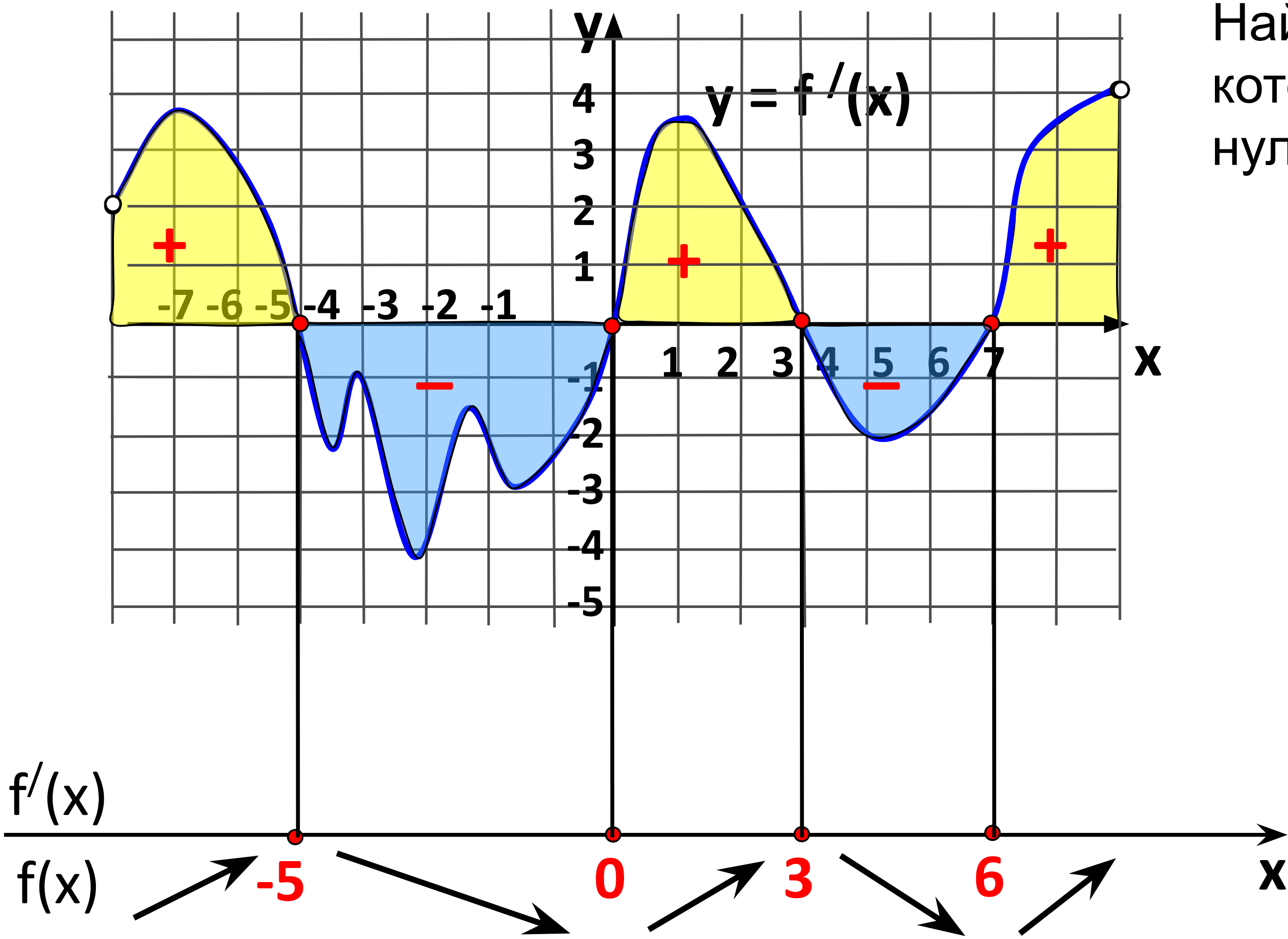
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В8.

Производная и ее применение

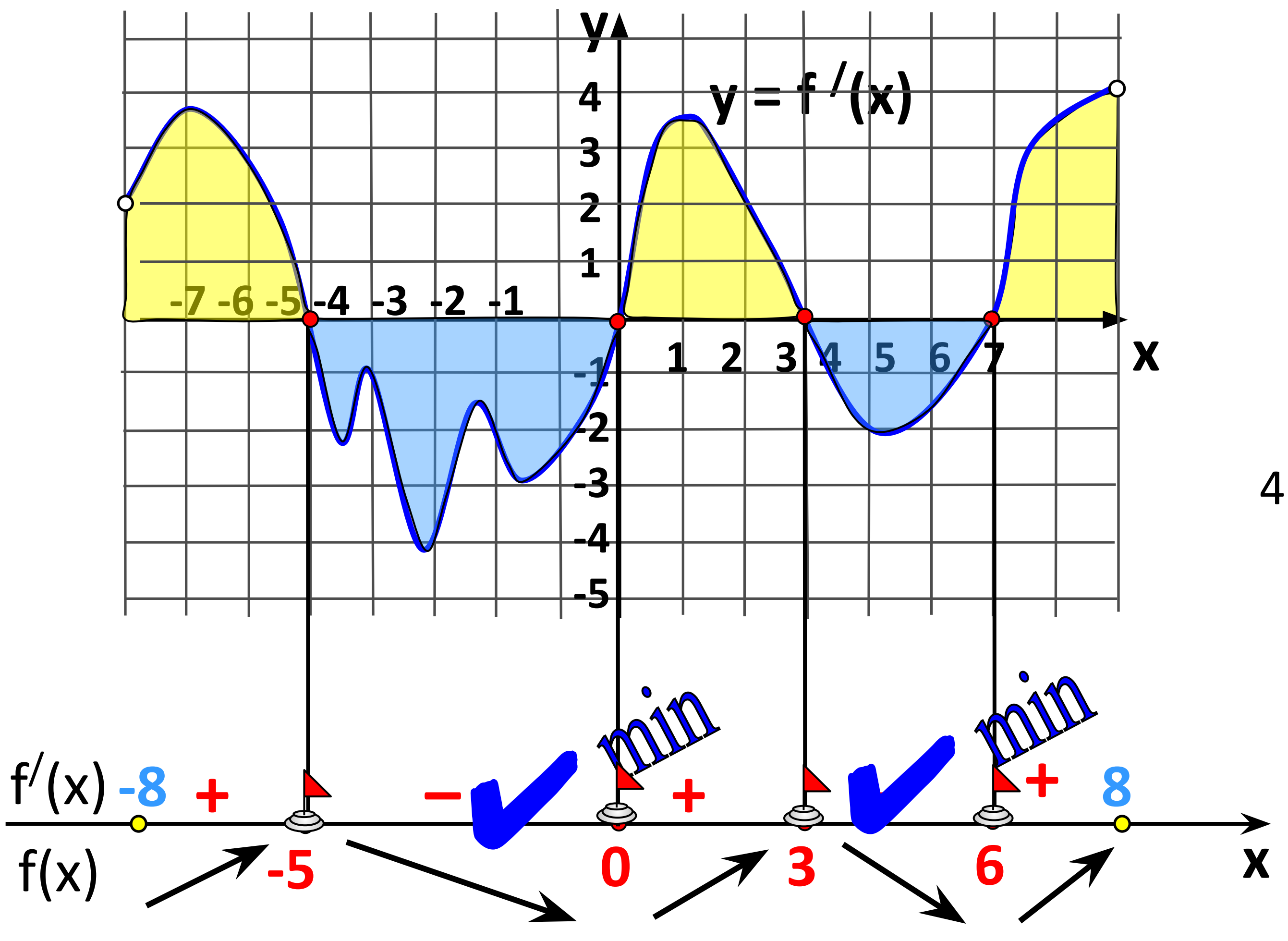
На рисунке изображен график производной функции y =f (x), заданной на промежутке (- 8; 8). Исследуем свойства графика и мы можем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!



Найдем точки, в которых $f^{/}(x)=0$ (это нули функции).

По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы тестов.

Исследуйте функцию y =f (x) на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

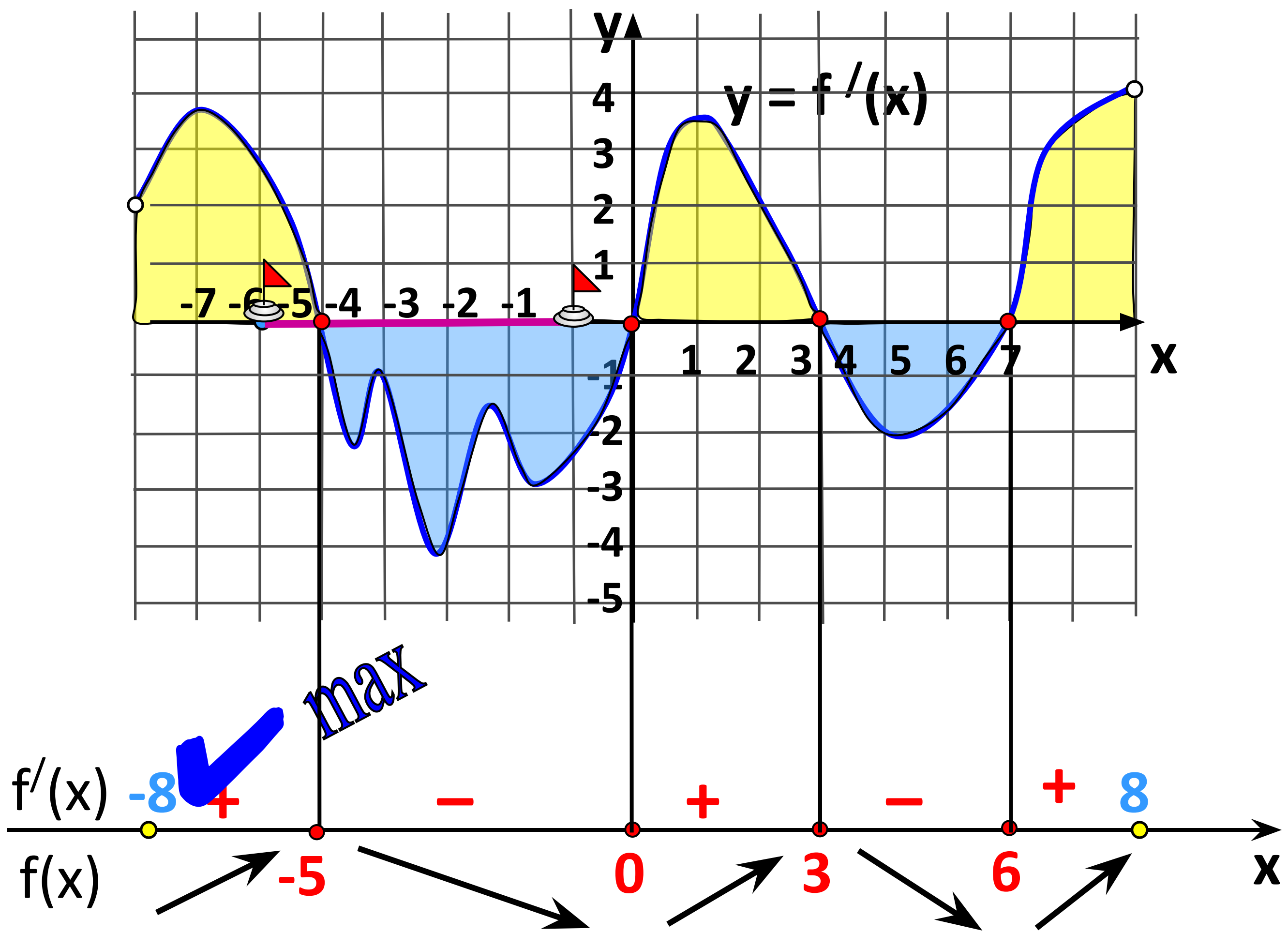


4 точки экстремума,

Ответ:
2 точки минимума

Пример

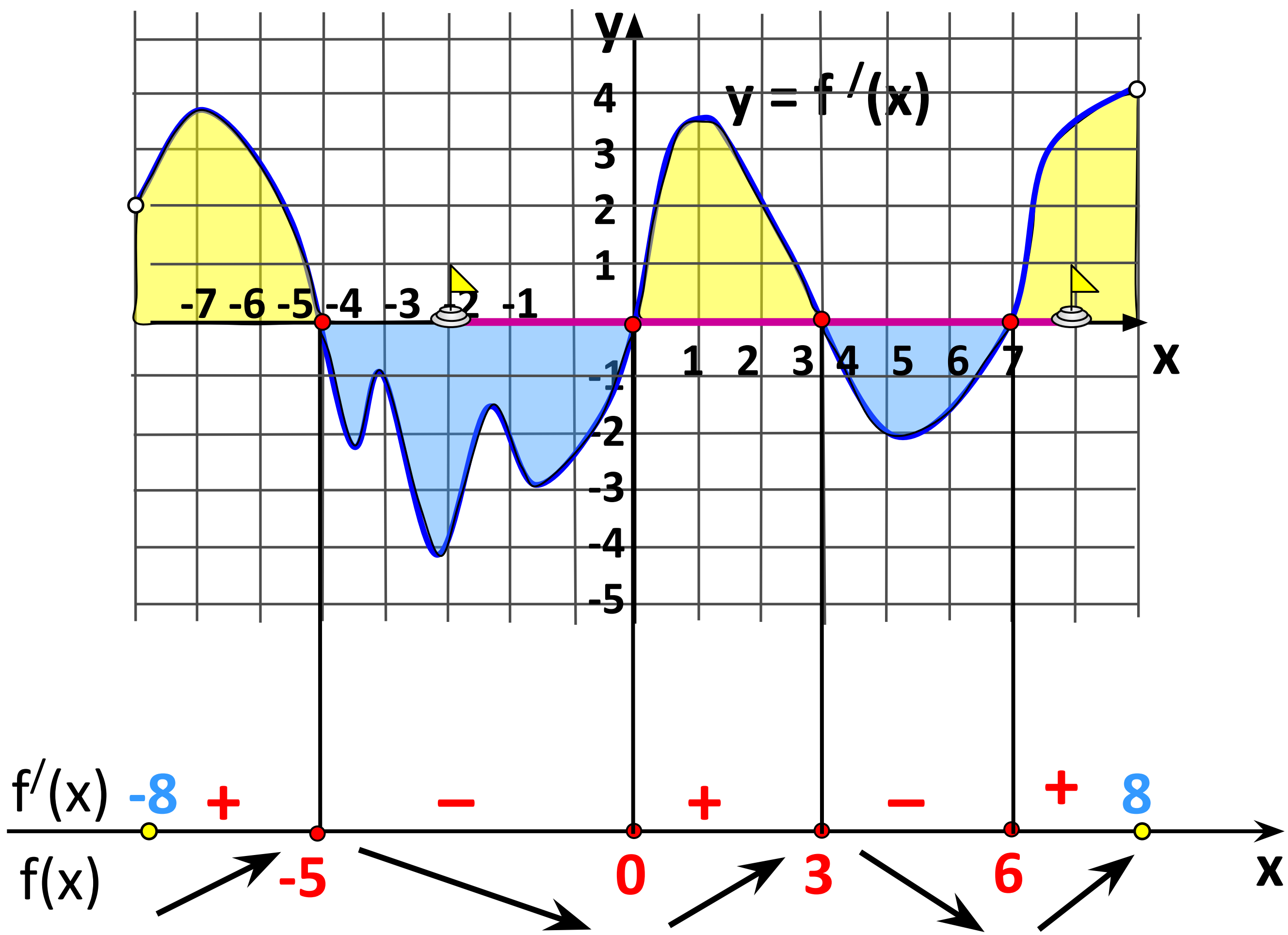
Найдите точку экстремума функции y =f (x) на отрезке [– 6; –1]



Ответ: $x_{max} = -5$

Пример

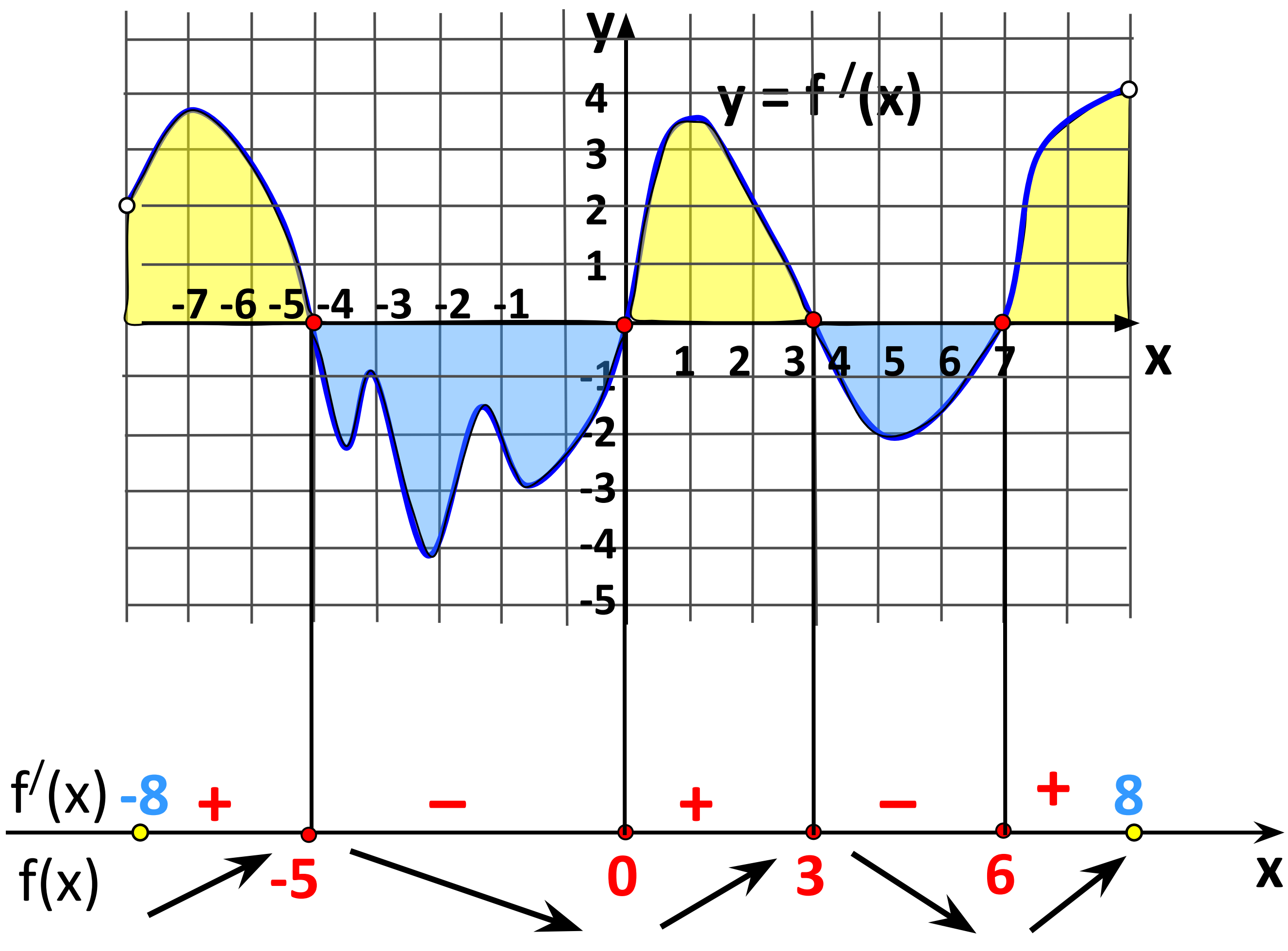
Найдите количество точек экстремума функции y =f (x) на отрезке [– 3; 7]



Ответ: 3.

Пример

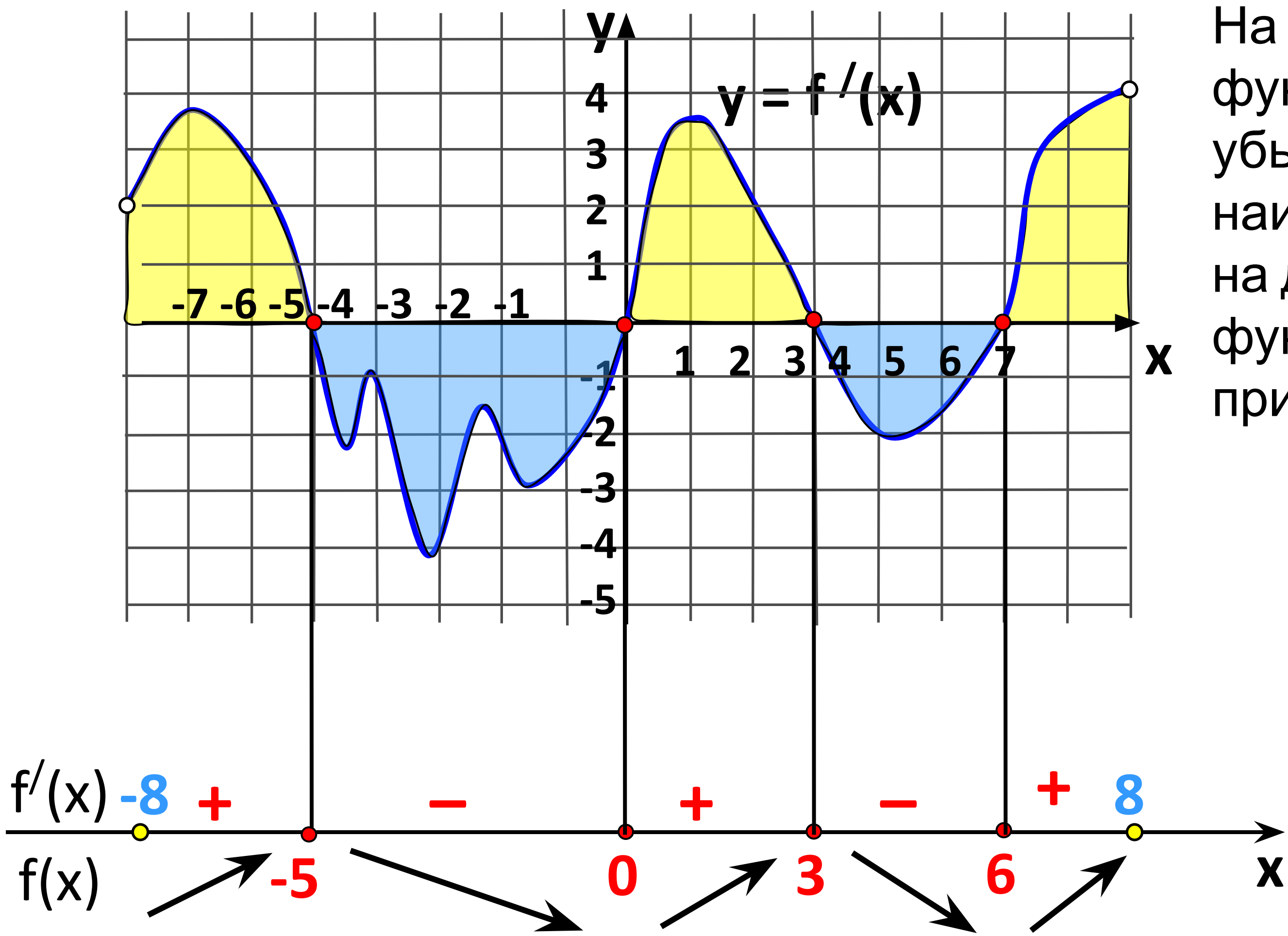
Найдите промежутки убывания функции y =f (x). В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 5.

Пример

В какой точке отрезка [– 4; –1] функции y =f (x) принимает наибольшее значение?

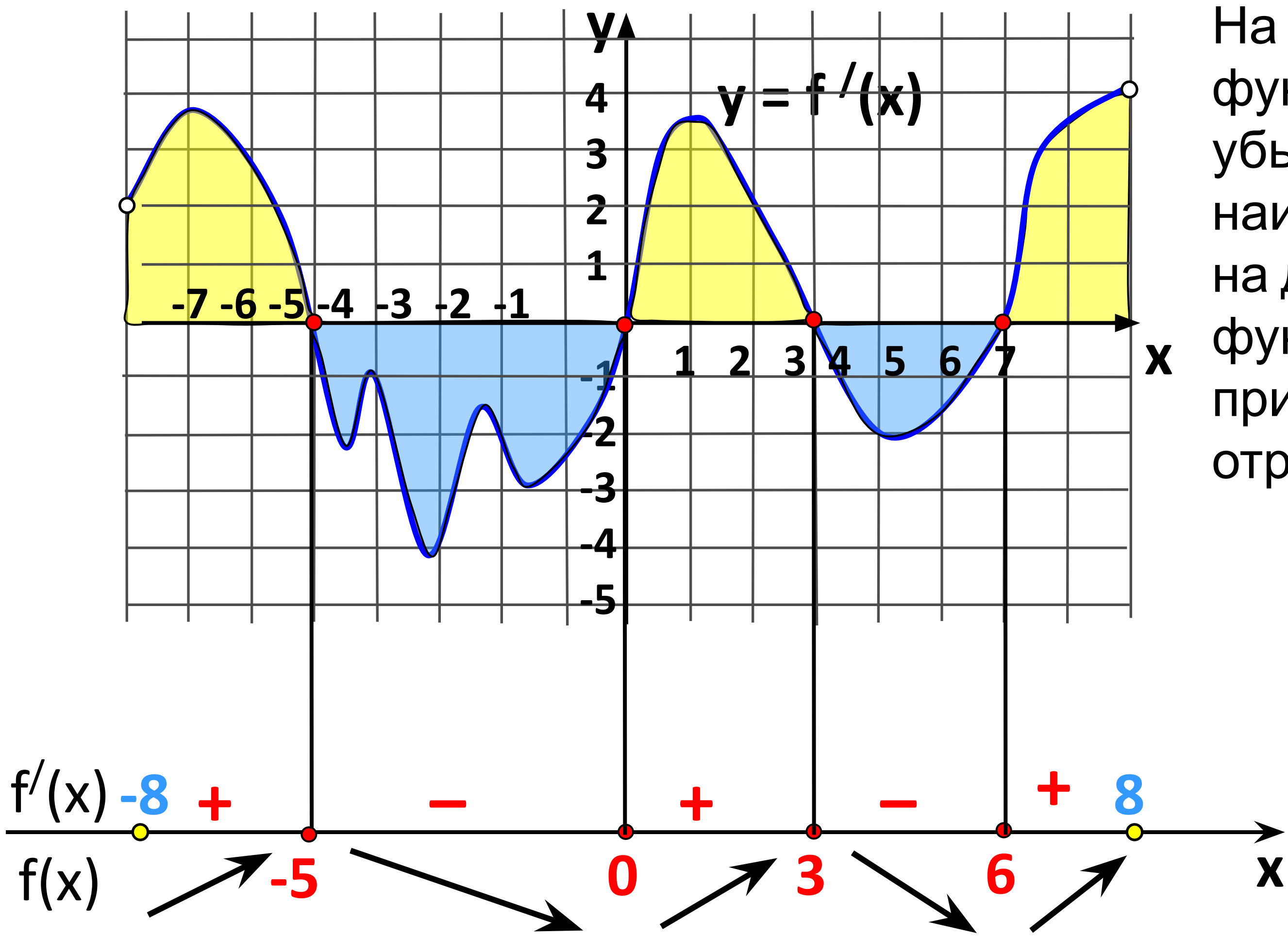


На отрезке [– 4; –1] функция y =f (x) убывает, значит, наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в точке – 4.

Ответ: – 4.

Пример

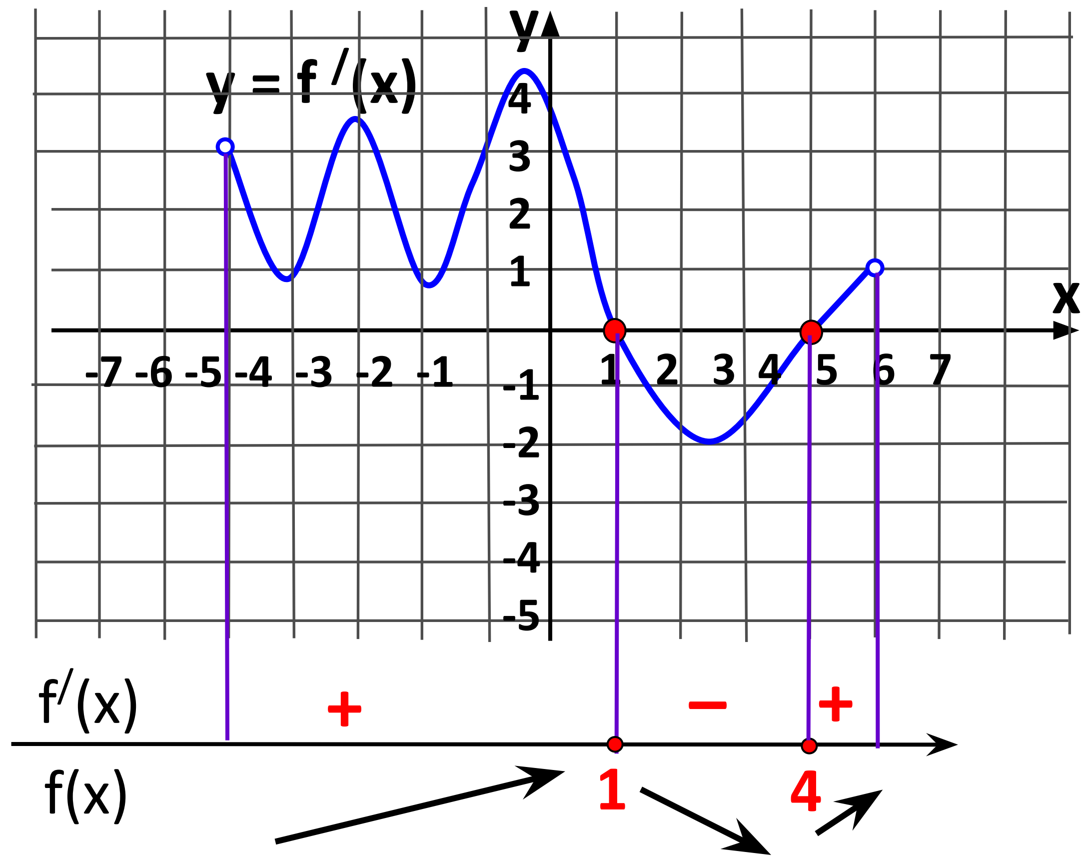
В какой точке отрезка [– 4; –1] функции y =f (x) принимает наименьшее значение?



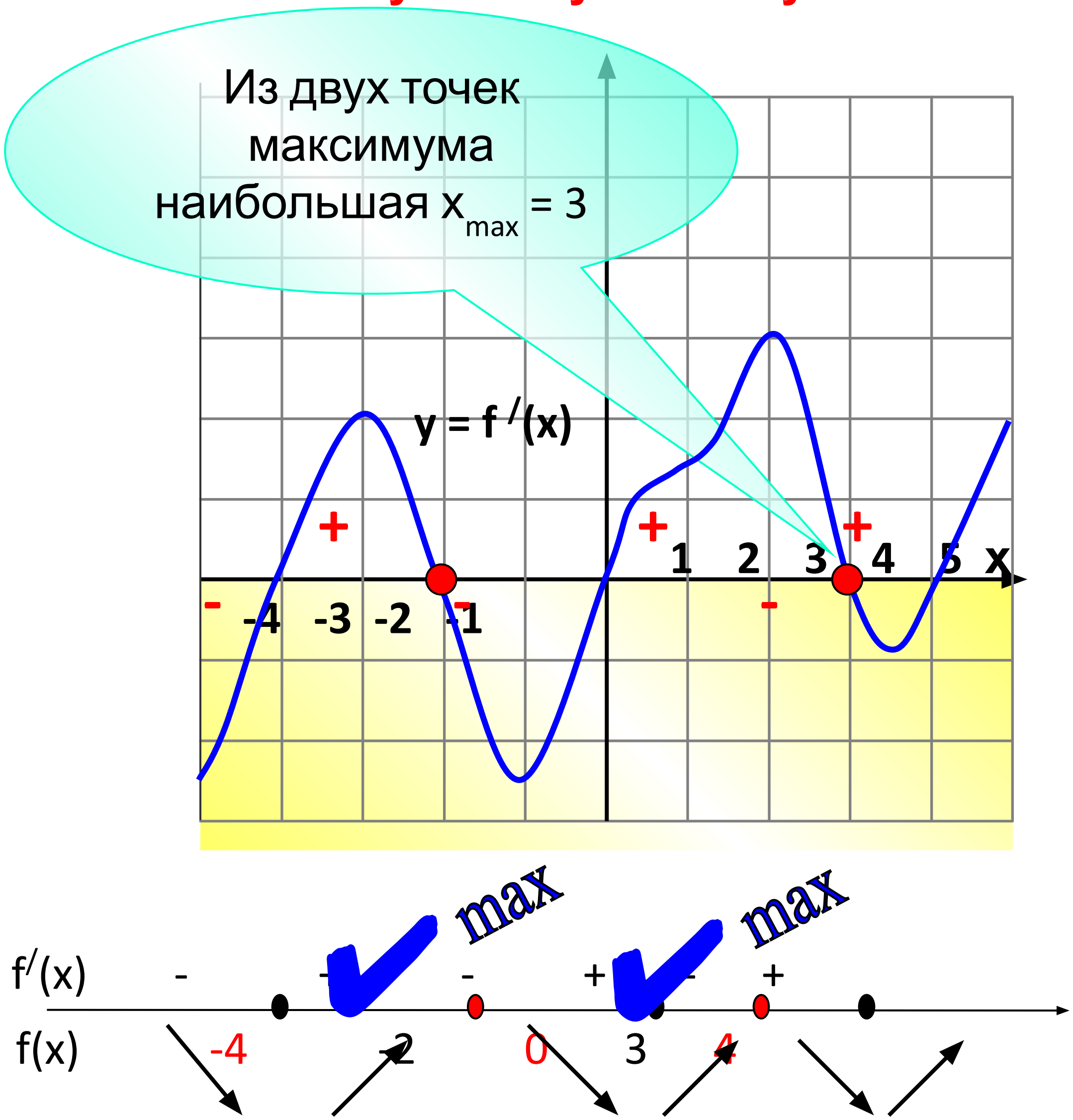
На отрезке [– 4; –1] функция y =f (x) убывает, значит, наименьшее значение на данном отрезке функция будет принимать в конце отрезка точке x= – 1.

Ответ: – 1.

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке (- 5; 5). Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.



В. На рисунке изображен график производной функции y =f $^{/}$(x), заданной на промежутке [-5;5]. Исследуйте функцию y =f (x) на монотонность и укажите наибольшую точку максимума .



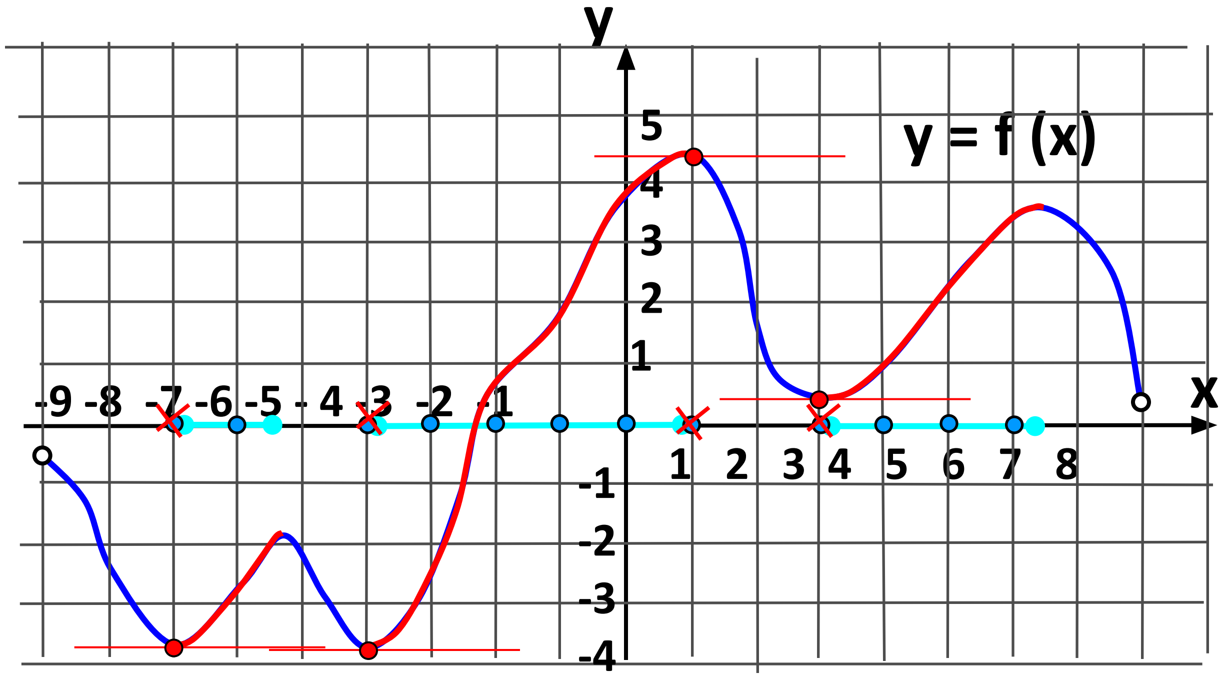
B8. На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-9; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решение:

1). $f^{/}(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)



Ответ: 8.

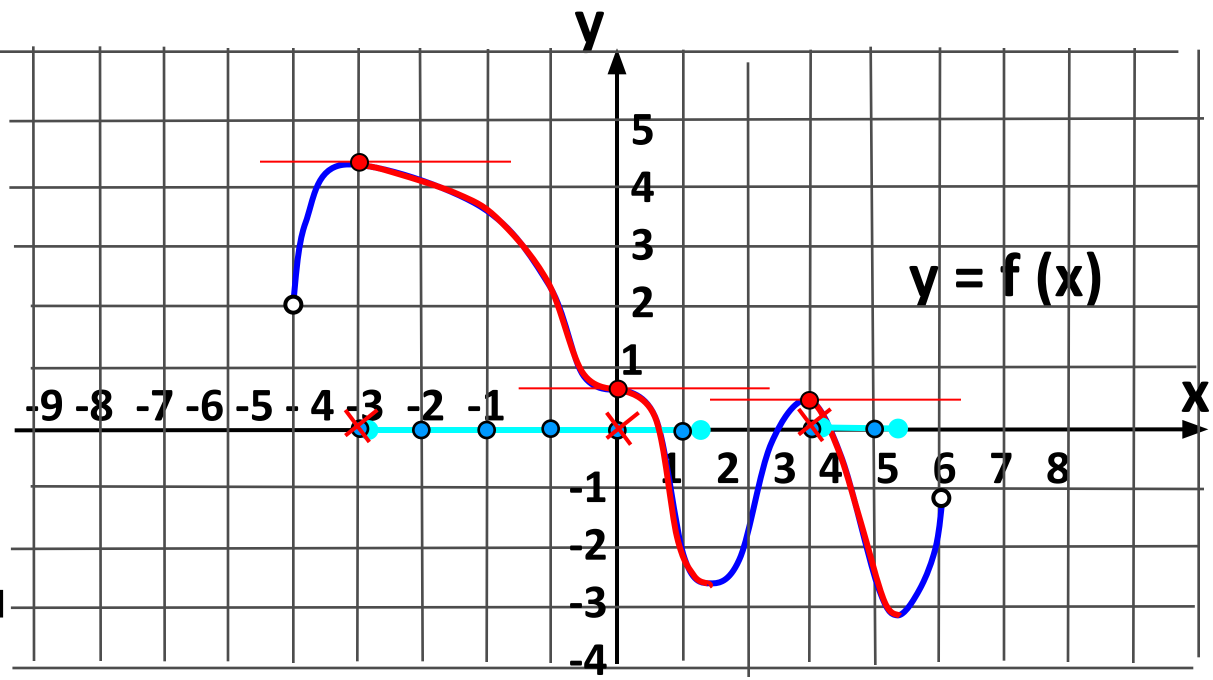
B8. На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f^{/}(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ох) х=0 точка перегиба, в этой точке производная равна 0!



Ответ: 5.

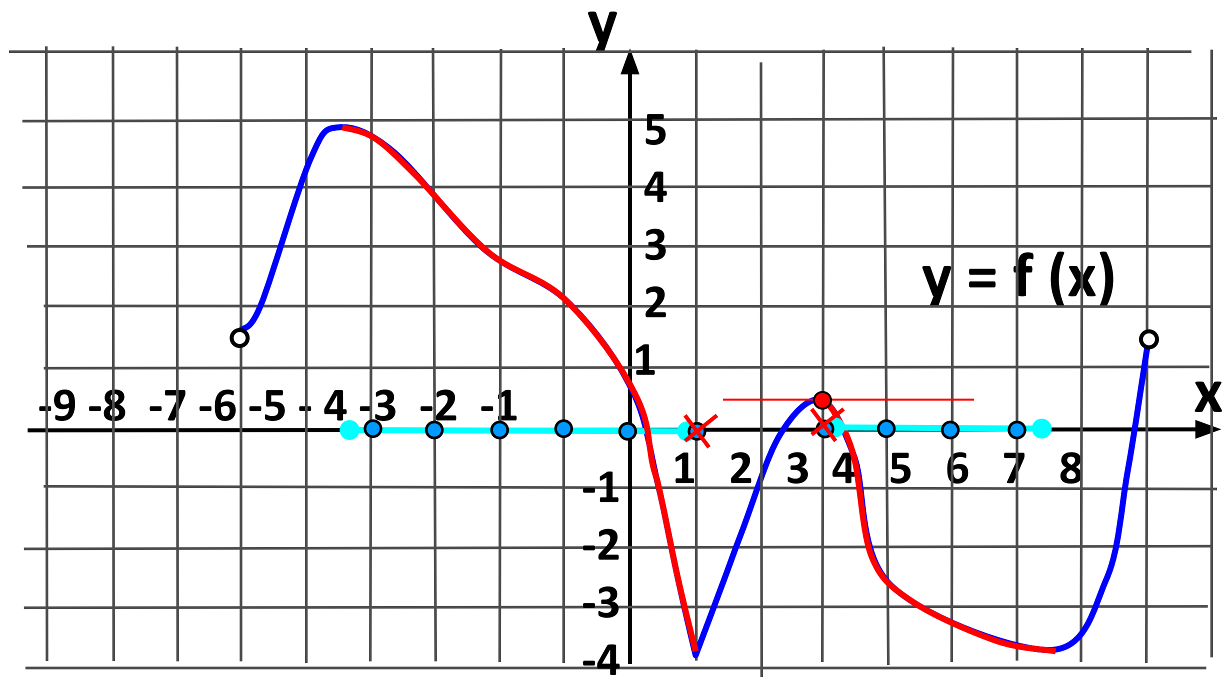
B8. На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

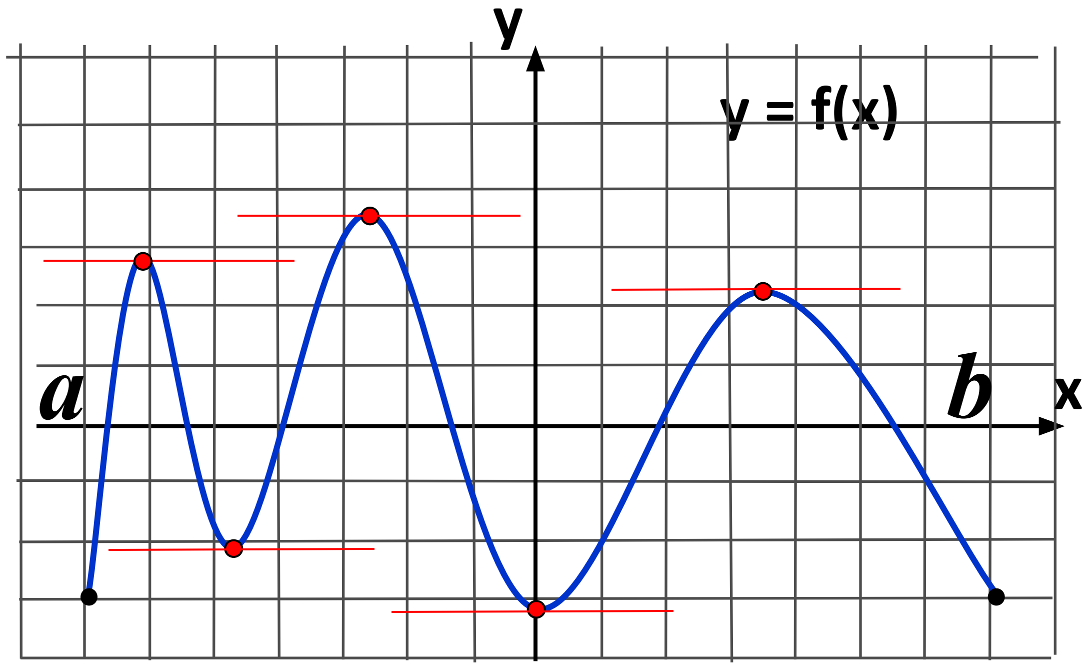
2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)
В точке x=1 производная не существует.

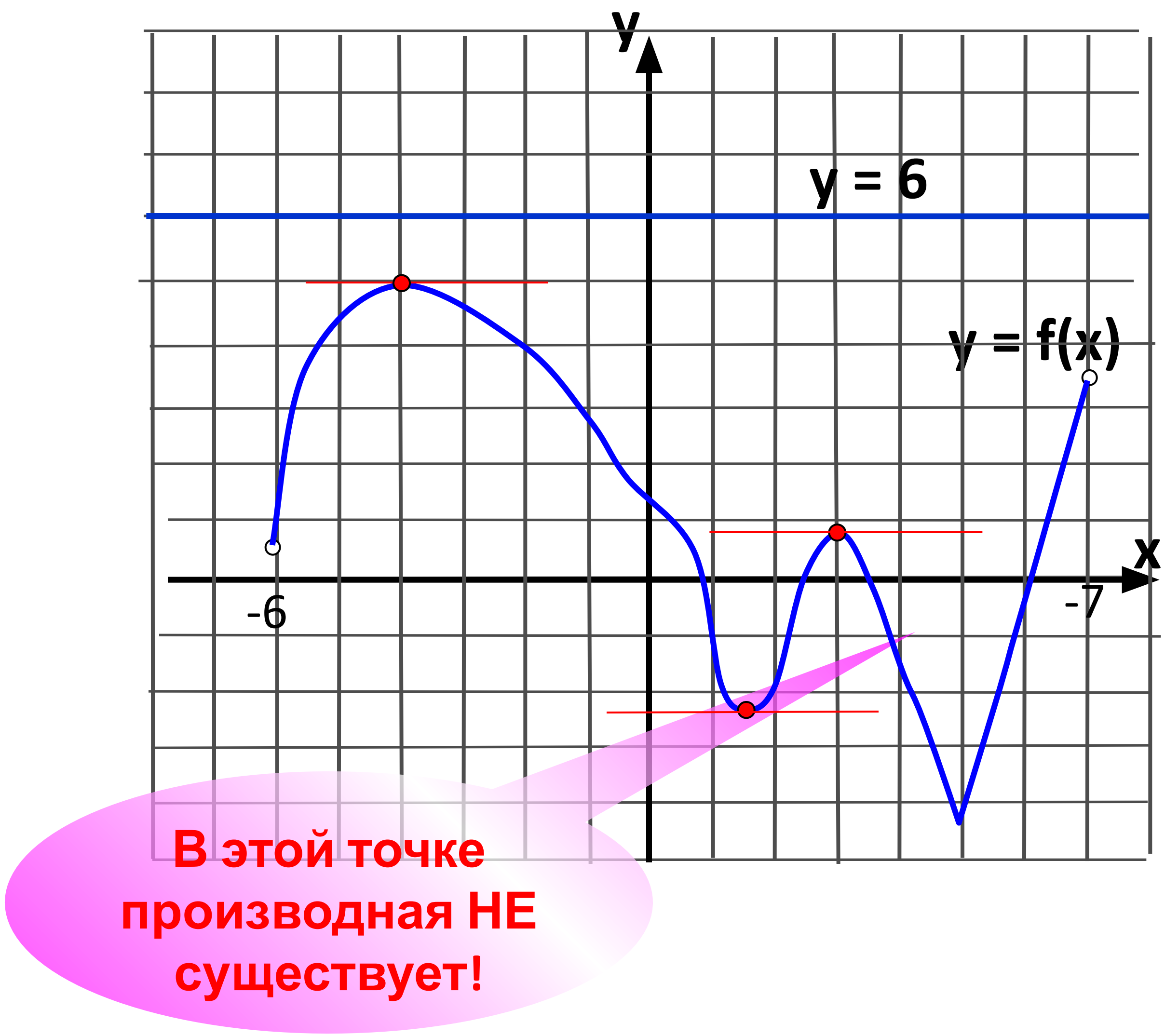


Ответ: 8.

В8. Непрерывная функция y = f(x) задана на отрезке [$a;b$]
На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox.

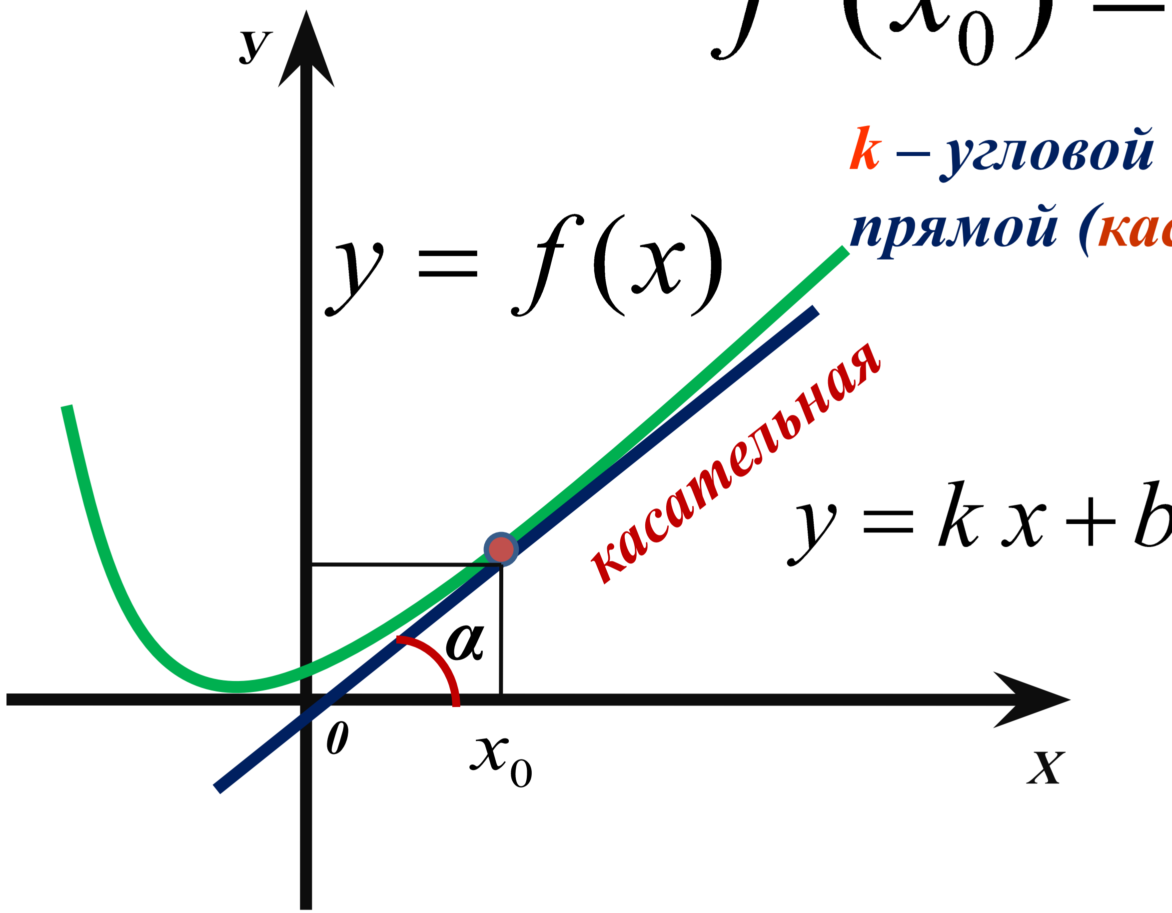


B8. Непрерывная функция y = f(x) задана на интервале (-6; 7).
На рисунке изображен ее график. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой y = 6.



$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

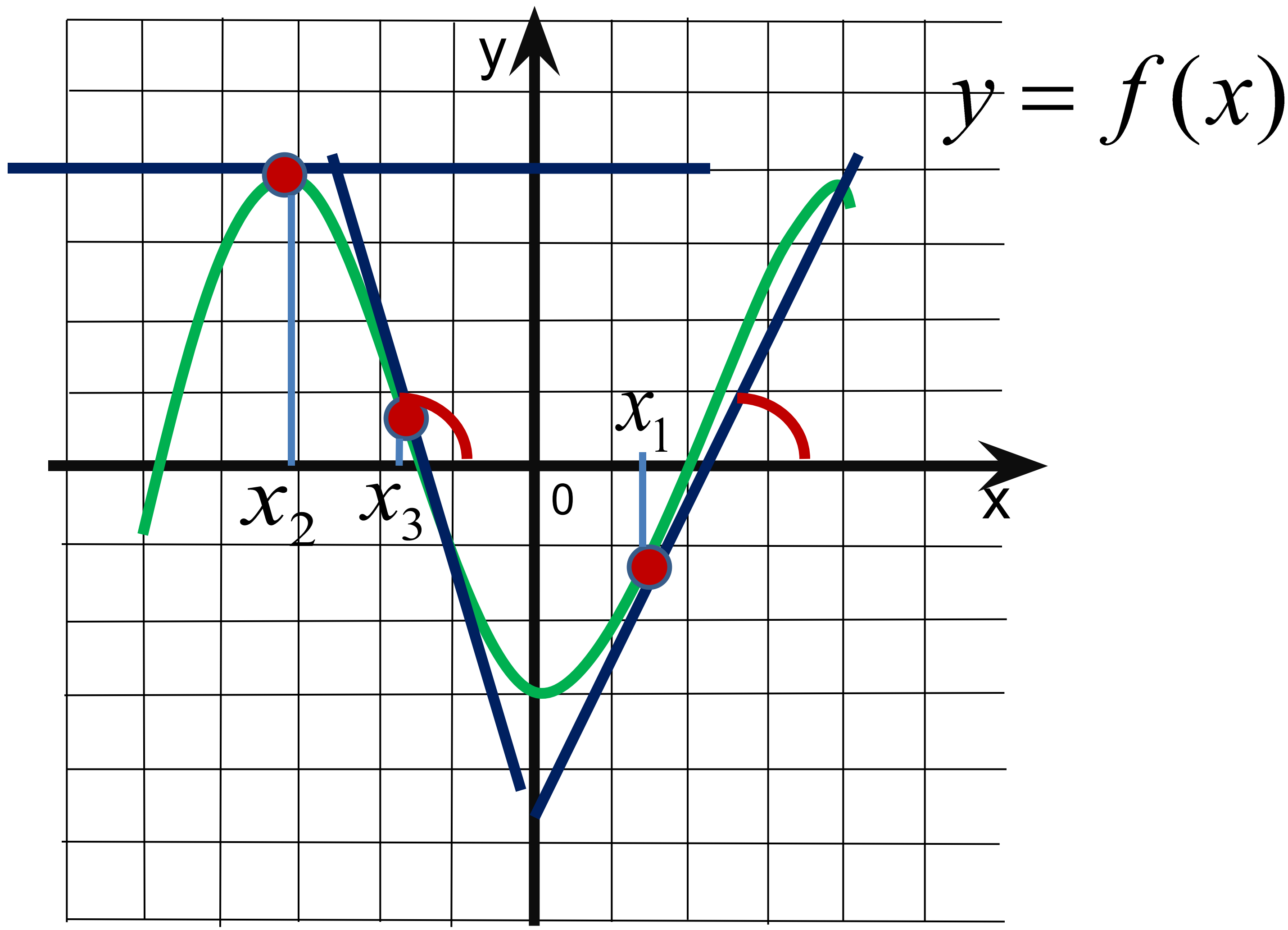
***k* – угловой коэффициент прямой (касательной)**



Геометрический смысл производной: ***если к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой*** x_0 ***можно провести касательную, непараллельную оси y, то*** $f'(x_0)$ ***выражает угловой коэффициент касательной, т.е.*** $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = tg\alpha$ ***, то верно равенство*** $f'(x_0) = tg\alpha$

Если α < 90°, то k > 0. **Если α > 90°, то k < 0.**



Если α = 0°, то k = 0. Касательная параллельна оси OX.

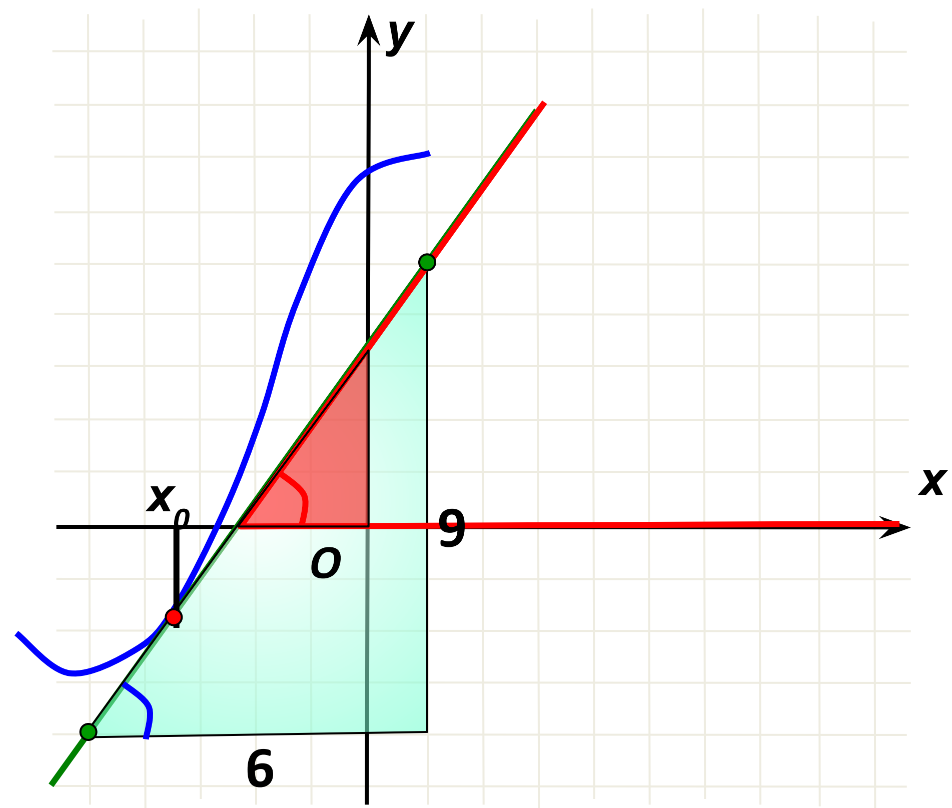
На рисунке изображен график функции y =f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ох, **острый**. Значит, значение производной в точке x_0 **положительно**.

2). Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,….

3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.



Ответ: $\frac{3}{2}$

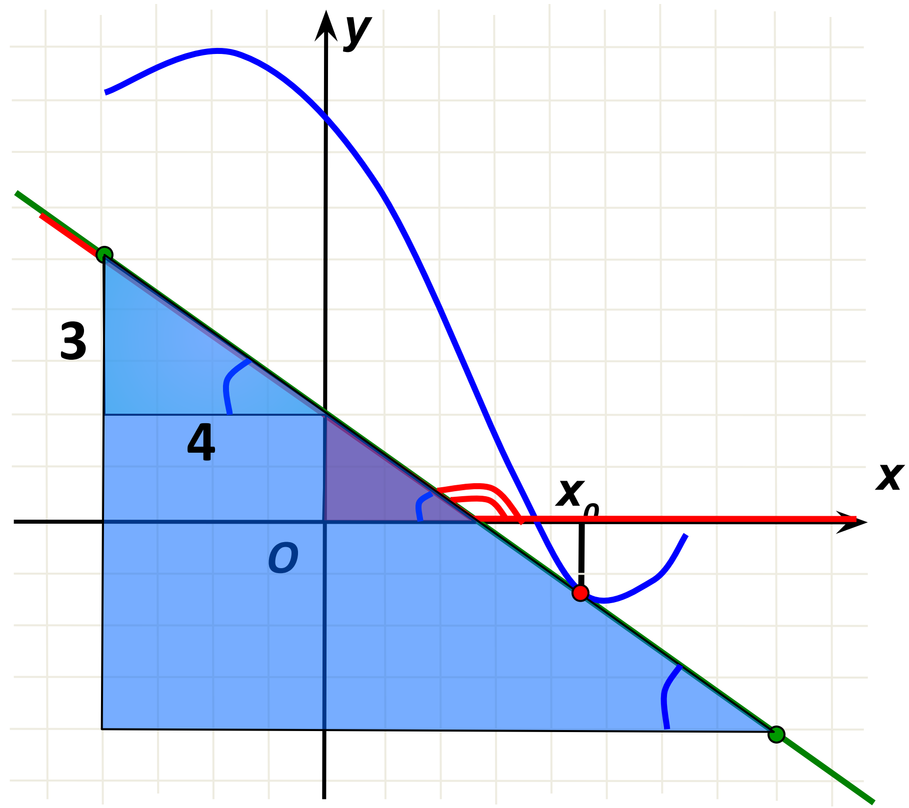
На рисунке изображен график функции y =f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox, **тупой**. Значит, значение производной в точке x_0 **отрицательно**.

2). Найдем тангенс смежного угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников.

3). Найдем тангенс угла – это отношение 3:4.



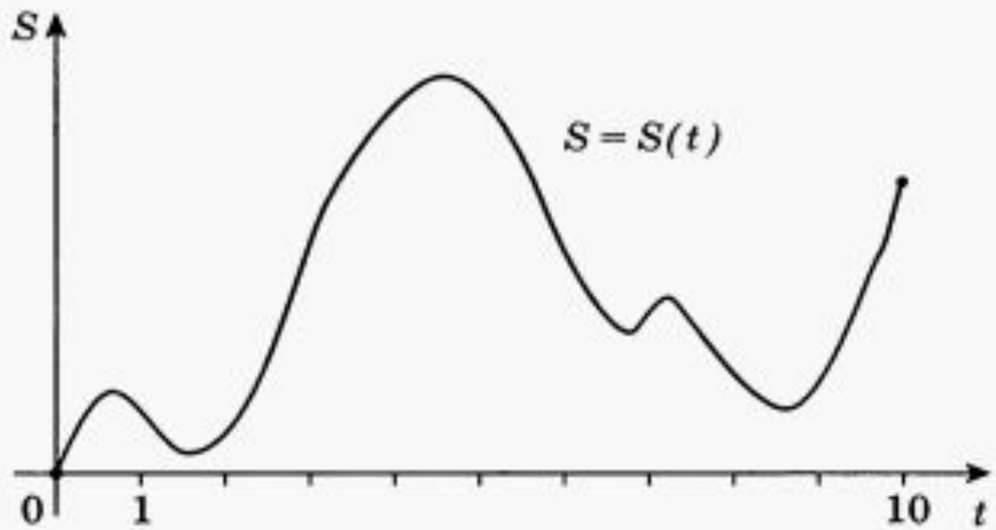
Ответ: $-\frac{3}{4}$

Новые задания B8

B8 Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние S в метрах.

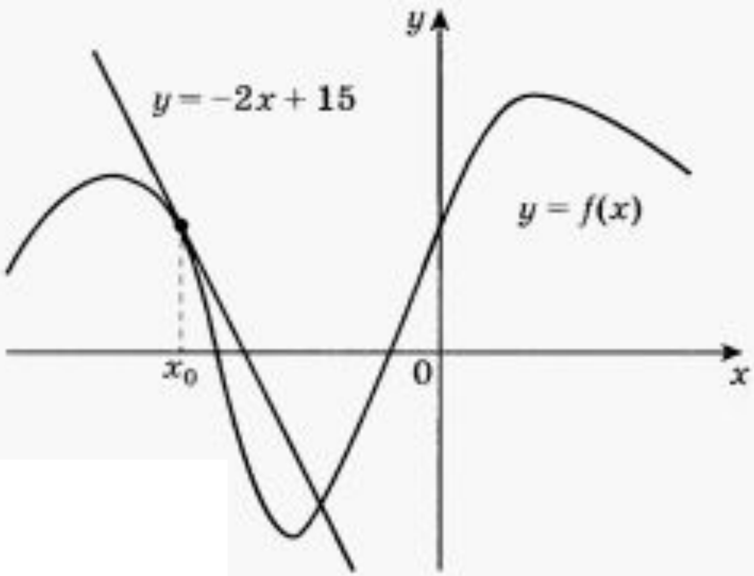
Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).

$$S'(t) = v(t)$$



Физический смысл производной

B8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0.



Решение.

1) $y' = (-\frac{1}{4}f(x)+5)' = -\frac{1}{4}\, f'(x)$

2) $y' = -\frac{1}{4}\,(-2) = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Ответ: 0,5

№ 1670

Прямая *$y= 6x+9$* параллельна касательной графику функции $y = X^2 + 7x – 6$.
Найдите абсциссу точки касания.

Решение.

1) $y^{/} = (x^2 + 7x – 6)^{/} = 2x+ 7$
2) $y^{/}(x_o) = к = 6$
3) $2x+ 7 = 6$

   $2x+ 7 =6$

   $2x= 6-7$

   $2x =-1$

   $X= -0,5$

Ответ: -0,5

Самостоятельная работа

Вариант 1		***Вариант*** 2	
№ 1768	2	№ 1769	2
№ 1877	0,5	№ 1878	1,5
№ 1874	-1	№ 1875	-0,5
№ 1939	6	№ 1940	9
№ 1753	2	№ 1754	1
№ 1671	-1,5	№ 1672	0,5

№ заданий из сборника «Подготовка к ЕГЭ 3000 задач» Ященко, Семёнов

У нас всё получилось!!!

Спасибо за урок!