Процессы и аппараты химической технологии

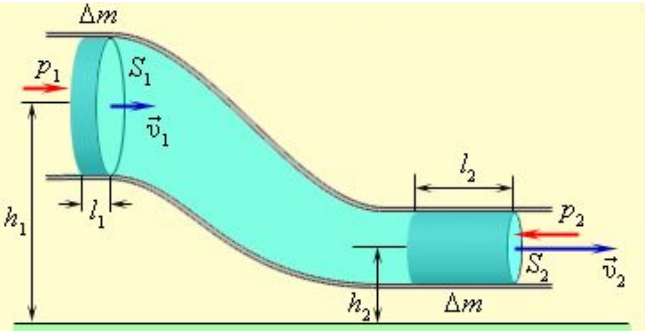
3 лекция

Гидродинамика

Гидродинамика движение идеальных и реальных жидкостей и газа.

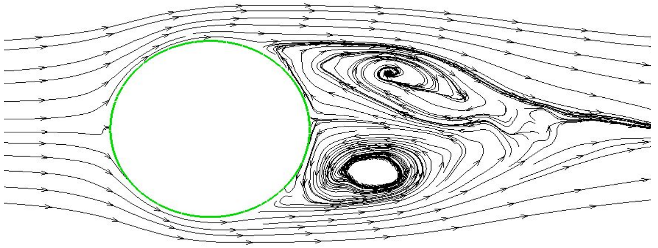
Разность давлений - движущая сила при течении жидкостей.

Задачи гидродинами



Внутренняя

- Анализ движения жидкости внутри труб и каналов



Внешняя

- Закономерности обтекания жидкостями различных тел (перемешивание, осаждение и др.)

Основные характеристики движения жидкостей

Скорость и расход

Количество жидкости, протекающей через поперечное сечение потока в единицу времени, называют расходом жидкости:

- Объемный расход – единицы объема в единицу времени (л/сек, м^3/ч и др.)
- Массовый расход – единицы массы в единицу времени (кг/сек, т/ч и др.)

Средняя скорость – отношение объемного расхода к площади живого сечения потока

$$w = \frac{Q}{S}$$

Объемный и массовый расходы соответственно:

$$Q = Sw$$
$$M = \rho Sw$$

ρw – массовая скорость жидкости W, [кг/(м^{3}сек)]

Гидравлический радиус

- При движении жидкости через сечение любой формы, отличной от круглой, в расчетах используют гидравлический радиус или эквивалентный диаметр.

Гидравлический радиус определяется как отношение площади затопленного сечения трубопровода (живого сечения потока) к смоченному периметру:

$$r_{\text{г}} = \frac{S}{П}$$

Эквивалентный диаметр – диаметр, выраженный через гидравлический радиус:

$$d = d_{\text{эг}} = 4r_{\text{г}}$$

Эквивалентный диаметр равен диаметру гипотетического трубопровода круглого сечения, для которого отношение площади S к смоченному периметру П то же, что и для данного трубопровода некруглого сечения.

Типы потоков

- Установившийся (стационарный) поток – в каждой точке пространства скорость, плотность, температура, давление и другие параметры потока не изменяются во времени.

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = 0$$

- Неустановившийся поток – вышеуказанные параметры потока изменяются с течением времени.

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} \neq 0$$

Примеры?

Режимы движения жидкости

- Ламинарный (струйчатый) режим – движение потока, в котором все частицы движутся по параллельным траекториям ($Re < 2320$).
- Турбулентный режим – движение частиц потока происходит по запутанным, хаотическим траекториям ($Re > 10000$).

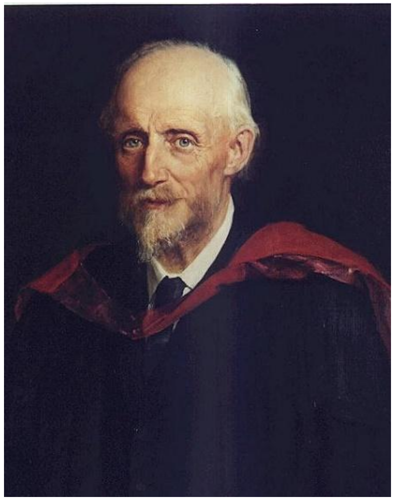
Опыт Рейнольдса

- чем больше массовая скорость жидкости и диаметр трубы и меньше вязкость жидкости, тем легче переход от ламинарного режима к турбулентному.

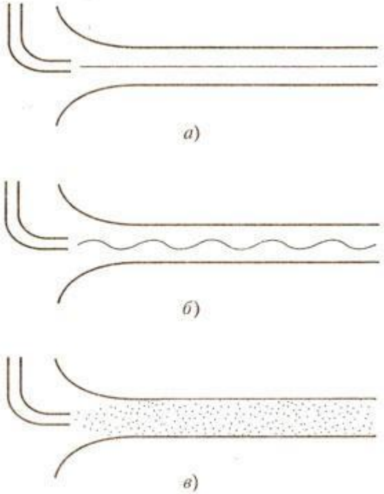
Критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{wd}{\nu}$$

$$Re_{\text{кр}} = 2320$$



Осборн Рейнольдс
1842-1912



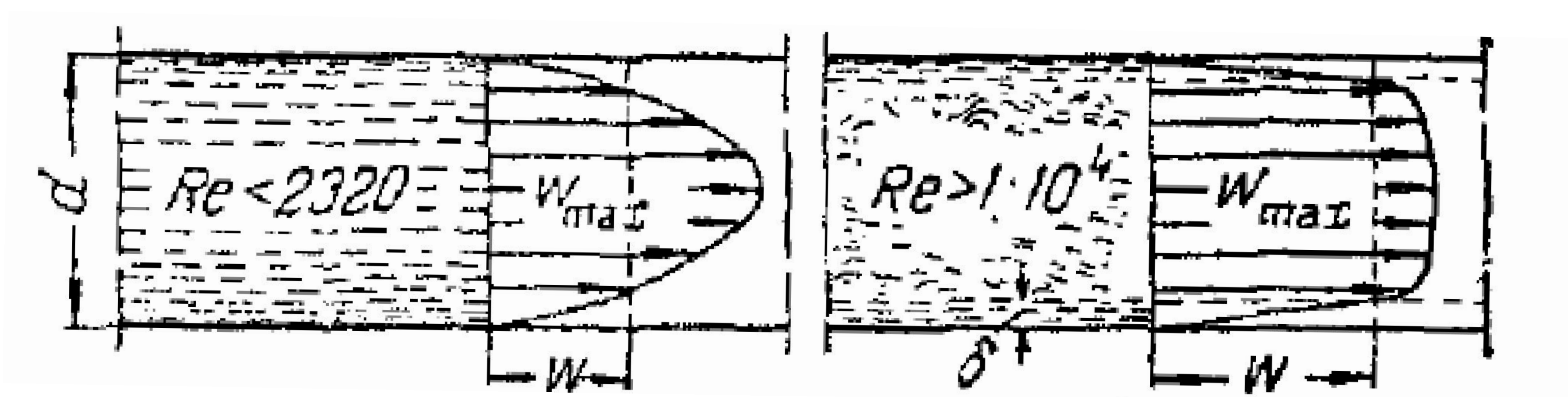
Ламинарный и турбулентный потоки

При ламинарном движении:

- Распределение скоростей в сечении трубопровода параболическое (закон Стокса).
- Средняя скорость равна половине скорости по оси трубы.

При турбулентном движении:

- Ядро потока – область, где движение является развитым турбулентным
- Гидродинамический пограничный слой, где происходит переход турбулентного движения в ламинарное



Уравнение неразрывности потока

- Пусть w_x - составляющая скорости потока на левой грани параллелепипеда ($dS = dxdy$)

Масса жидкости, входящая в параллелепипед через левую грань за время $d\tau$:

$$M_x = \rho w_x dydzd\tau$$

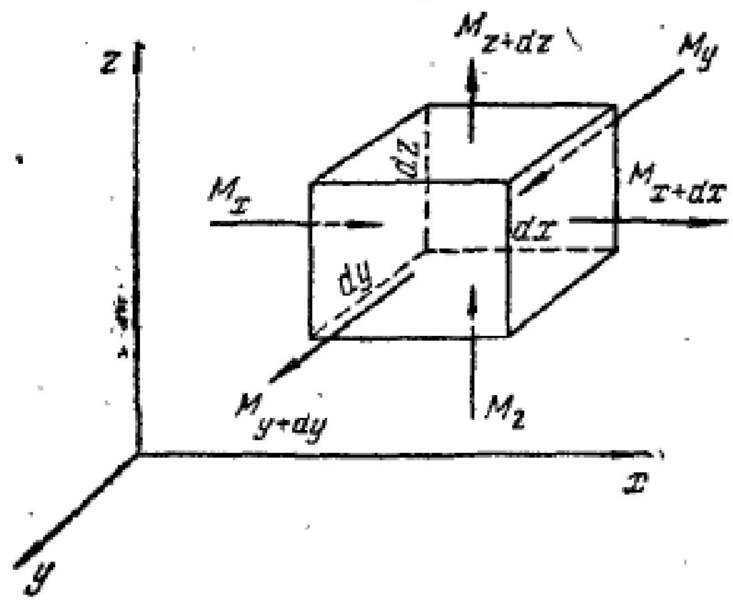
Масса жидкости, выходящая из параллелепипеда через правую грань за время $d\tau$:

$$M_{x+dx} = \left(\rho + \frac{\partial\rho}{\partial x}dx\right)\left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x}dx\right)dydzd\tau$$

$$= \left(\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x}dx\right)dydzd\tau$$

Приращение массы:

$$dM_x = M_x - M_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x}dxdydzd\tau$$



Уравнение неразрывности потока

- Аналогично для осей y и z:

Приращение массы:

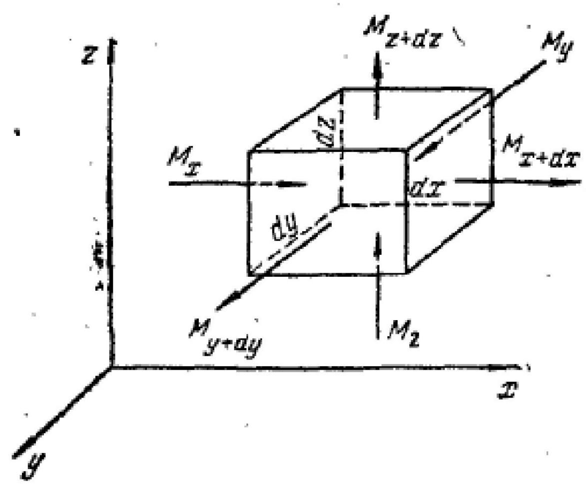
$$dM_y = -\frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} dydxdzd\tau; \; dM_z = -\frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} dzdxdyd\tau$$

Тогда общее приращение массы в параллелепипеде:

$$dM = -\left(\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z}\right) dzdxdyd\tau$$

НО! изменение массы возможно только при изменении плотности:

$$dM = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dxdydzd\tau$$



В итоге:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

Дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости.

Уравнение неразрывности потока

- Если поток установившийся ($\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$):

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

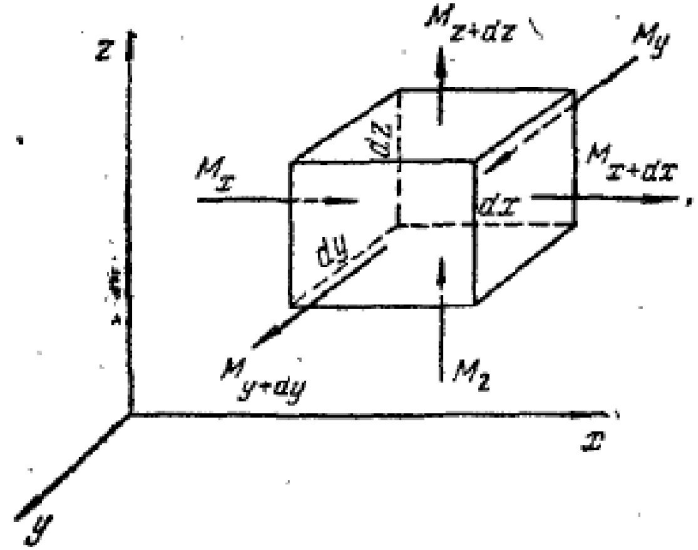
Если жидкость несжимаема ($\rho = const$):

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Дифференциальное уравнение неразрывности потока для установившегося движения несжимаемой жидкости

Можно также записать как:

$$\mathrm{div}\, w = 0$$



Уравнение неразрывности потока

- Если площадь сечения трубопровода постоянна, то для установившегося однонаправленного движения:

$$\rho w = const$$

Если сечение меняется:

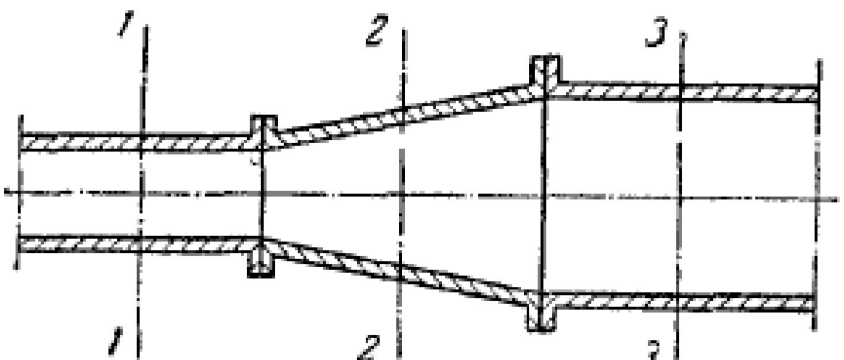
$$\rho w S = const$$

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2 = \rho_3 w_3 S_3$$

$$M_1 = M_2 = M_3$$

Интегральное уравнение неразрывности (уравнение постоянства расхода)

При установившемся движении жидкости, полностью заполняющей трубопровод, через каждое его поперечное сечение в единицу времени проходит одна и та же масса жидкости.



Важно:

- Скорость обратно пропорциональна площади сечения;
- Расчет матбаланса.

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

- Рассмотрим элементарный параллелепипед в установившемся потоке идеальной жидкости. Проведем аналогичные действия как при выводе уравнений равновесия Эйлера:

Проекции сил на оси x, y, z:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dydxdz$$

$$-\left(\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\right) dzdydx$$

! Сумма проекций сил, действующих на движущийся элементарный объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение.

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

- Масса:

$$dm = gdV = \rho dxdydz$$

Проекция ускорения на i ось:

$$\frac{dw_i}{d\tau}$$

В итоге после всех подстановок и сокращений:

$$\left.\begin{aligned} \rho\frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho\frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho\frac{dw_z}{d\tau} &= -g\,\rho - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{где} \quad \left.\begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x}w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y}w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z}w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x}w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y}w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z}w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x}w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y}w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z}w_z \end{aligned}\right\}$$

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

- $$\left.\begin{aligned} \rho\frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho\frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho\frac{dw_z}{d\tau} &= -g\,\rho-\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$ где $$\left.\begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau}+\frac{\partial w_x}{\partial x}w_x+\frac{\partial w_x}{\partial y}w_y+\frac{\partial w_x}{\partial z}w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau}+\frac{\partial w_y}{\partial x}w_x+\frac{\partial w_y}{\partial y}w_y+\frac{\partial w_y}{\partial z}w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau}+\frac{\partial w_z}{\partial x}w_x+\frac{\partial w_z}{\partial y}w_y+\frac{\partial w_z}{\partial z}w_z \end{aligned}\right\}$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Эйлера для установившегося и неустановившегося потока.