

ПРОИЗВОДНА ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ И Число e 11 класс

*Маханова Самига Галимжановна
учитель математики МБОУ «Мултановская СОШ»
Володарского района Астраханской области*

Цели урока

- ❖ Ознакомиться с понятием «экспоненты» и натурального логарифма;
- ❖ вывести формулу производной показательной функции

Научится применять эти формулы
При решении заданий на их применение

Эпиграф к уроку

*«Показательная функция
Не случайно родилась
В жизнь органически влилась
И движением прогресса занялась.»*



Б. Слуцкий.

ПОВТОРЕНИЕ —
мать учения !



Определение показательной функции

Функция, заданная формулой

$$y = a^x$$

(где $a > 0$, $a \neq 1$), называется

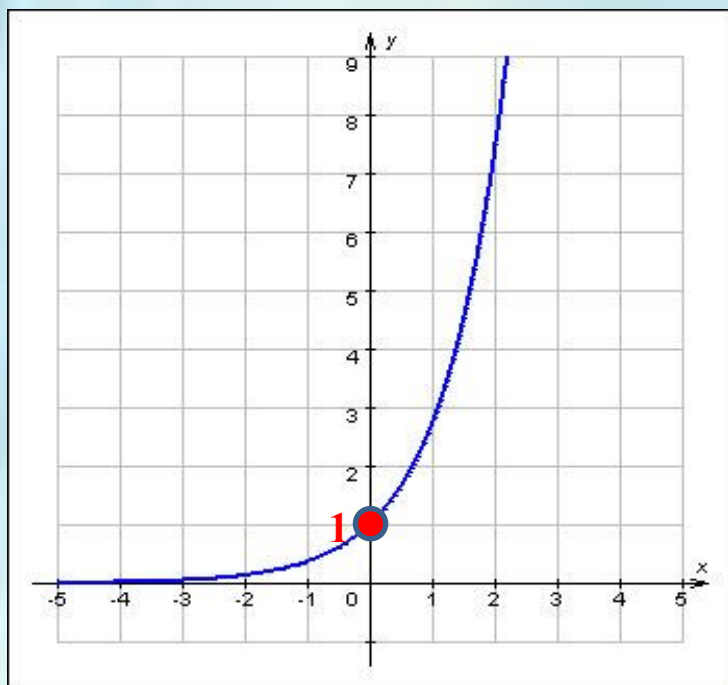
показательной функцией с

основанием a .

Свойства показательной функции $y = a^x$

$$a > 1$$

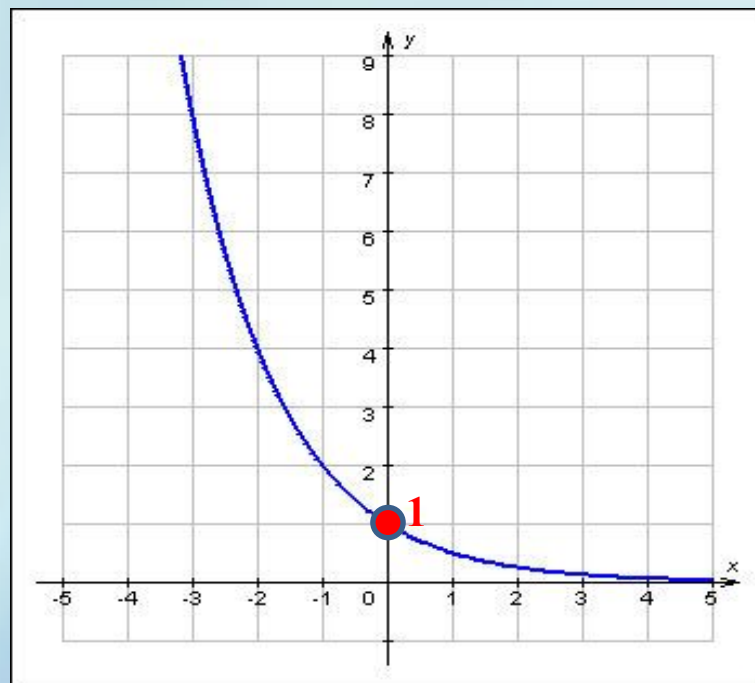
$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$



Функция возрастает

$$0 < a < 1$$

$$E(f) = (0; +\infty)$$



Функция убывает

Определение производной функции в точке x_0 .

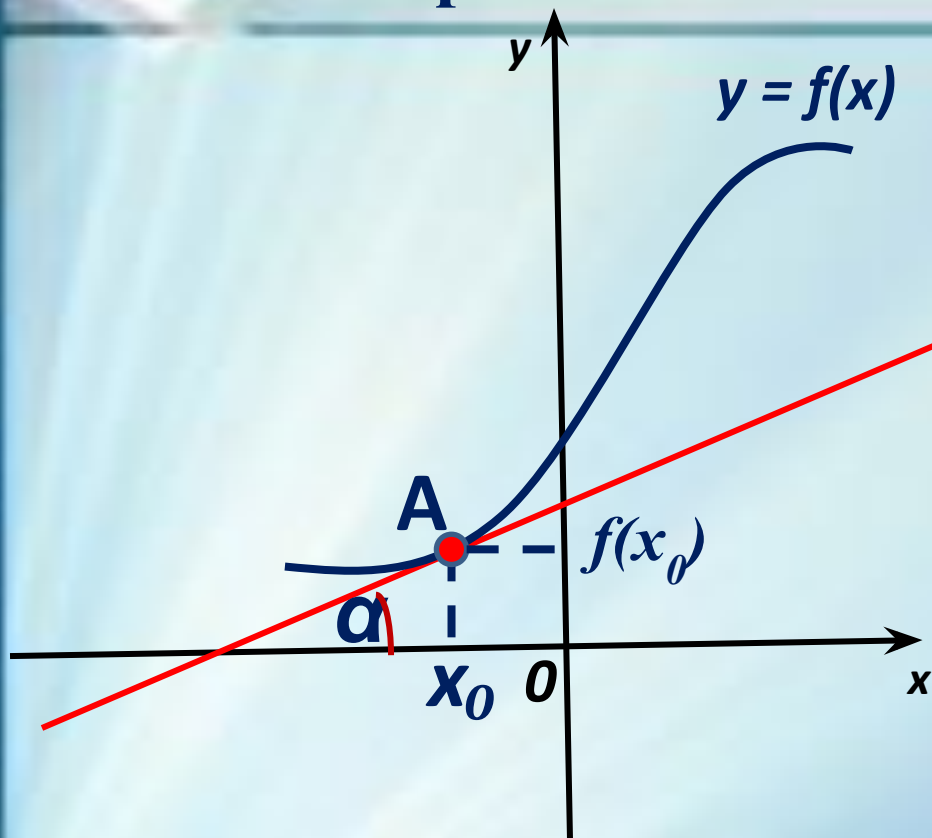
Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение

при $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при $\Delta x \rightarrow 0$.

Геометрический смысл производной



$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

Угловым коэффициентом k касательной к графику функции $f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$ равен производной функции $f'(x_0)$.

Игра: «Найди пары»

| | | |
|---------------------------|---------------------|---------------|
| $(u + v)'$ | $\cos x$ | e |
| $(u \cdot v)'$ | $n \cdot x^{n-1}$ | n |
| $(u / v)'$ | $-1 / (\sin^2 x)$ | a |
| $(x^n)'$ | $-\sin x$ | n |
| C' | $u'v + uv'$ | k |
| $(Cu)'$ | $1 / (\cos^2 x)$ | m |
| $(\sin x)'$ | $(u'v - uv') / v^2$ | c |
| $(\cos x)'$ | 0 | o |
| $(\operatorname{tg} x)'$ | $u' + v'$ | ε |
| $(\operatorname{ctg} x)'$ | Cu' | n |

Проверь себя !

| | | |
|---------------------------|-----------------------------------|----------|
| $(u + v)'$ | $u' + v'$ | Э |
| $(u \cdot v)'$ | $u' \cdot v + u \cdot v'$ | К |
| $(u / v)'$ | $(u' \cdot v - u \cdot v') / v^2$ | С |
| $(x^n)'$ | $n \cdot x^{n-1}$ | П |
| C' | 0 | О |
| $(Cu)'$ | $C u'$ | Н |
| $(\sin x)'$ | $\cos x$ | е |
| $(\cos x)'$ | $-\sin x$ | Н |
| $(\operatorname{tg} x)'$ | $1 / (\cos^2 x)$ | Т |
| $(\operatorname{ctg} x)'$ | $-1 / (\sin^2 x)$ | а |

Работа с компьютером



- ❖ На рабочем столе каждого ноутбука откройте Модуль ФЦИОР «Свойства показательной функции К1». Нажмите «мышкой» на «воспроизвести модуль». Вам выйдет тест из 5 заданий.
- ❖ Выполните 1 -задание Модуля , нажмите «мышкой» на номер верного ответа или запишите ответ в тесте. Нажмите «мышкой » на «ответить» и переходите к другому заданию.
Если выполнили задание неверно, откройте подсказку, найдите ошибку в своем решении.
- ❖ Проверьте итог своих работ по «Статистике» (С).

Работа с компьютером



- ❖ На рабочем столе каждого компьютера откройте Модуль ФЦИОР «Производные показательной функции, числа e и натурального логарифма. И1»
- ❖ Внимательно ознакомьтесь с каждым элементом Модуля, запишите в тетрадях основные формулы, ознакомьтесь с их доказательствами.
- ❖ Выполните задания Модуля. Проверьте итог своих работ по «Статистике» (С).

Экспонента

Функция

$$y = e^x$$

называется

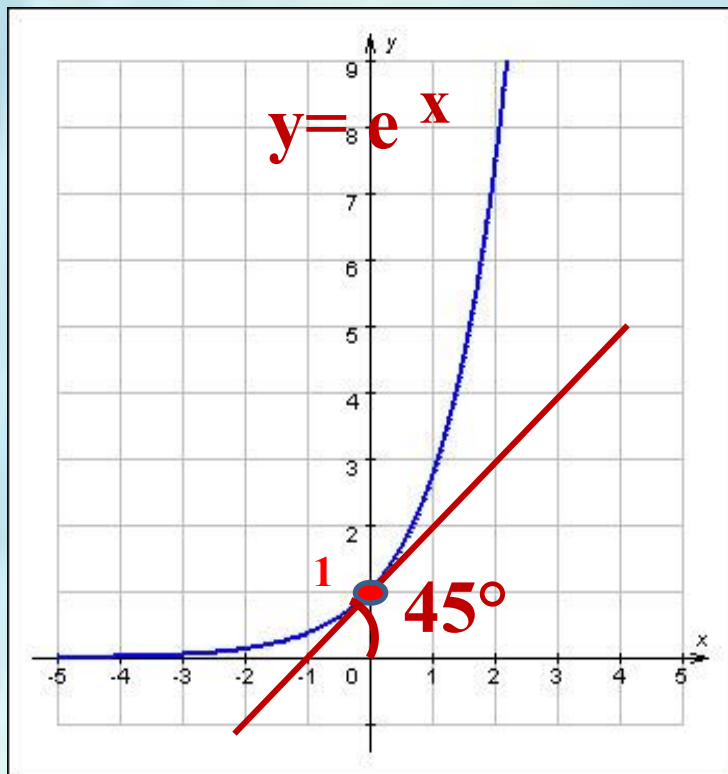
«ЭКСПОНЕНТА»

$$x_0 = 0; \quad \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

В точке $(0;1)$ угловой коэффициент k касательной к графику функции $y = e^x$

$$k = \operatorname{tg} 45^\circ = 1 -$$

геометрический смысл
производной экспоненты



Теорема 1.

Функция $y = e^x$ дифференцируема в каждой точке области определения, и $(e^x)' = e^x$

Натуральным логарифмом (\ln) называется логарифм по основанию e :

$$\ln x = \log_e x$$

Теорема 2.

Показательная функция дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Формулы дифференцирования показательной функции

- $(e^x)' = e^x;$
- $(e^{kx+b})' = k \cdot e^{kx+b};$
- $(a^x)' = a^x \cdot \ln a ;$
- $(a^{kx+b})' = k \cdot a^{kx+b} \cdot \ln a .$

- $F(a^x) = \frac{a^x}{\ln a} + C;$
- $F(e^x) = e^x + C.$

«Упражнения рождют мастерство.»

Тацит Публий Корнелий -
древнеримский историк



Примеры: Найти производные функций:

1. $(3e^x)' = 3e^x.$

2. $(e^{5x})' = (5x)' \cdot e^{5x} = 5 \cdot e^{5x}.$

3. $(4^x)' = 4^x \cdot \ln 4.$

4. $(2^{-7x})' = (-7x)' \cdot 2^{-7x} \cdot \ln 2 = -7 \cdot 2^{-7x} \cdot \ln 2.$



Решите задания из учебника:

№538(в,г)

№543(б)

№542(г)



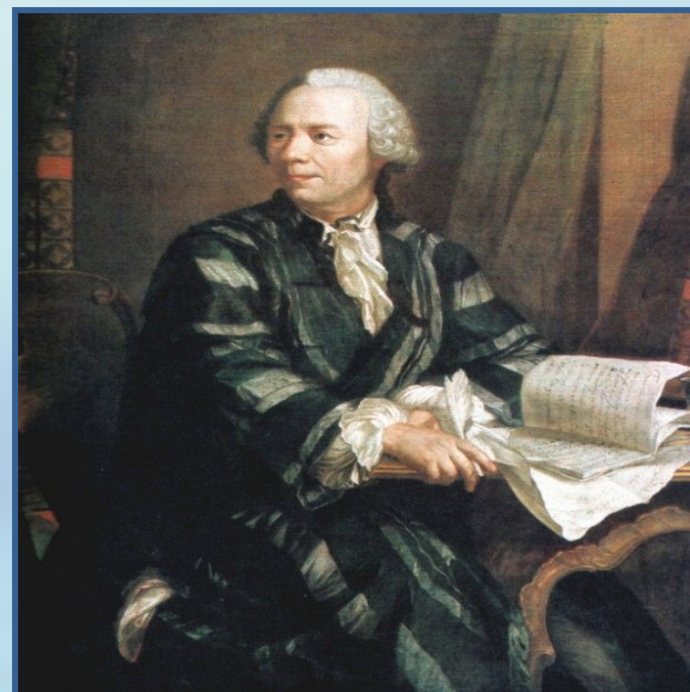
Интересное рядом



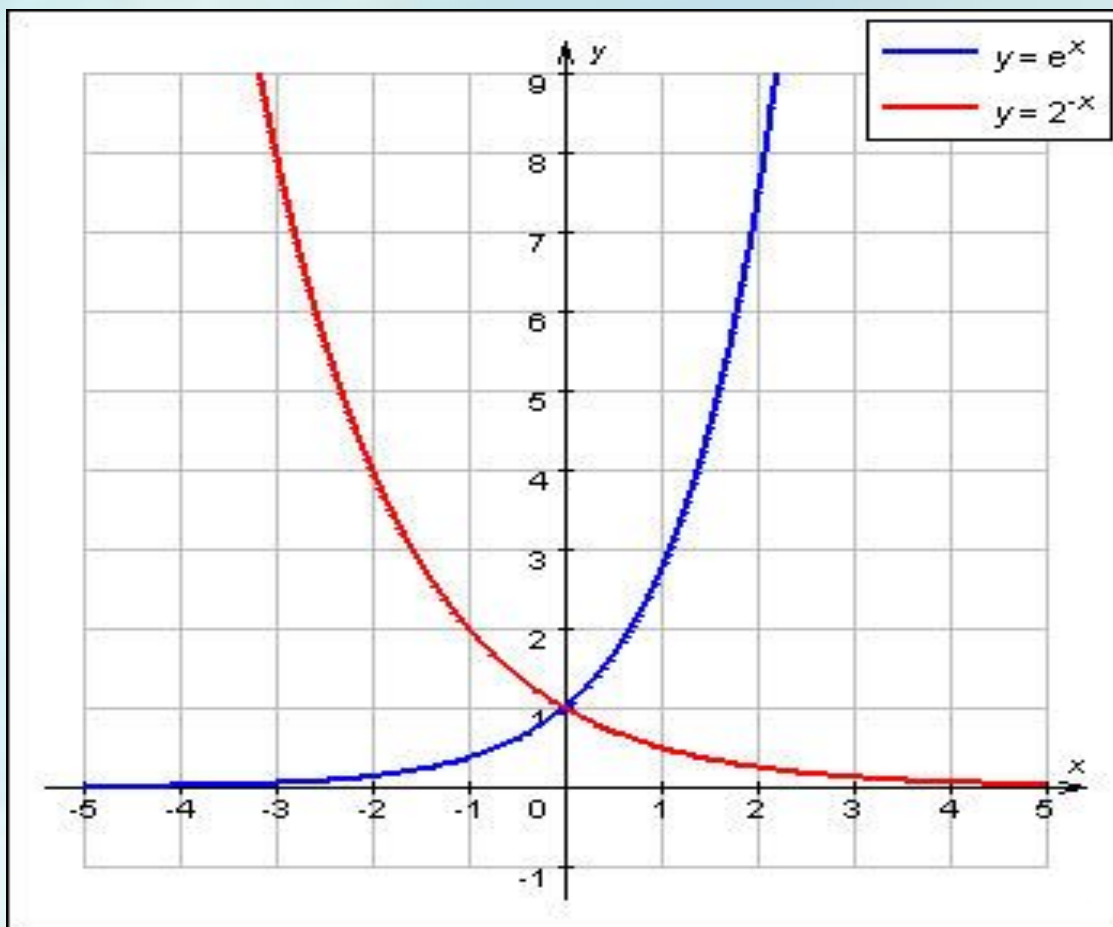
Джон Непер 1550 – 1617 г.г.
Шотландский математик,
изобретатель логарифмов .

В его честь число **e** называют
«неперовым числом».

Леонард Эйлер 1707 -1783 г.г.
Русский ученый – математик,
физик, механик, астроном...
Ввел обозначение числа **e**.
Доказал, что число
 $e \approx 2, 718281...$ -иррациональное.



Рост и убывание функции со скоростью ЭКСПОНЕНТЫ называется ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ



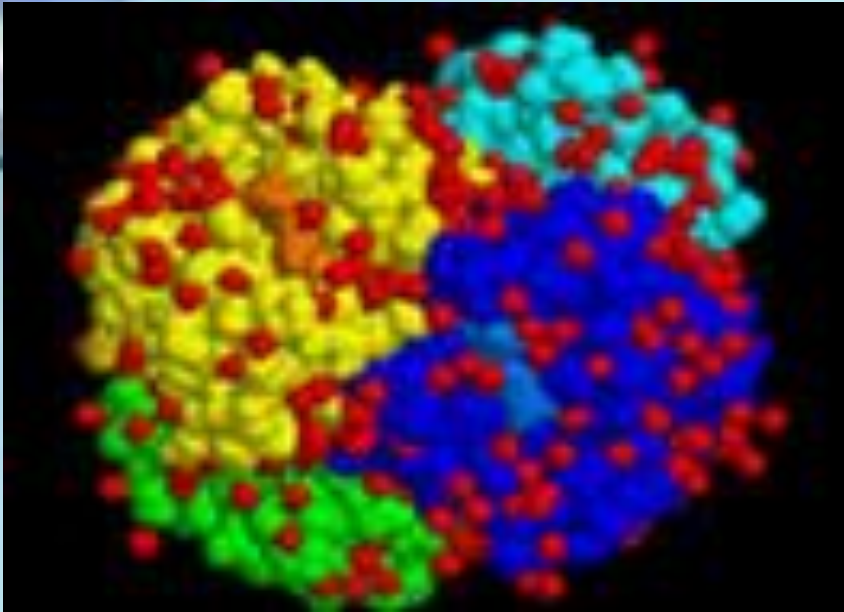
Экспоненциальный рост и убывание часто встречается в природе и технике



Высыхание почвы после дождя – закон изменения влажности, это спадающая экспонента



Наращение численности особей биологического вида происходит по нарастающей экспоненте.



Рост различных видов микроорганизмов и бактерий, дрожжей, ферментов - все эти процессы подчиняются одному закону:

$$N = N_0 e^{kt}$$

По этому закону возрастает количество клеток гемоглобина в организме человека, который потерял много крови.



Правило Вант-Гоффа: при повышении температуры на каждые 10°C скорость реакции увеличивается в среднем в 2-4 раза. $v = v_0 \cdot \gamma^{\frac{\Delta t}{10}}$

где v – скорость реакции в нагретой или охлажденной системе.
 v_0 - начальная скорость,
 γ - температурный коэффициент Вант-Гоффа,
 $2 \leq \gamma \leq 4$.

Итог урока:

Что нового вы узнали на уроке?

Какие моменты урока для вас были наиболее интересными?

Кто доволен своей работой на уроке?





Домашнее задание:

п. 41 ; № 539(б,г);
540(в); 542(б;в); 544(б).



Спасибо за урок!

