Табл

	С1
Не приступали (в %)	41,08
Приступили, но получили 0 баллов (в %)	27,82
1 балл (в %)	13,53
2 балла (в %)	17,58
3 балла (в %)	–
4 балла (в %)	–
Положительный результат (в %)	31,10

- В сравнении с 2011 г., для каждого из заданий С1–С6 число участников ЕГЭ, получивших положительные результаты за выполнение этих заданий, несколько уменьшилось.

Задание С1

- 32,3% в 2010 г.
- 41,8% в 2011 г.
- 31,10% в 2012 г.

Таблица 1.8. Группы выпускников с различным уровнем подготовки

Номер группы	Первичный балл	Тестовый балл	Уровень подготовки	Процент участников
I (низкий)	0–5	0–24	Участники, не преодолевшие порог в 5 первичных баллов или набравшие ровно 5 первичных баллов	13,9
II (базовый-1)	6–10	28 –44	Выпускники, освоившие курс математики на базовом уровне, не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по техническим специальностям вузов	39,2
III (базовый-2)	11–14	48–60	Выпускники, успешно освоившие базовый курс и имеющие реальные шансы успешного продолжения образования по техническим специальностям большинства ссузов и вузов	30,8
IV (повышенный)	11–23	63–81	Выпускники, успешно освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного и высокого уровней математической компетентности	15,3
V (высокий)	24–32	83–100	Выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности	0,7

Группа		С1 0б	С1 1б	С1 2б
I (низкий)		99,2	0,7	0,1
Базо-вый	Общ.	77,2	15,2	7,5
	II	93,1	5,9	1,0
	III	57,0	27,1	15,9
IV (повышен-ный)		6,0	17,8	76,1
V (высокий)		1,6	4,7	93,7

- . При этом проблемы в математическом образовании выпускников, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением курса основной и даже начальной школы. На уровне образовательных учреждений следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, диагностике доминирующих факторов их неуспешности, а для учащихся, имеющих мотивацию к ликвидации пробелов в своих знаниях, нужно организовывать специальные профильные группы. Отметим, что полное решение проблем, порождающих неуспешность при обучении математике, только силами образовательных учреждений невозможно – во многих случаях проблемы имеют социальный характер.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а),* но обоснование отбора корней в п. б) не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведен обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- Четыре различных подхода к отбору корней
- по числовой окружности,
- по графику,
- перебор подстановкой,
- решение неравенств

C1

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

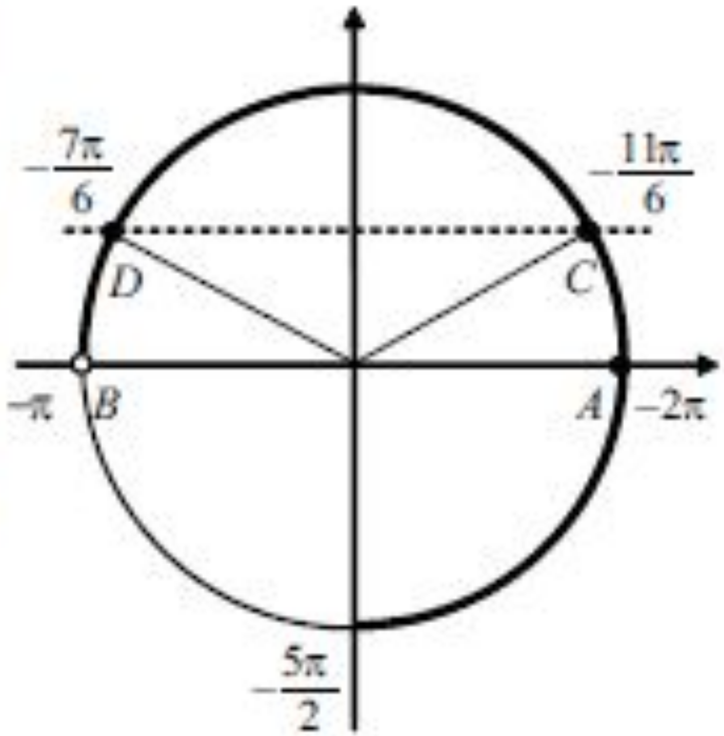
Решение.

а) Так как $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, то $1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x$,

$2\sin^2 x - \sin x = 0$, $\sin x\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0$.

Корни уравнения: $x = \pi n$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни уравнения $\sin x = 0$ изображаются точками A и B, а корни уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ — точками C и D, промежуток $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ изображается жирной дугой (см. рис.). В указанном промежутке содержатся три корня уравнения: -2π, $-2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$ и $-\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$.



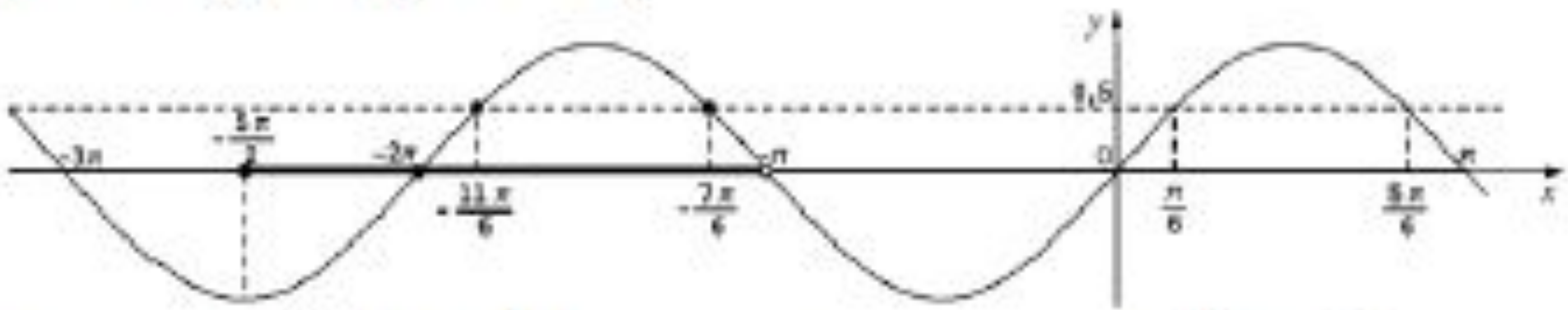
Ответ: *а)* πn, $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) $-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$.

б) Корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$, отберем по графику $y=\sin x$. Прямая $y=0$ (ось Ox) пересекает график в единственной точке $(-2\pi;0)$, абсцисса которой принадлежит промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$.

Прямая $y=\frac{1}{2}$ пересекает график ровно в двух точках, абсциссы которых принадлежат $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ (см. рис.). Так как период функции $y=\sin x$ равен 2π, то эти абсциссы равны, соответственно,

$$\frac{\pi}{6}-2\pi=-\frac{11\pi}{6} \text{ и } \frac{5\pi}{6}-2\pi=-\frac{7\pi}{6}.$$



В промежутке $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ содержатся три корня: $-2\pi,-\frac{11\pi}{6},-\frac{7\pi}{6}$.

б) Пусть $x=\pi n, n\in\mathbb{Z}$. Подставляя $n=\dots-3,-2,-1,0,1,2,\dots,$ получаем $x=\dots-3\pi,-2\pi,-\pi,0,\pi,2\pi,\dots$. Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ принадлежит только $x=-2\pi$.

Пусть $x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$. Подставляя $k=\dots-3,-2,-1,0,1,2,\dots,$ получаем:

$$x=\dots\left(-\frac{1}{6}-3\right)\pi,\ \left(\frac{1}{6}-2\right)\pi,\ \left(-\frac{1}{6}-1\right)\pi,\ \frac{\pi}{6},\ \left(-\frac{1}{6}+1\right)\pi,\ \left(\frac{1}{6}+2\right)\pi,\dots.$$

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ принадлежат только $x=-\frac{11\pi}{6}, x=-\frac{7\pi}{6}$.

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ принадлежат корни: $-2\pi,-\frac{11\pi}{6},-\frac{7\pi}{6}$.

б) Отберем корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$.

Пусть $x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$. Тогда $-\frac{5\pi}{2}\le \pi n<-\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{2}\le n\le -1 \Leftrightarrow n=-2$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$: $x=-2\pi$.

Пусть $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$.

Тогда $-\frac{5\pi}{2}\le \frac{\pi}{6}+2\pi n<-\pi \Leftrightarrow -\frac{4}{3}<n\le -\frac{7}{12} \Leftrightarrow n=-1$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$: $x=-\frac{11\pi}{6}$.

Пусть $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$.

Тогда $-\frac{5\pi}{2}\le \frac{5\pi}{6}+2\pi n<-\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{3}\le n<-\frac{11}{12} \Leftrightarrow n=-1$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$: $x=-\frac{7\pi}{6}$.

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$ принадлежат корни: $-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$.

C1 а) Решите уравнение $2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=\sqrt{3}\cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

C1. Решите уравнение $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

140. $(\sin 2x)\cdot\sqrt{4-x^2}=0$.

141. $(\cos 3x-1)\cdot\sqrt{6+5x-x^2}=0$.

C1 Дано уравнение $\sin x \cdot \left(\sin x \cdot \cos^{-1} x + \frac{1}{3} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(\sin x + \frac{1}{3} \cos x \right)$

а)Решите уравнение.

б)Найдите корни на промежутке $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

С1

а) $x = -arctg\frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б)

$$-arctg\frac{1}{3} - \pi, -arctg\frac{1}{3}, -arctg\frac{1}{3} + \pi, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}.$$

C1 Дано уравнение $3^{\operatorname{tg}^2 2x+\sqrt{3}} - \frac{1}{3} \cdot 3^{(\sqrt{3}+1)\cdot\frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2 x}+1} = 0$

а)Решите уравнение.

б)Найдите корни на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; 3\pi\right]$.

С1

а) $$x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2},\ x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}.k,n\in\mathbb{Z}\ .$$

б) $$x=\frac{5\pi}{8},\frac{9\pi}{8},\frac{13\pi}{8},\frac{17\pi}{8},\frac{21\pi}{8},\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6},\frac{5\pi}{3},\frac{13\pi}{6},\frac{8\pi}{3}.$$

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а),* но обоснование отбора корней в п. б) не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведен обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C1.

а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0{,}5$

$\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 0{,}5$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

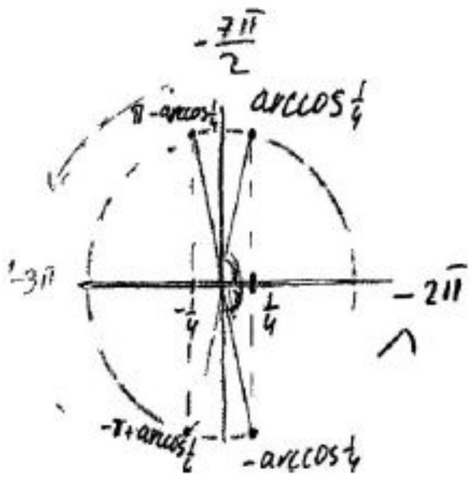
$\cos x = \pm \frac{1}{4}$

$x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$, или $x = \pi - \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$

и

$x = -\pi + \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$ $\quad k \in Z$.

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$



1) $(\pi - \arccos \frac{1}{4}) - 2\pi = -\arccos \frac{1}{4} - \pi$

2) $-\pi + \arccos \frac{1}{4} - 2\pi = \arccos \frac{1}{4} - 3\pi$

3) $-\arcsin \frac{1}{4} - 2\pi$

Комментарий. Весьма показательный пример ситуации, описанной на предыдущей странице. Работа явно не пустая. Уравнение $\cos x = \pm\frac{1}{4}$ решено верно и потом «почти» верно (есть описка в п. 3)) произведен отбор. Но при переходе от $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ к $\cos x = \pm\frac{1}{4}$ - очевидная «глупая» арифметическая ошибка. Уже этого достаточно для выставления 0 баллов.

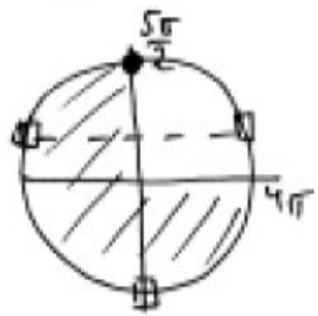
Оценка эксперта: 0 баллов.

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x \qquad \left[\frac{5\pi}{2};\, 4\pi\right]$$

а)
$$\left[\begin{array}{ll} \frac{3\pi}{2} + 2x = x + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\pi}{2} + 2x = -x + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} x = -\frac{3\pi}{2} + 2\pi k & (\bullet) \\ x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3} & (\square) \end{array}\right.$$

б)



$\square$ $n = 0$ $x = -\frac{\pi}{2}$ —

$n = 1$ $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ —

$n = 2$ $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$ —

$n = 3$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi$ —

не подходит.

$\left\{\frac{5\pi}{2};\ \frac{7\pi}{2};\ \frac{17\pi}{6}\right\}$

подходит.

Комментарий. Весьма «пограничный» случай. Нет даже отдельно выписанного ответа. С другой стороны, в тексте работы верные ответы **получены** и ошибок нет. Кроме того, весьма оригинален сам подход к решению, не использующий формул приведения и формул двойного аргумента, а основанный на раскрытии смысла более первичного равенства $\cos\alpha = \cos\beta$. Открытым остается вопрос об «обоснованности» отбора корней. Сколько можно судить по тексту, после подстановки $n = 0, 1, 2, 3$ в формулу и проверки, что эти значения не подходят, автор остальные подстановки перестал выписывать, а произвел вычисления и (верный!!) отбор в уме или, быть может, на черновике.

Оценка эксперта: 2 балла.

$\boxed{C1}$ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)=\cos x$ $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

а) $\sin 2x=\cos x$

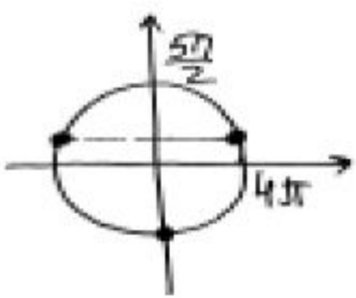
$2\sin x\cos x=\cos x$

$\cos x(2\sin x-1)=0$

$\cos x=0$ или $\sin x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ $x=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$



$\left\{\frac{7\pi}{2};\frac{5\pi}{6};\frac{5\pi}{2}\right\}$

Комментарий. В пункте *а* решение верно и обоснованно, ответ верен, разве что не хватает $k \in Z$, $n \in Z$, но только за это снизить оценку вряд ли нужно. Так что 1 балл есть.

Ответ в пункте *б* неверен и ясно, где произошла ошибка: в ответ (из картинки) включен «основной» корень $\frac{5\pi}{6}$, явно меньший $\frac{5\pi}{2}$, а следовало бы включить $\frac{5\pi}{6}+2\pi=\frac{17\pi}{6}$. Кроме того, в ответе еще и $\frac{5\pi}{2}$ – лишнее: это число попало в ответ просто из-за того, что являлось концом заданного отрезка.

Оценка эксперта: 1 балл.

C_1.

$$\cos 2x + 0{,}5 = \cos^2 x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 0{,}5 = \cos^2 x$$

$$\sin^2 x = 0{,}5$$

$$|\sin x| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$$

б) $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

$$-\frac{7\pi}{4};\ -\frac{5\pi}{4};\ -\frac{3\pi}{4}.$$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$

б) $-\frac{7\pi}{4};\ -\frac{5\pi}{4};\ -\frac{3\pi}{4}.$

Комментарий. В работе имеется, как минимум, два недочета. Первый из них – прямая ошибка: в а) должно быть $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$. Значит, уже не более 1 балла. Второй – нет никакого обоснования отбора корней. Поэтому правильный ответ в б), неизвестно как полученный из неверного ответа в а) (откуда появился корень $-\frac{5\pi}{4}$??), не дает шанса поставить и 1 балл. Ситуацию мог бы выручить рисунок, по которому было бы видно как происходит отбор корней уравнения $|\sin x|=\frac{1}{\sqrt{2}}$, но такого рисунка нет.

Оценка эксперта: 0 баллов.

C1

а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0,5$; $\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 0,5$; $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ или $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ или $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$ $k \in Z$

Эти решения можно объединить:

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$; $k \in Z$

б) $x \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$-\frac{7\pi}{2} \le \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \le -2\pi$ $| \cdot 4$; $-14 \le 1 + 2k \le -8$.

$-15 \le 2k \le -9$; $-\frac{15}{2} \le k \le -\frac{9}{2}$; $-7,5 \le k \le -4,5$

т.к. $k \in Z$, то $k = -7; -6; -5$.

$x = \frac{\pi}{4} - \frac{6\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{12\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$

$x = \frac{\pi}{4} - \cancel{6\pi}\frac{7\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{14\pi}{4} = -\frac{13\pi}{4}$

$x = \frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{10\pi}{4} = -\frac{9\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$ $k \in Z$ б) $-\frac{9\pi}{4}$; $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{13\pi}{4}$

Комментарий. В отличие от Примера 5, автор этого решения верно и вполне уверенно справился с решением в целых числах неравенства

$$-\frac{7\pi}{2} \le \frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2} \le -2\pi .$$

Оценка эксперта: 2 балла.

С1 Дано уравнение $\cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{5} = \sqrt{\frac{1-\sin^2 x}{25}} \cdot \left(5+\sqrt{3}\right)$

а)Решите уравнение.

б)Найдите корни на промежутке $\left[0; 3\pi\right]$.

C1. Дано уравнение $6tg^2x - \frac{13}{\cos x} + 12 = 0$

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

C1.19. Решите уравнение $\dfrac{81^{\cos x} - 4\cdot 9^{\cos x} + 3}{\operatorname{tg} x + \sqrt{3}} = 0$.

C1.12. Решите уравнение $\left(\sqrt{3}\cdot \operatorname{tg} x+1\right)\sqrt{-17\cos x}=0$.

$$\frac{2\sin^2 x + 2\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1}{\sqrt{6x - x^2}} = 0\,.$$