратных уравнений!