Построение графиков функций со знаком модуля

Определение модуля

Модуль числа равен самому числу, если данное число неотрицательное, и равен противоположному числу, если данное число отрицательное.

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ если } x \geq 0 \\ -x, \text{ если } x < 0 \end{cases}$$

Построение графика функции $y = |f(x)|$

Чтобы построить график функции $y=|f(x)|$,надо сначала построить график функции $y=f(x)$, а затем участки этого графика, лежащие выше оси абсцисс, оставить без изменения, а участки, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.

Пример 1.
Построить график функции y=|sin x|

График функции y = sin x

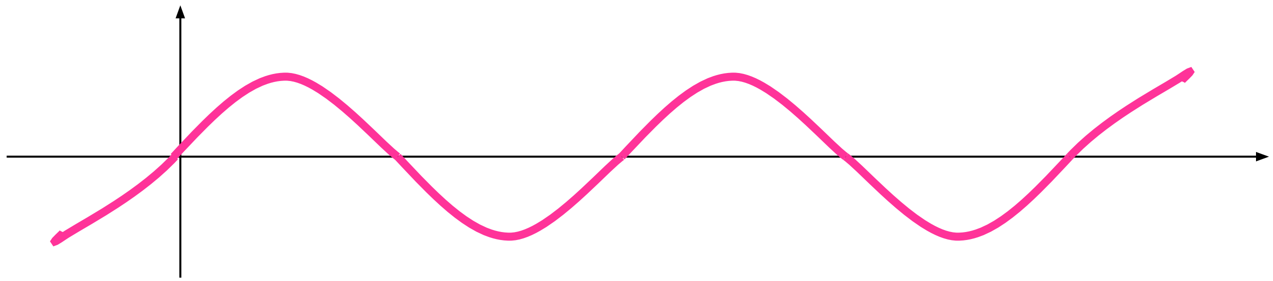
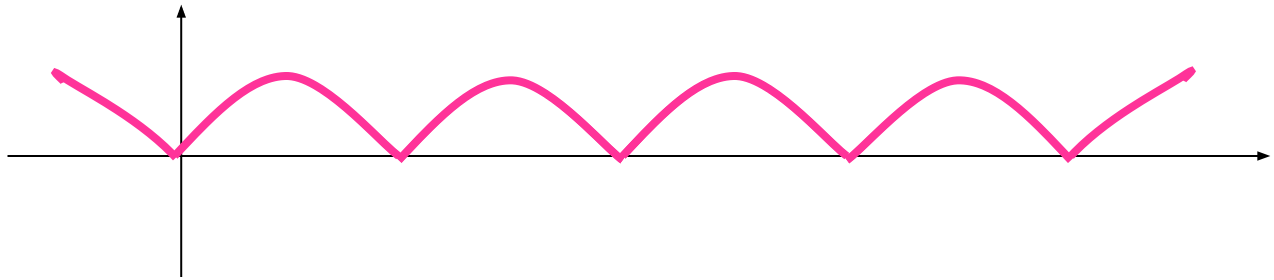
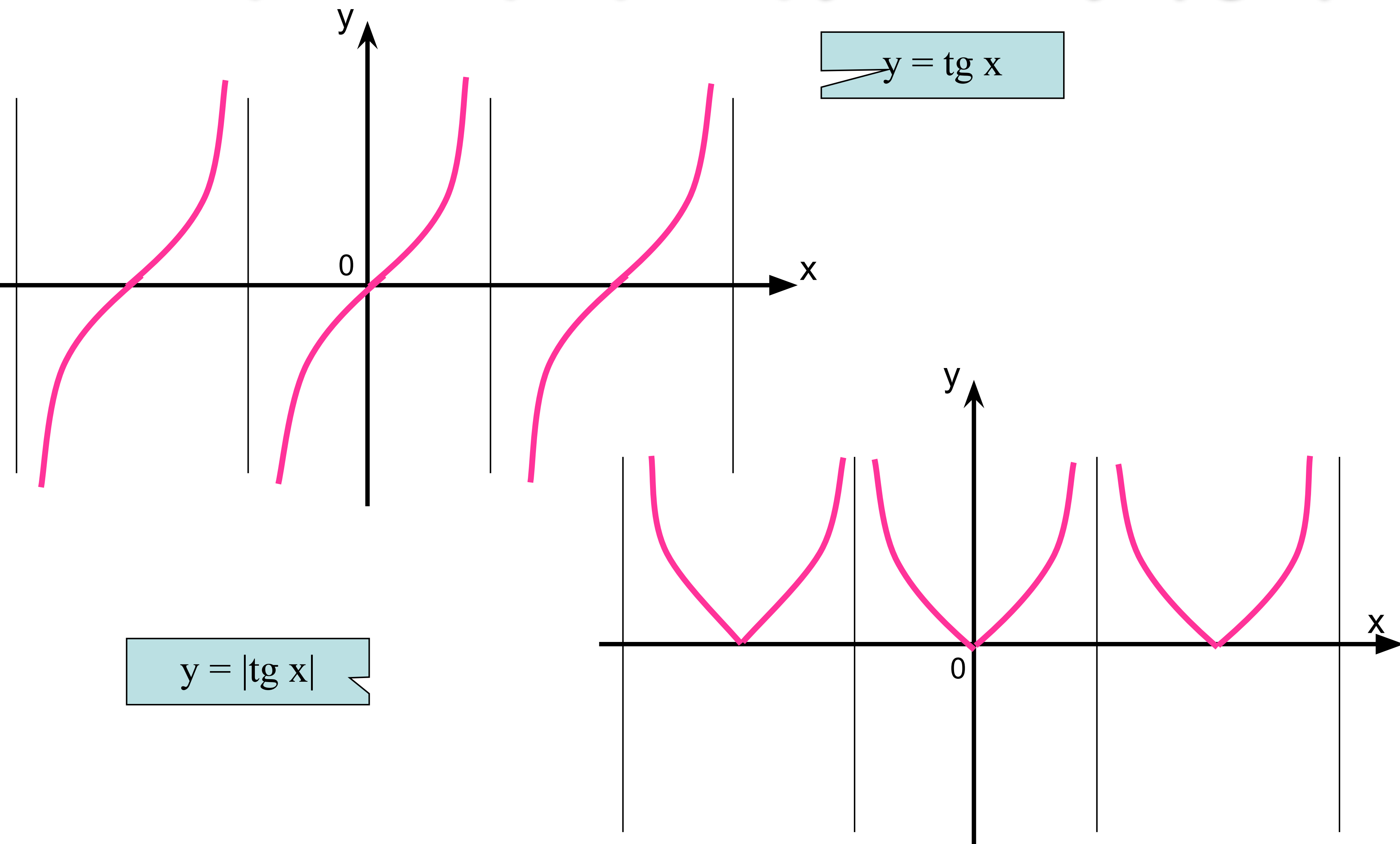


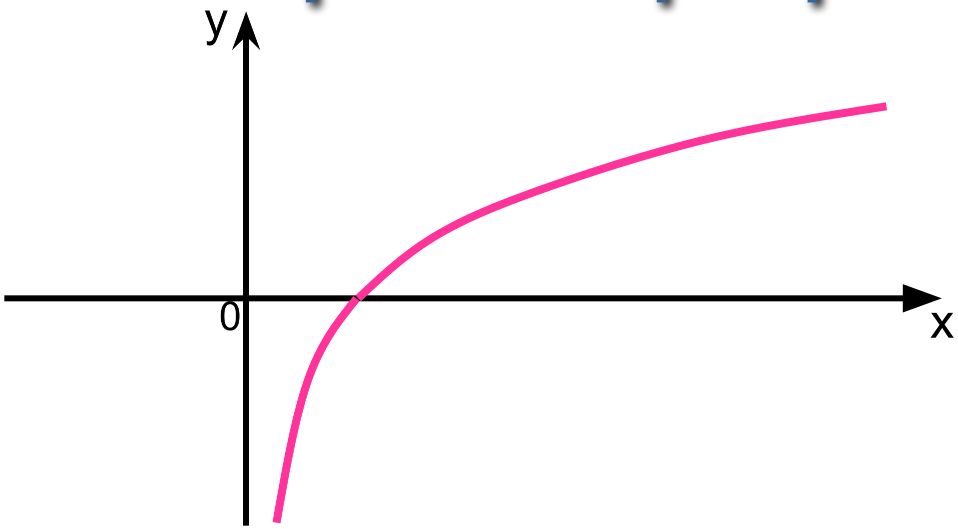
График функции y = |sin x|



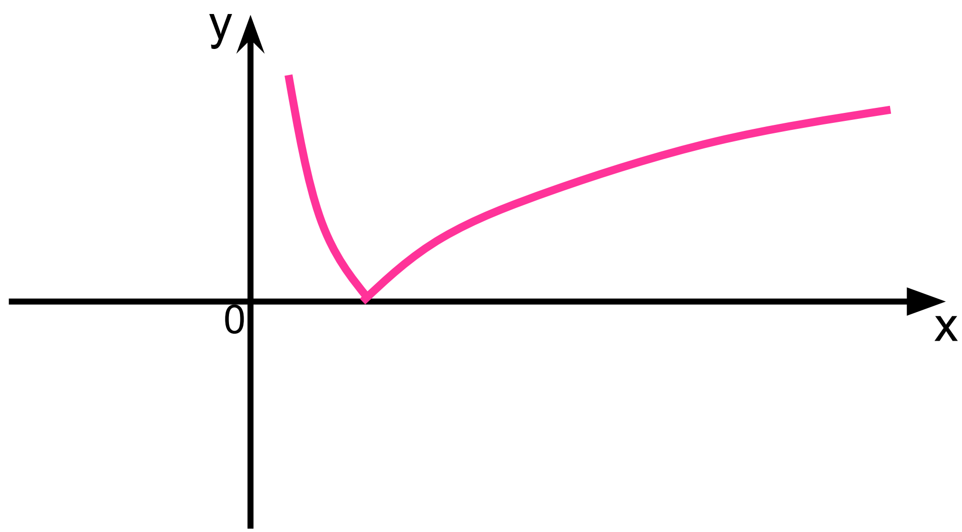
Пример 2.
Построить график функции y=|tg x|



Пример 3.
Построить график функции $y=|\log_a x|$



$y = \log_a x$



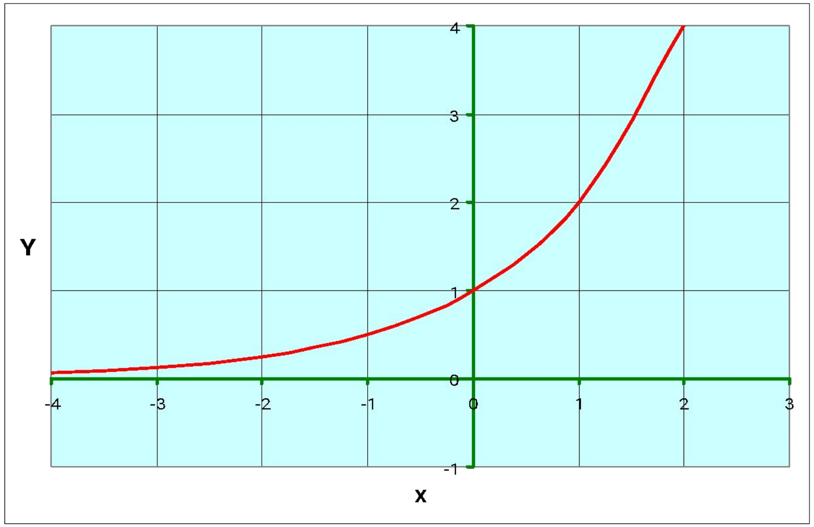
$y = |\log_a x|$

Построение графика функции y = f(|x|)

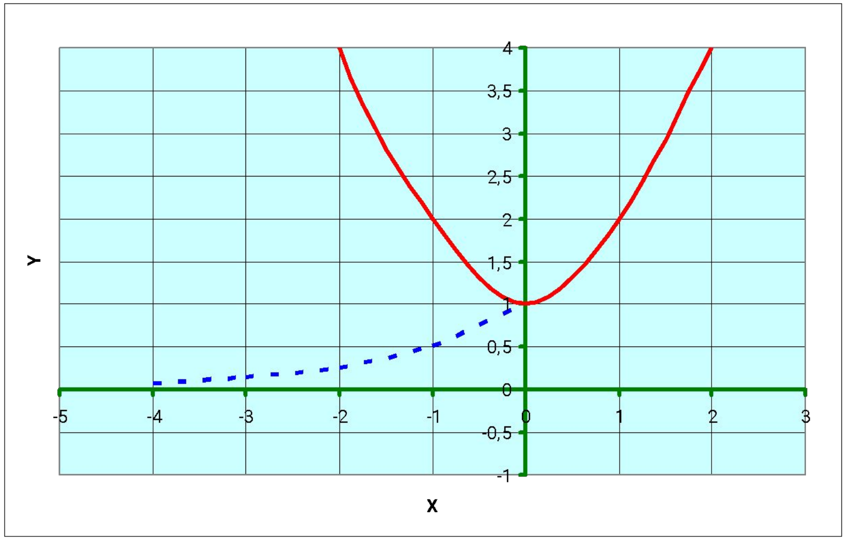
Так как $f(|-x|) = f(|x|)$, то функция $y = f(|x|)$ чётная и для построения её графика следует удалить точки графика функции $f(x)$, находящиеся слева от оси Oy, а все точки, лежащие на оси Oy и справа от неё, отобразить симметрично относительно оси Oy.

Пример 1.
Построить график функции y = $2^{|x|}$

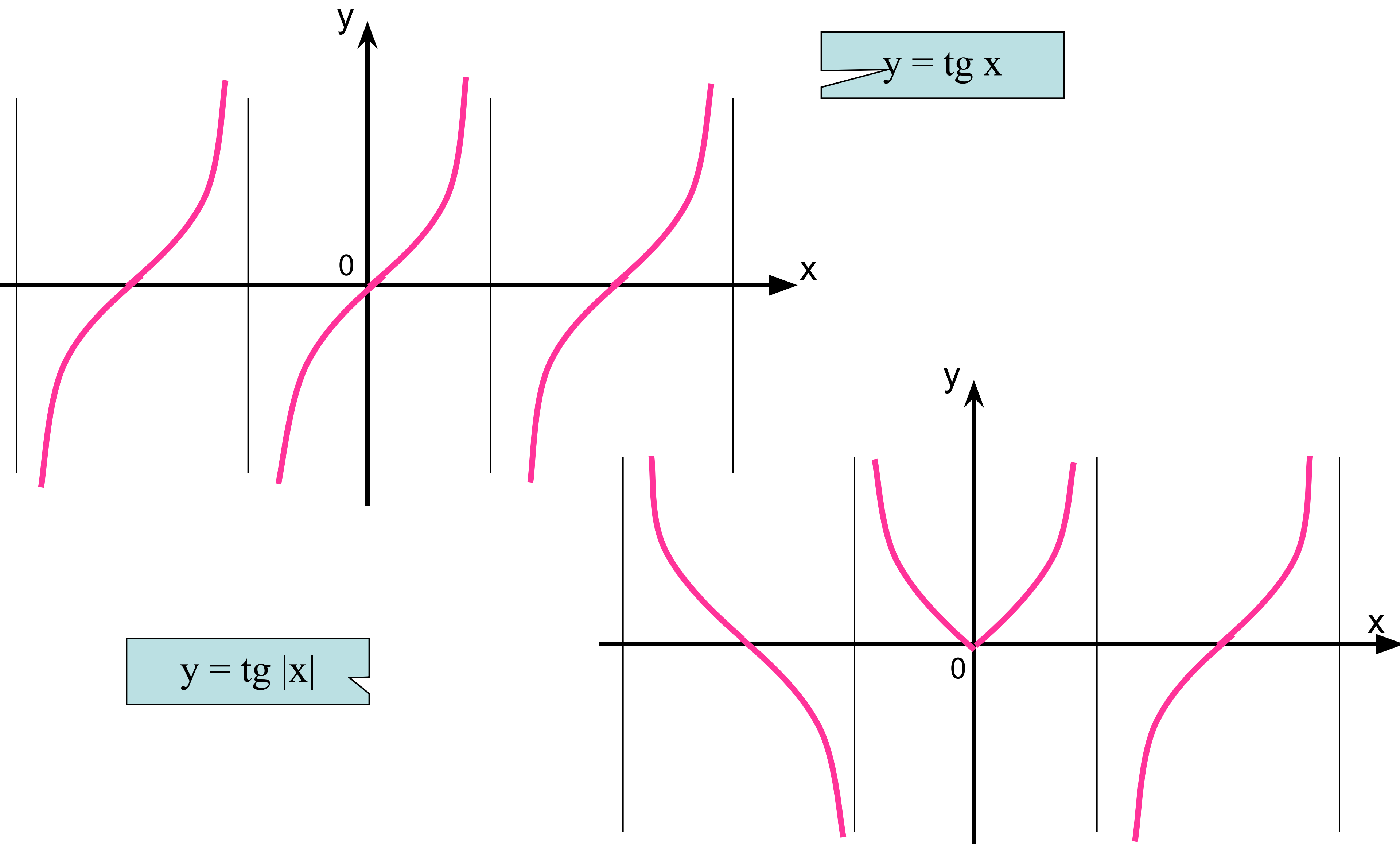
$y = 2^x$



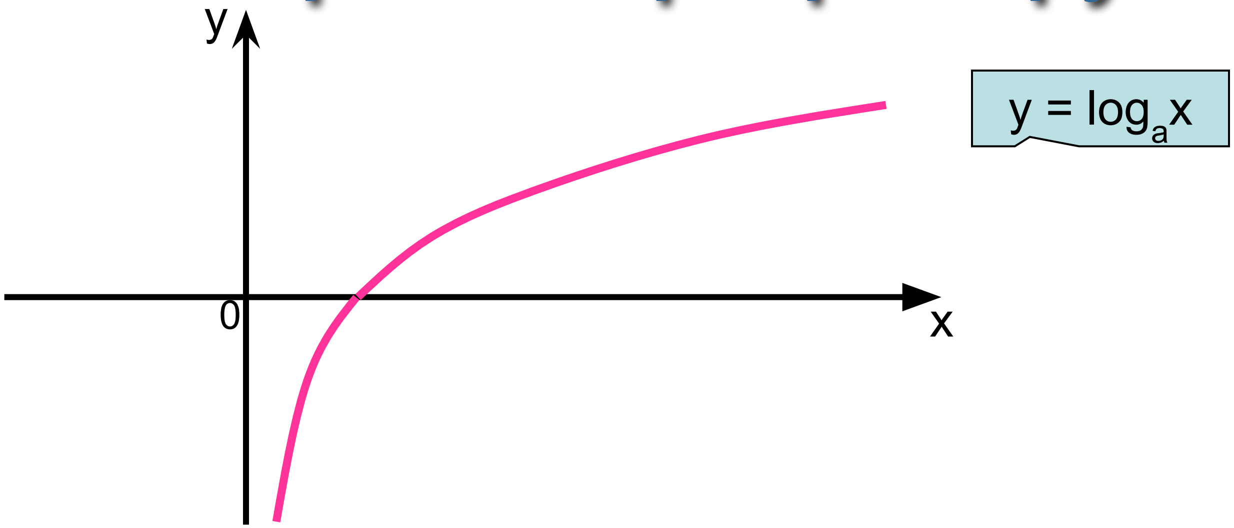
$y = 2^{|x|}$

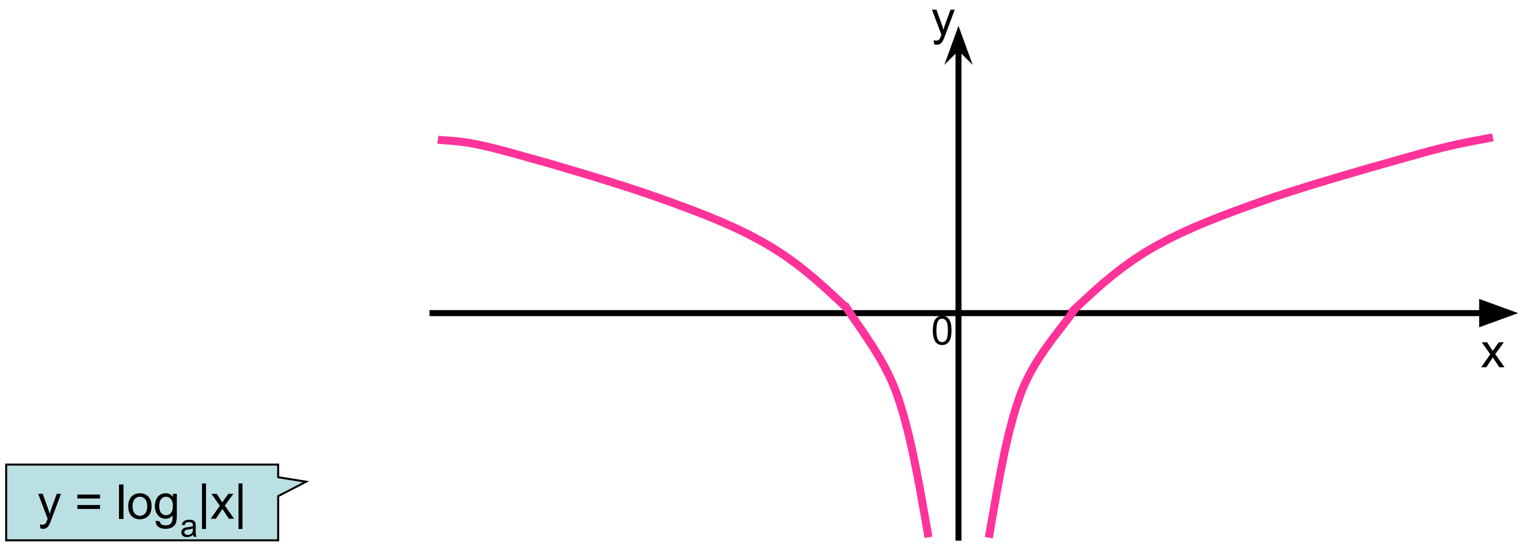


Пример 2.
Построить график функции y=tg |x|

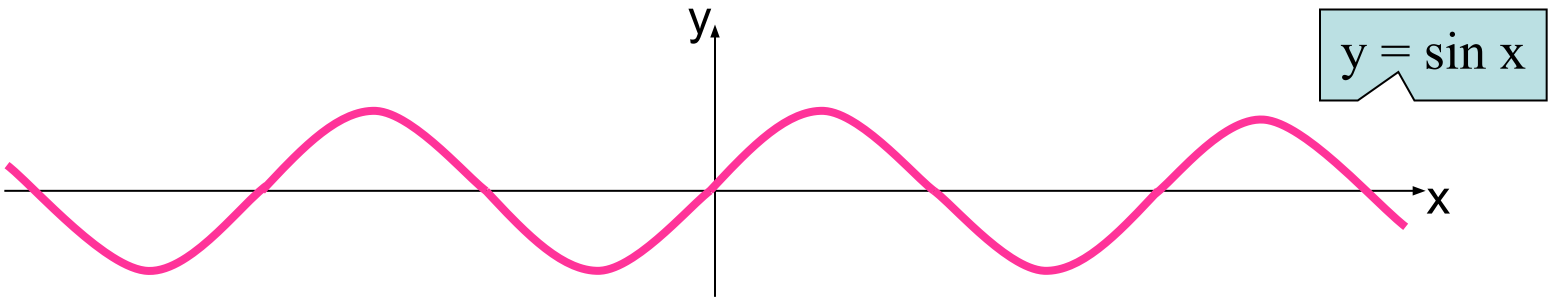


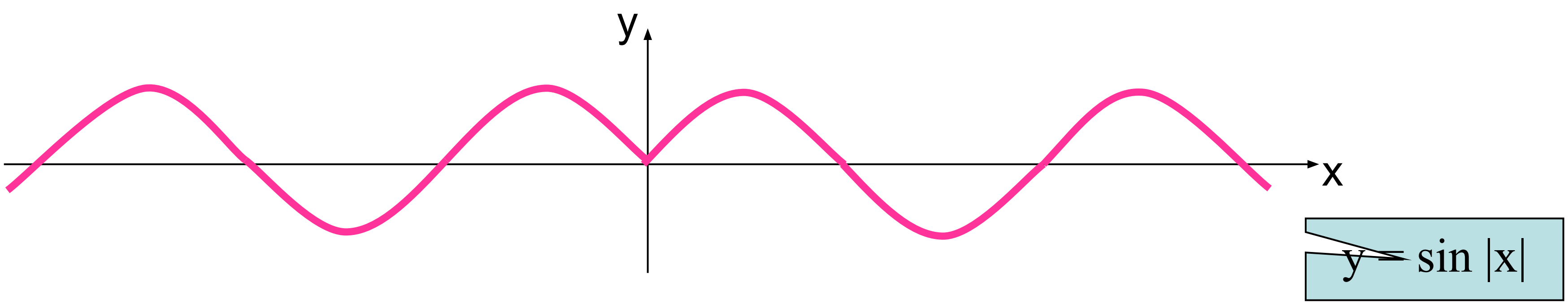
Пример 3.
Построить график функции $y=\log_a|x|$





Пример 4.
Построить график функции y=sin |x|



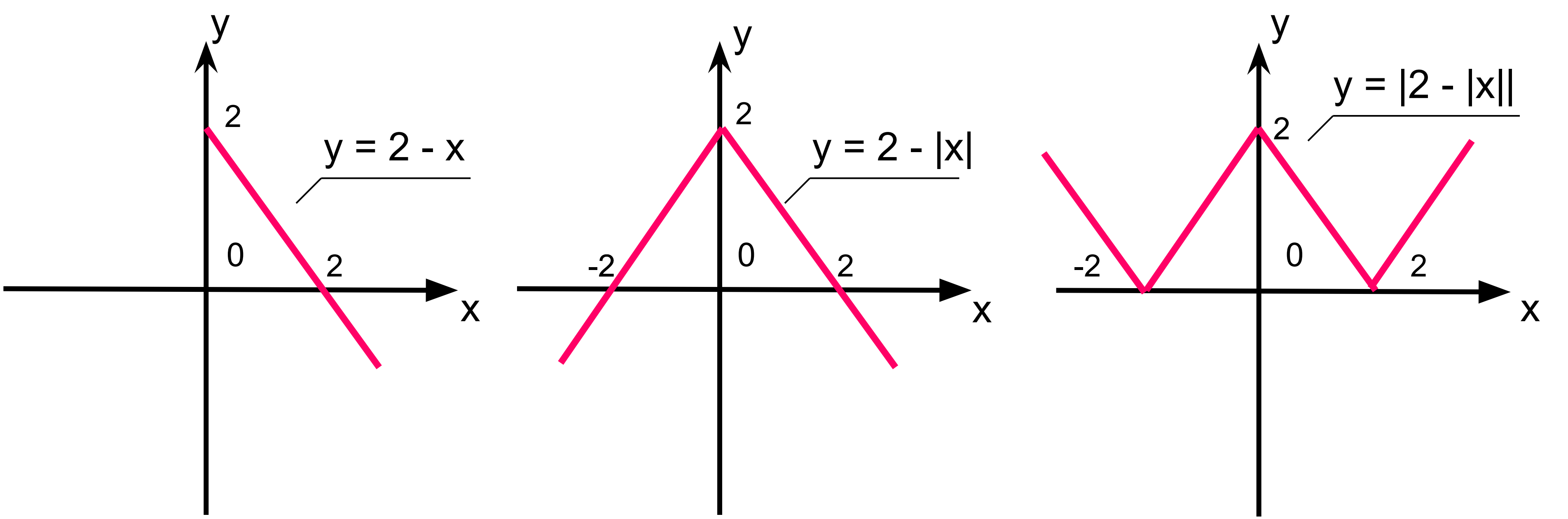


Построение графика функции $y = |f(|x|)|$

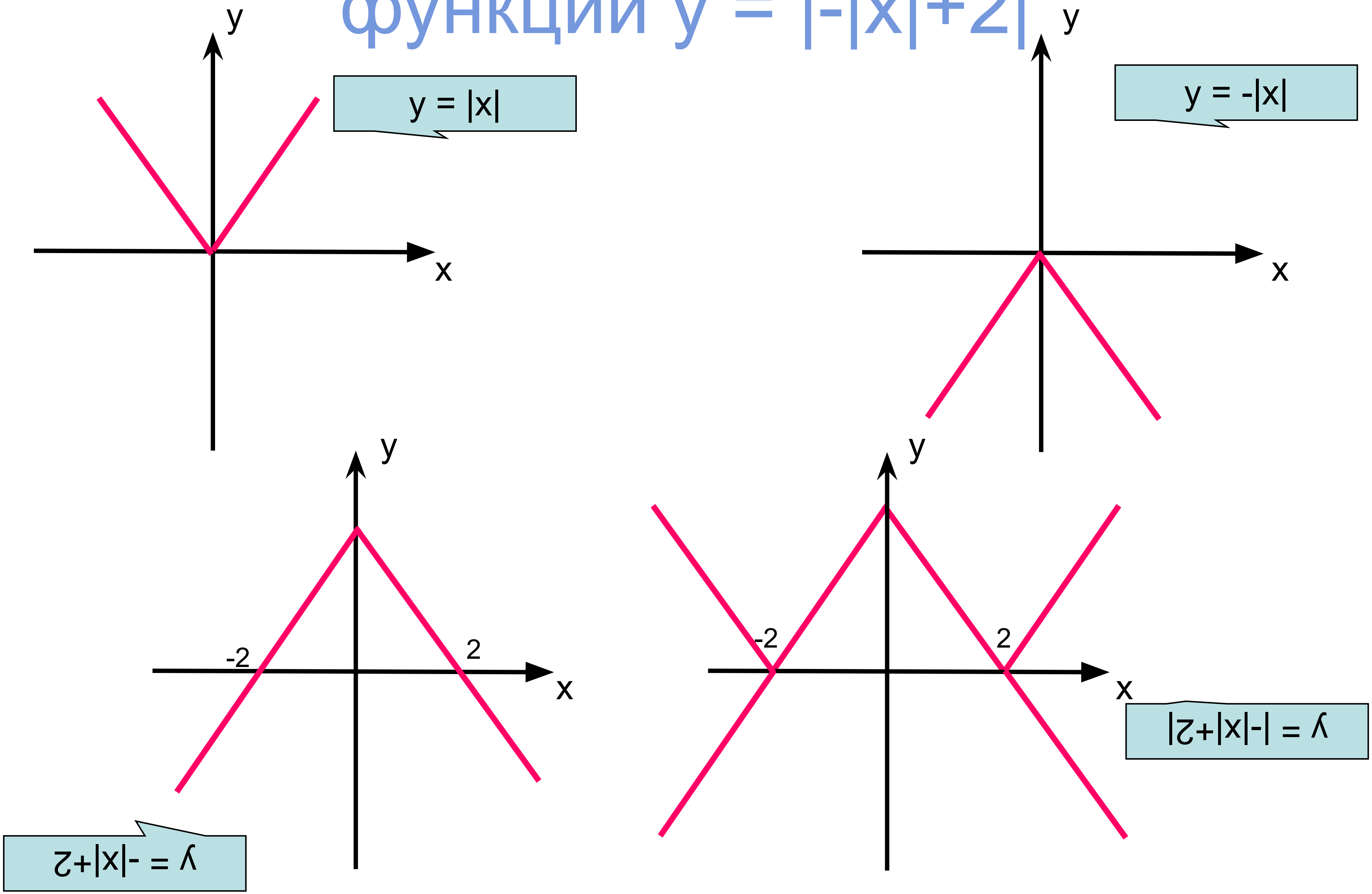
Последовательность действий в этом случае представим следующим образом:

1. построить график функции $y = f(x)$ для $x \geq 0$
2. отобразить построенную часть графика симметрично относительно оси ординат;
3. участки полученного графика, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.

Пример 1. Построение графика функции $y = |2-|x||$

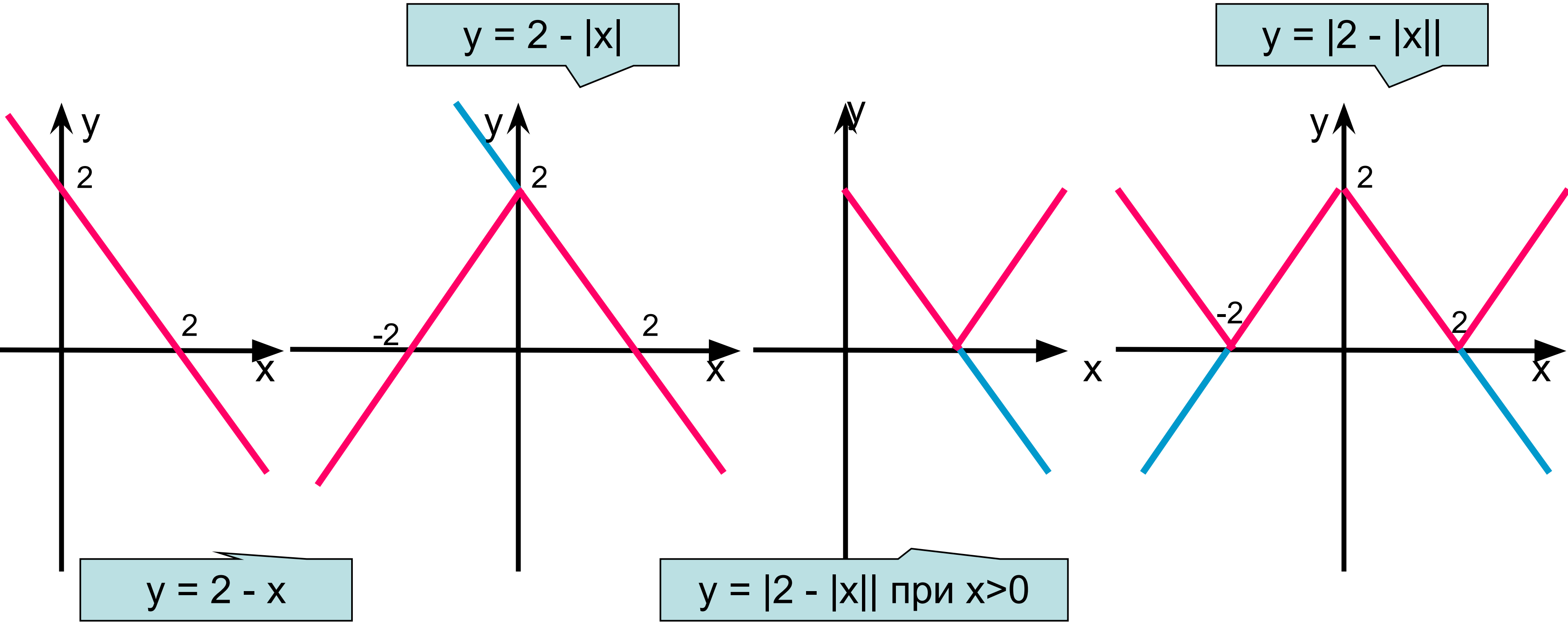


Пример 2. Построение графика функции y = |-|x|+2|



Пример 3. Построение графика функции y = |2 - |x||

Основан на свойстве чётности функции, что позволяет построить её график при $x \geq 0$, а затем зеркально отразить его относительно оси Oy.



Построение графика функции $|y| = f(x)$ при $f(x) \geq 0$

По определению абсолютной величины $y = \pm f(x)$,

где $f(x) \geq 0$. Строго говоря, у нельзя назвать

Функцией х, так как каждому значению аргумента

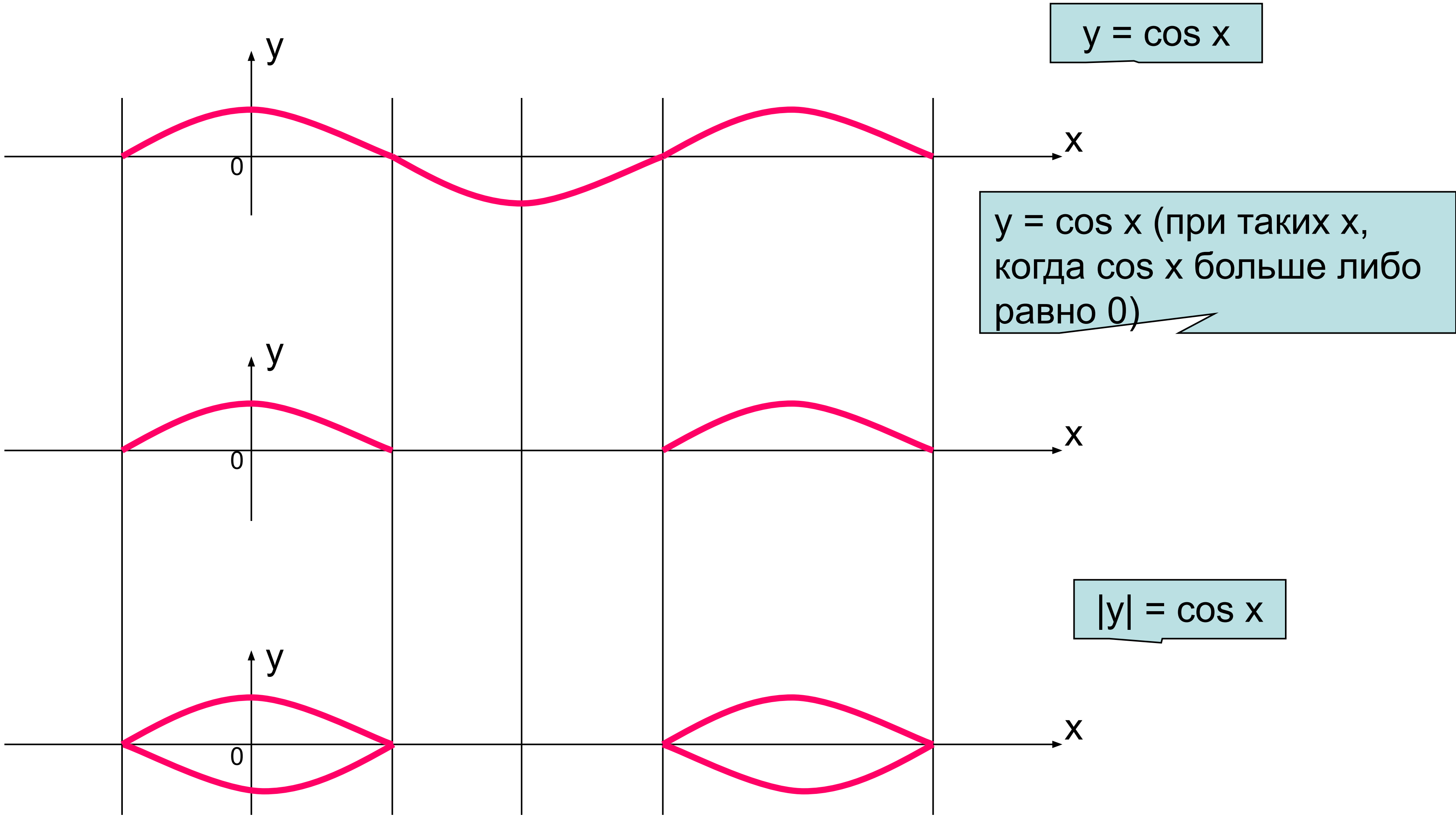
х будут соответствовать два значения

функции: $+f(x)$ и $-f(x)$. Рассмотрим теперь

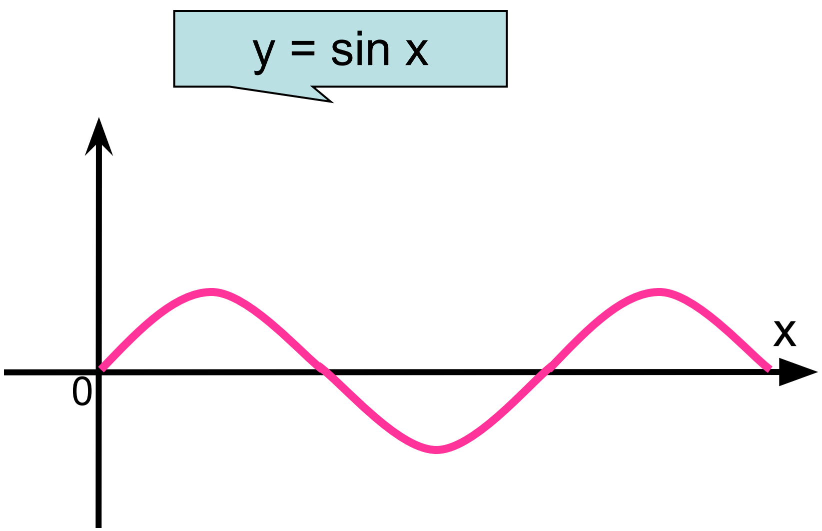
последовательность действий:

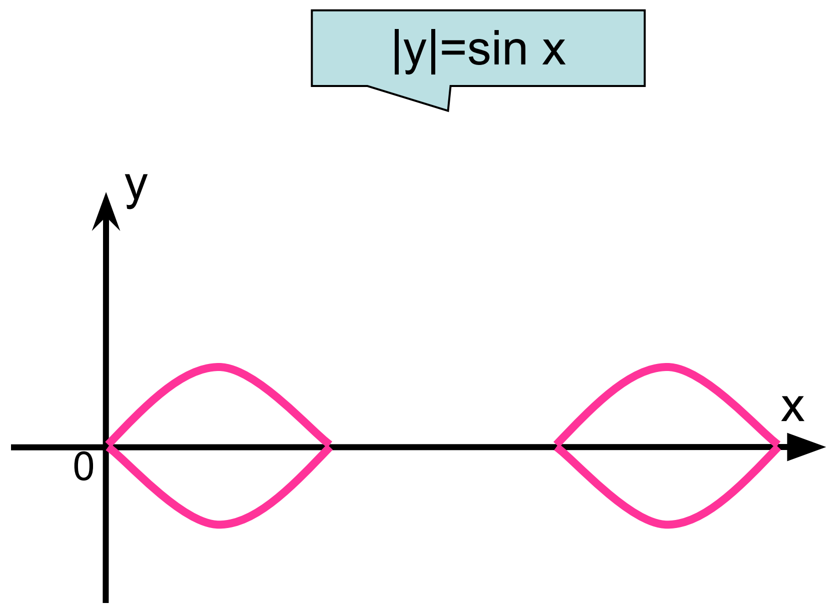
1. установить, для каких x выполняется условие $f(x) \geq 0$
2. на найденных промежутках значений x построить график функции $y = f(x)$;
3. осуществить зеркальное отражение графика относительно оси Ox

Пример 1.
Построить график функции $|y| = \cos x$

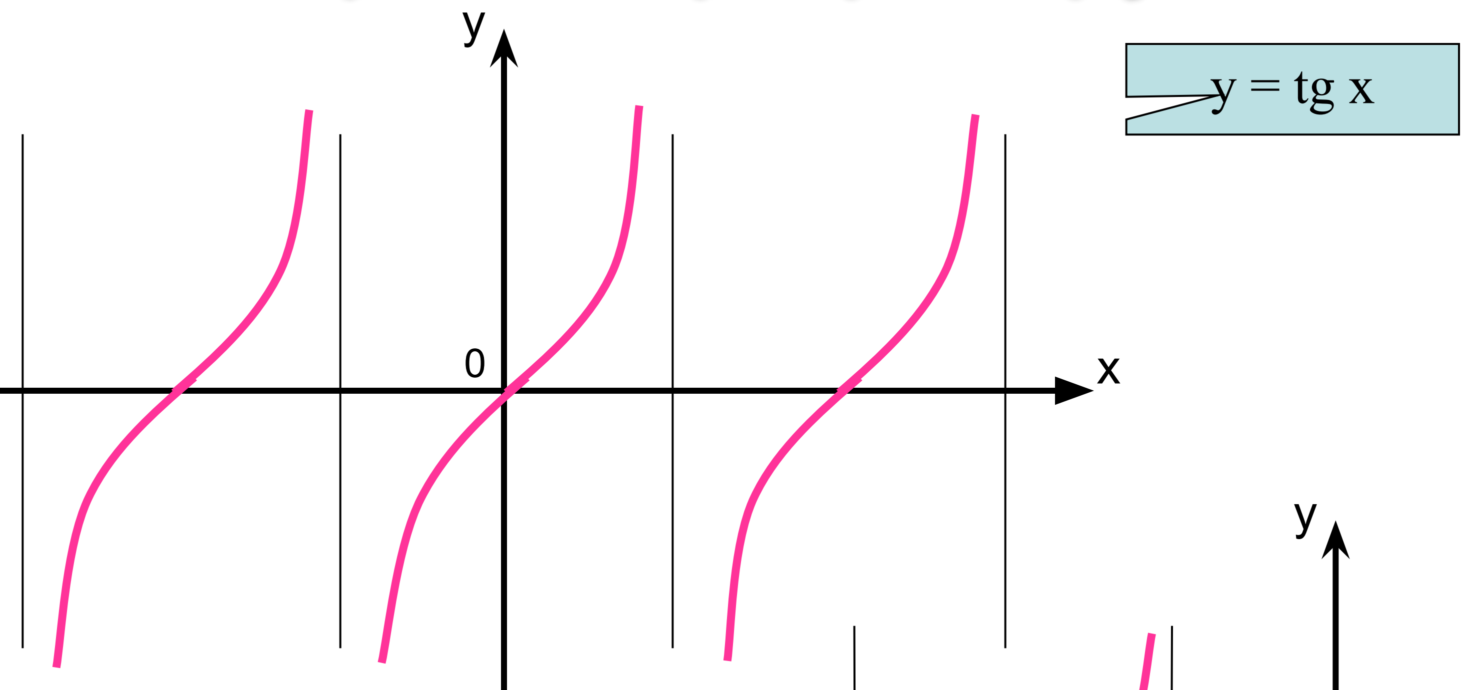


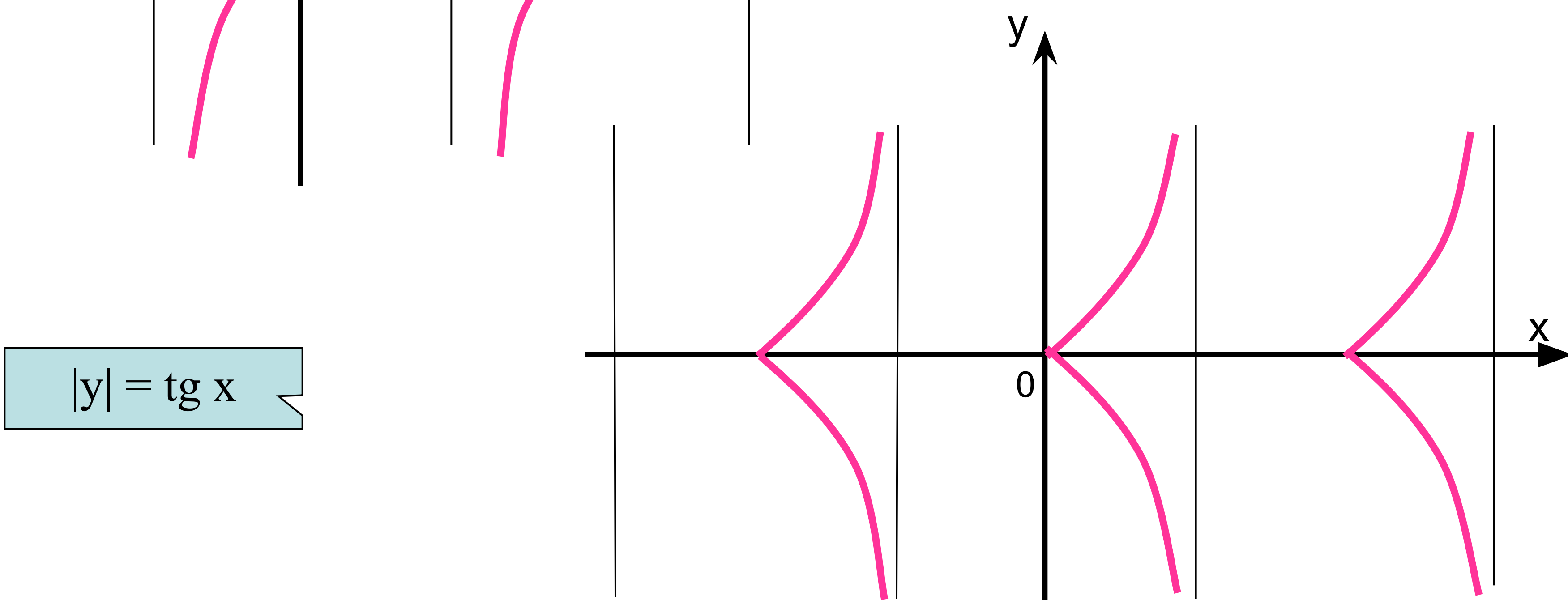
Пример 2.
Построить график функции |y|=sin x



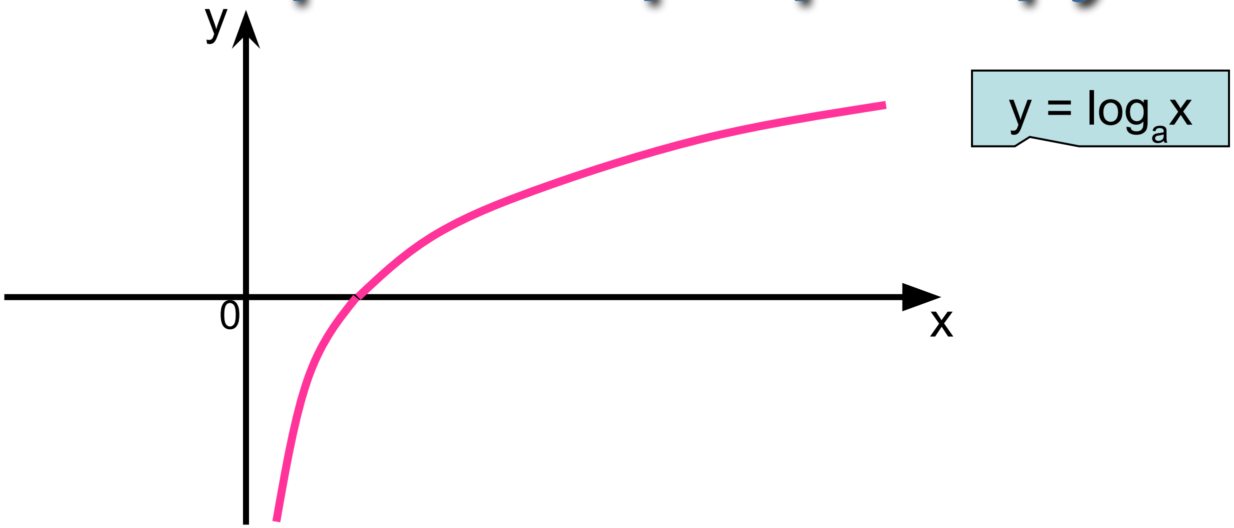


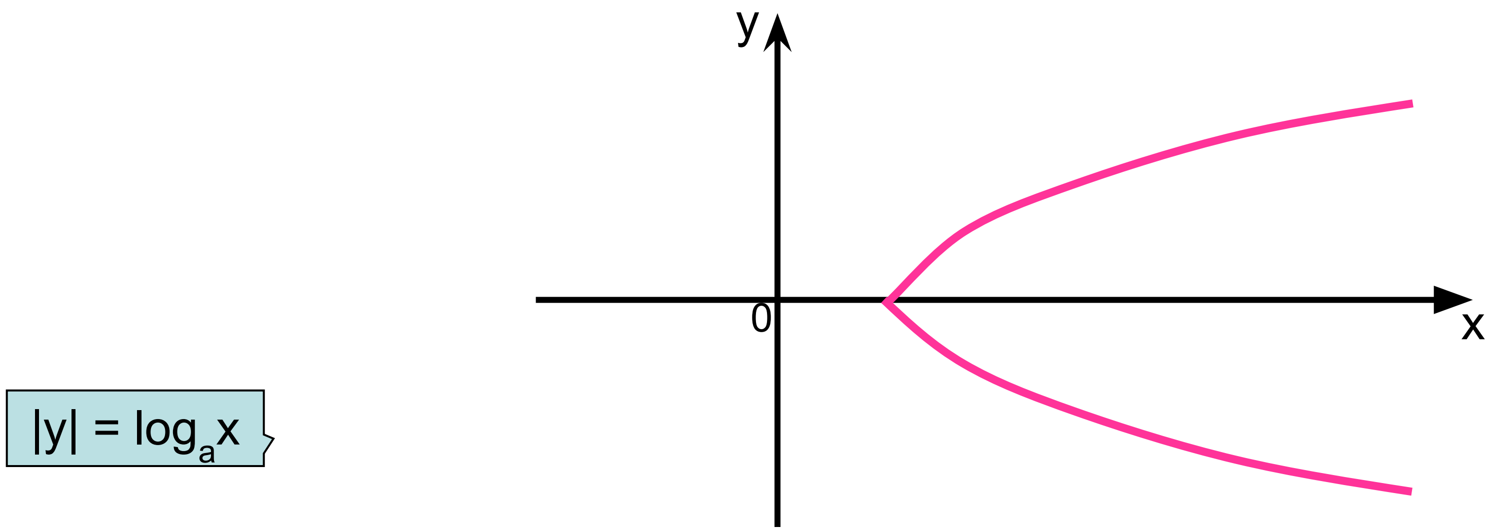
Пример 3.
Построить график функции |y|=tg x





Пример 4.
Построить график функции $|y| = \log_a x$





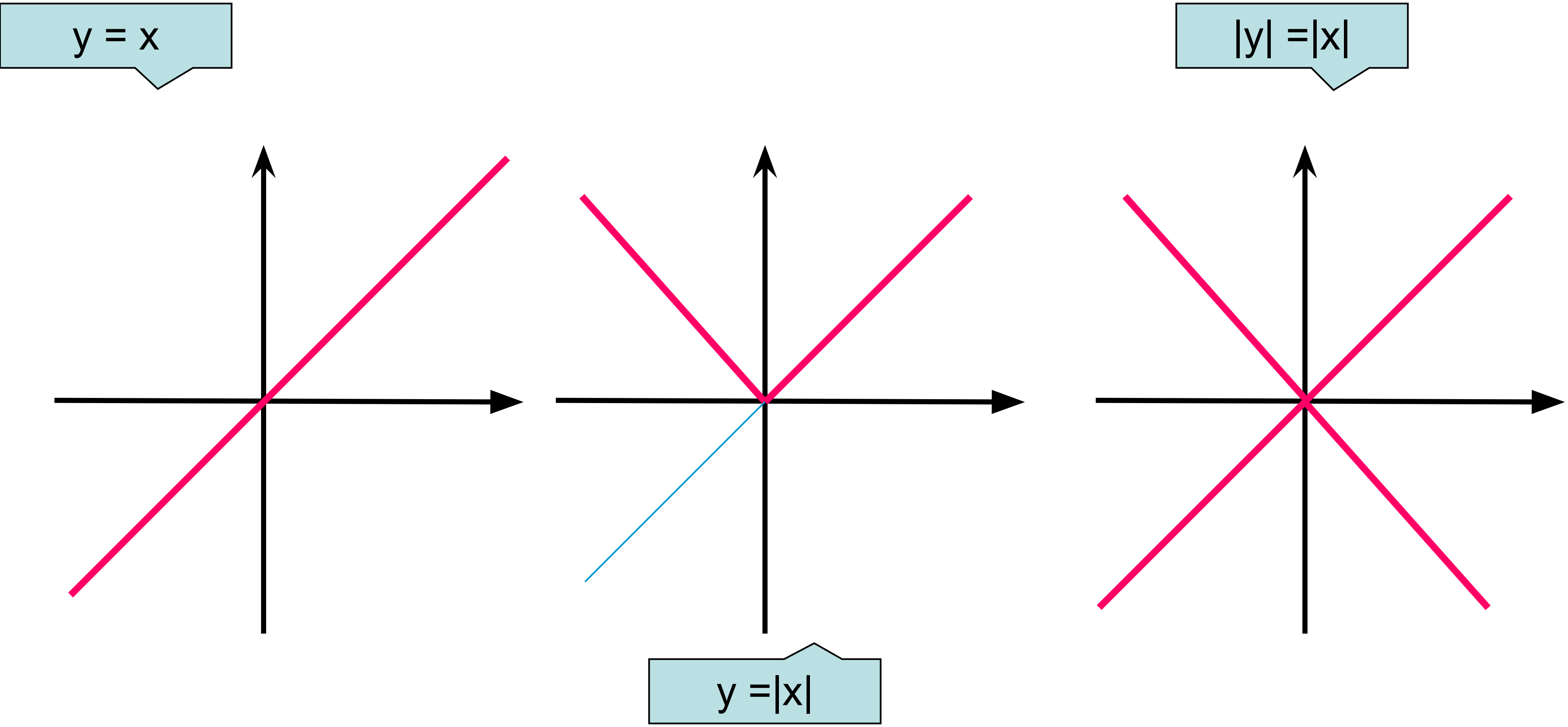
Построение графиков функций $|y| = |f(x)|$

Очевидно, что у $=\pm\left|f(x)\right|$, т.е. график функции будет симметричен относительно абсцисс.

Соответствующая последовательность действий:

1. построить график функции $y = |f(x)|$;
2. осуществить его зеркальное отражение относительно оси Ox.

Пример. Построить график функции $|y| = |x|$



Построение графиков функций вида $y = |x - x_1| + |x - x_2| + ... + |x - x_n|$

Укажем последовательность действий:

1. Найдём абсциссы точек перелома графика функции. В данном случае используем для этого условия: $x_n - 1=0$; $x_n=1$; $x_n - 2=0$, $x_n = 2$
2. Рассмотрим далее функцию на каждом из полученных промежутков. В рассматриваемом примере

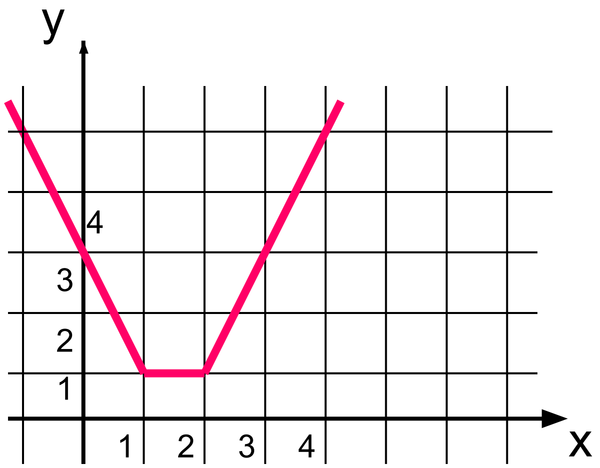
их три $(-\infty;1]$ $[1;2]$ $[2;+\infty)$

а) $x \in [2;+\infty)$. Так как оба слагаемых неотрицательны, то на этом промежутке графиком функции будет прямая, выражаемая уравнением y = 2x-3.

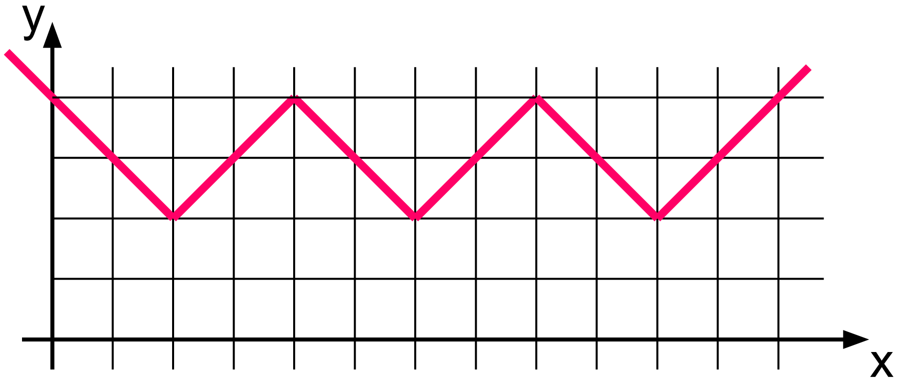
б) $x \in [1;2]$. Первое слагаемое на данном промежутке неотрицательно, второе отрицательно и потому графиком будет прямая y = 1.

в) $x \in [2;+\infty)$. Оба слагаемых отрицательны и потому графиком будет прямая y = 3-2x

Пример 1. Построить график функции $y = |x-1| + |x+2|$



Пример 2. Построить график функции $y = |x-1| + |x-2| + |x-3| + |x-4| + |x-5|$



Построение графиков функции вида $y = |||x-a|-b|-c|$

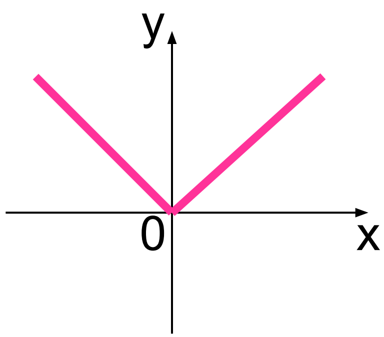
Построить график это функции можно следующим путём:

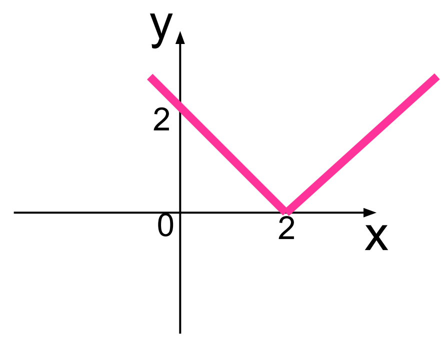
1. Найдём точки перелома функции
2. Проведём ряд тождественных преобразований на каждом из промежутков, ограниченных точками перелома.

Однако целесообразнее в данном случае использовать способ, связанный с геометрическим преобразованием графиков функции.

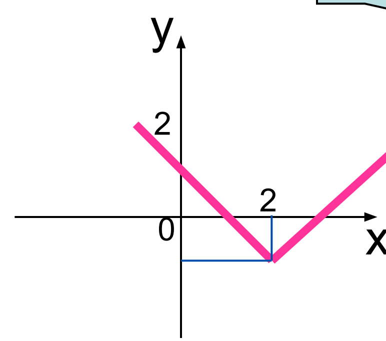
Пример. Построить график функции $y = |||x-2|-1|-2|$

$y = |x|$



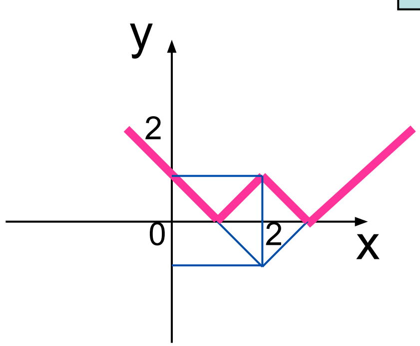


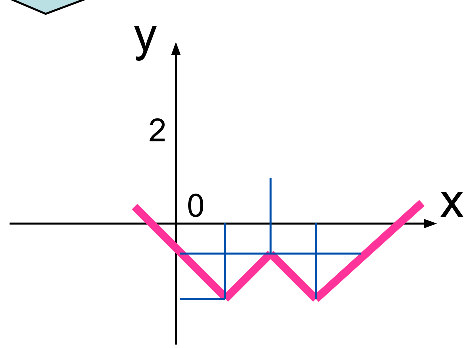
$y = |x-2|-1$



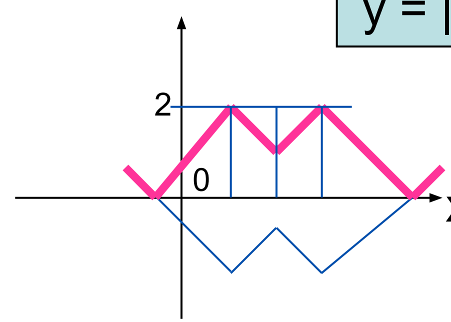
$y = |x-2|$

$y = ||x-2|-1|-2$





$y = |||x-2|-1|-2|$

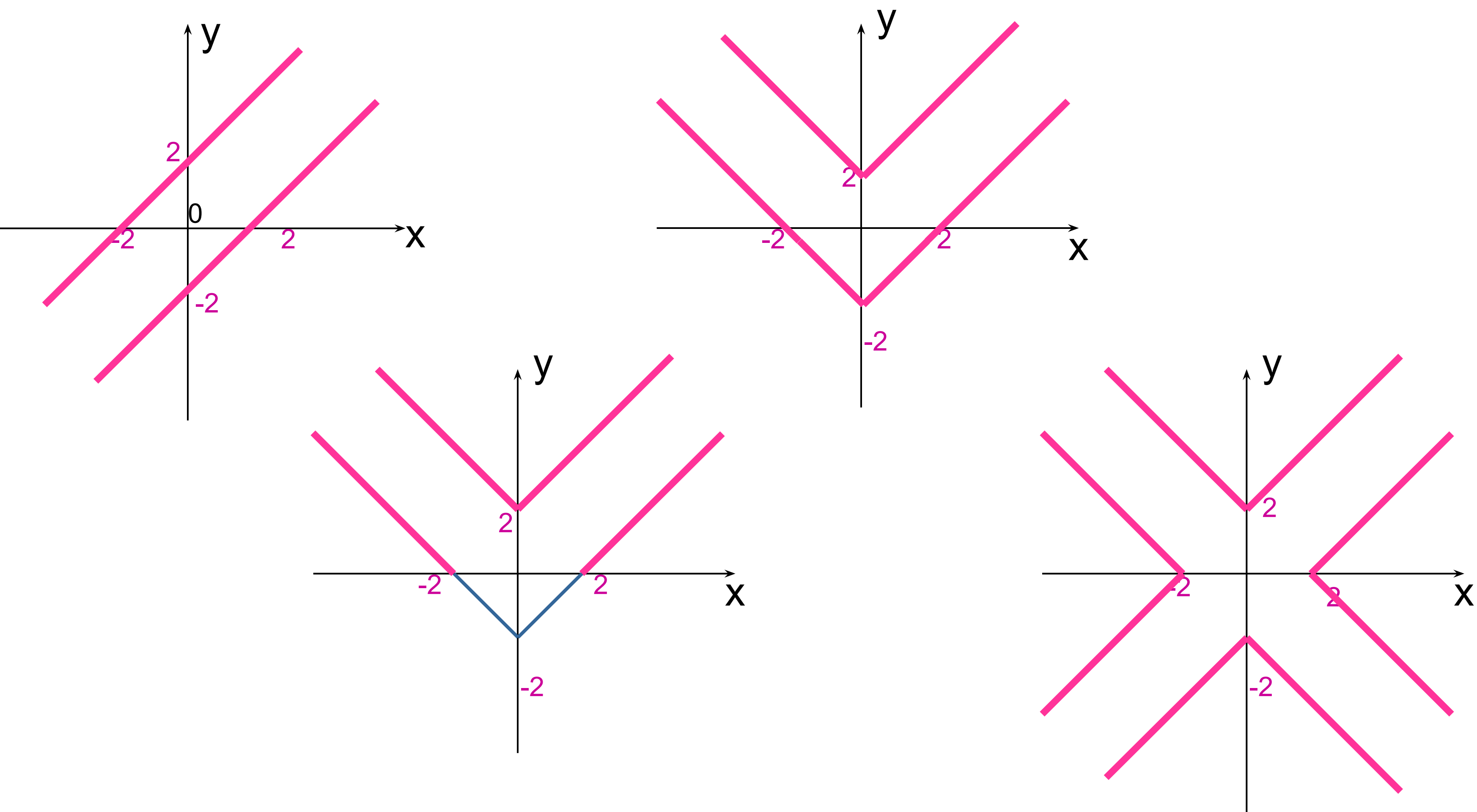


$y = ||x-2|-1|$

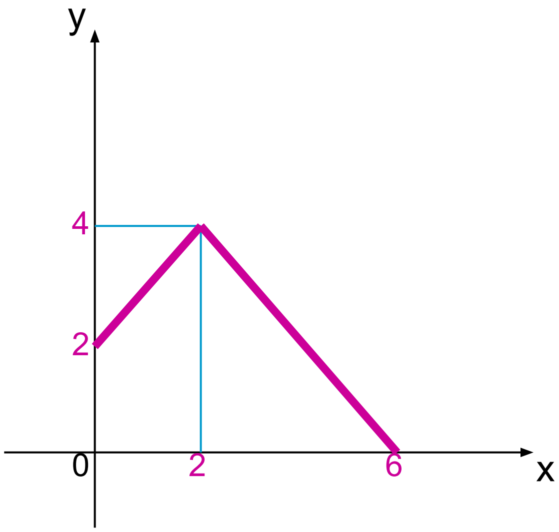
Построение графиков функций, аналитические выражения которых содержат знак модуля, выраженных неявно

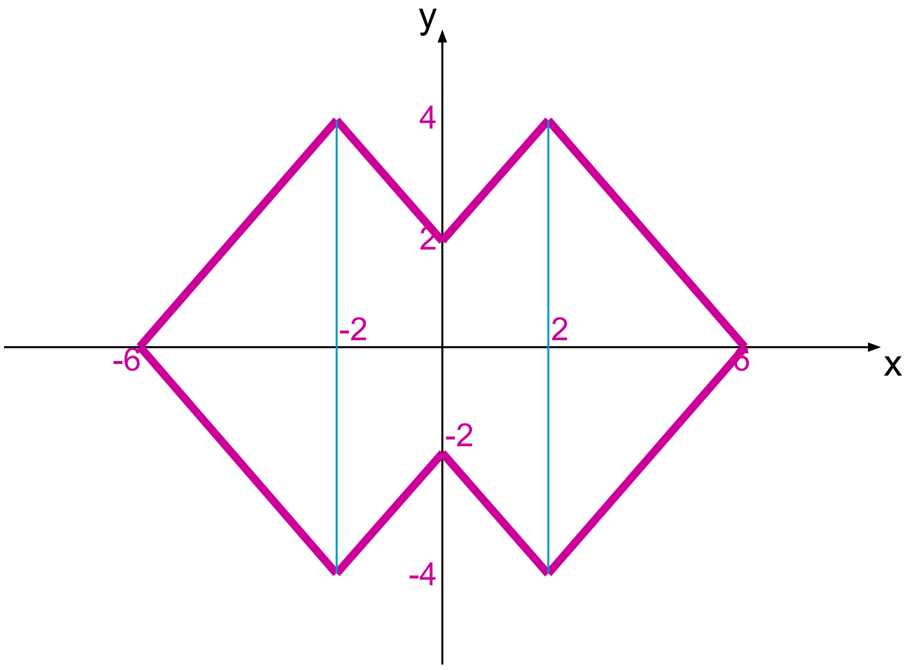
Пример 1. Построить график функции $||y|-|x||=2$

По определению абсолютной величины $|y|=|x|\pm 2$.



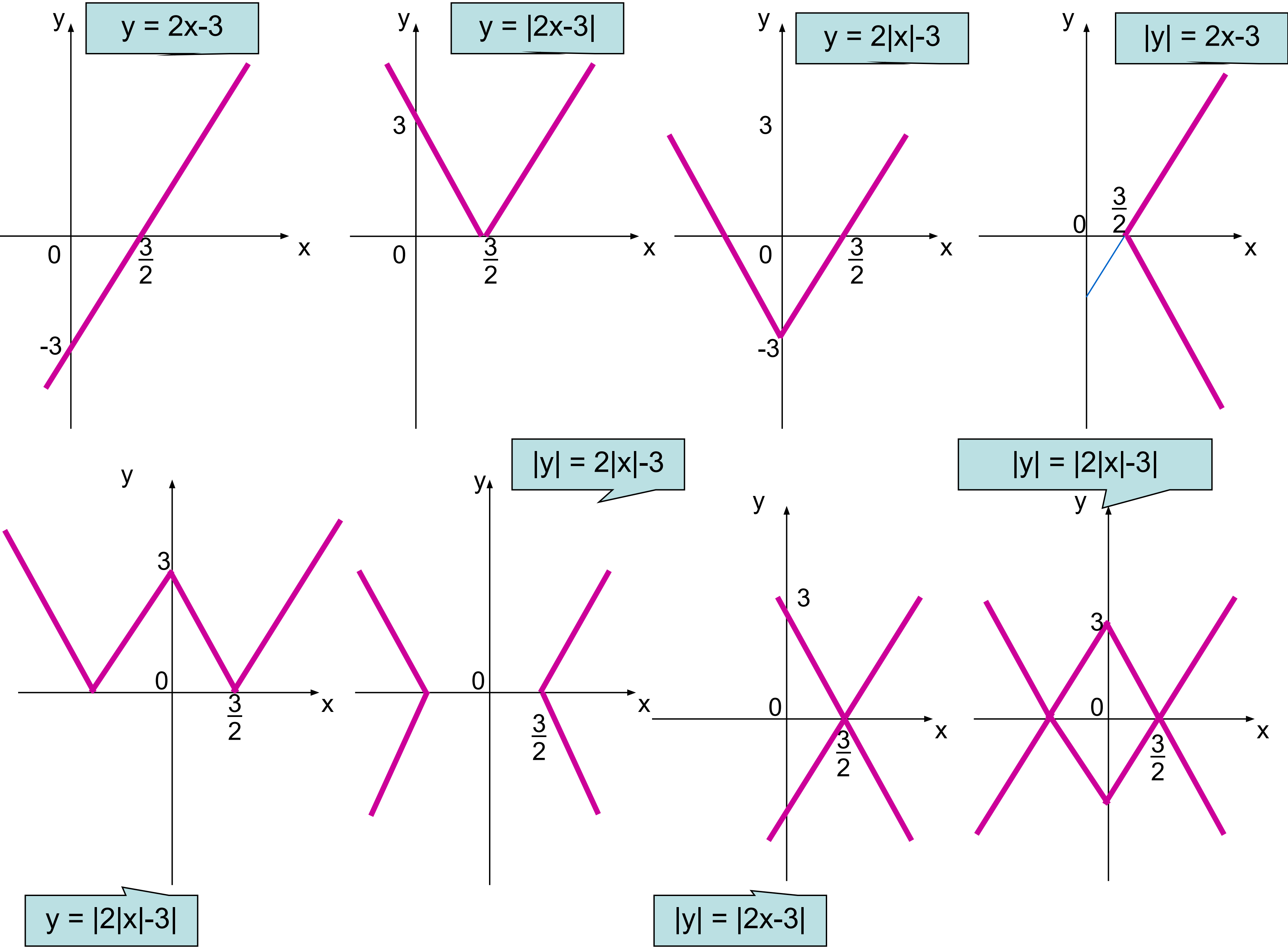
Пример 2. Построить график функции $||x|-2|+|y|-2|=2$





Изменение графика функции в зависимости от места установки знака модуля

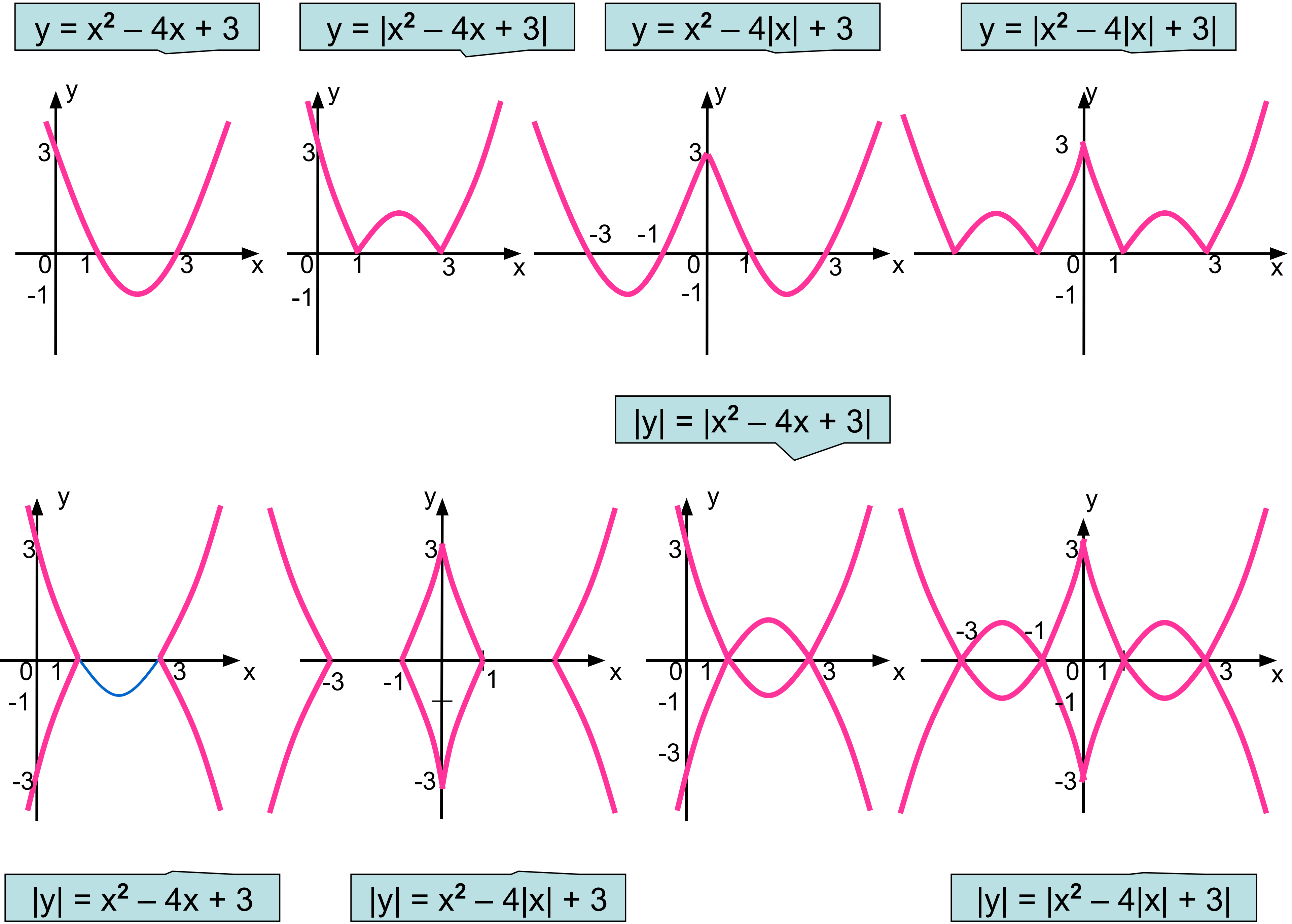
Пример 1.
График функции y = 2x-3


y = 2x-3
y
x
0
3/2
-3
y = |2x-3|
y
x
3
0
3/2
y = 2|x|-3
y
x
3
0
3/2
-3
|y| = 2x-3
y
x
0
3/2
y
x
3
0
3/2
y = |2|x|-3|
|y| = 2|x|-3
y
x
0
3/2
y
x
3
0
3/2
|y| = |2x-3|
|y| = |2|x|-3|
y
x
3
0
3/2

Пример 2.

График функции

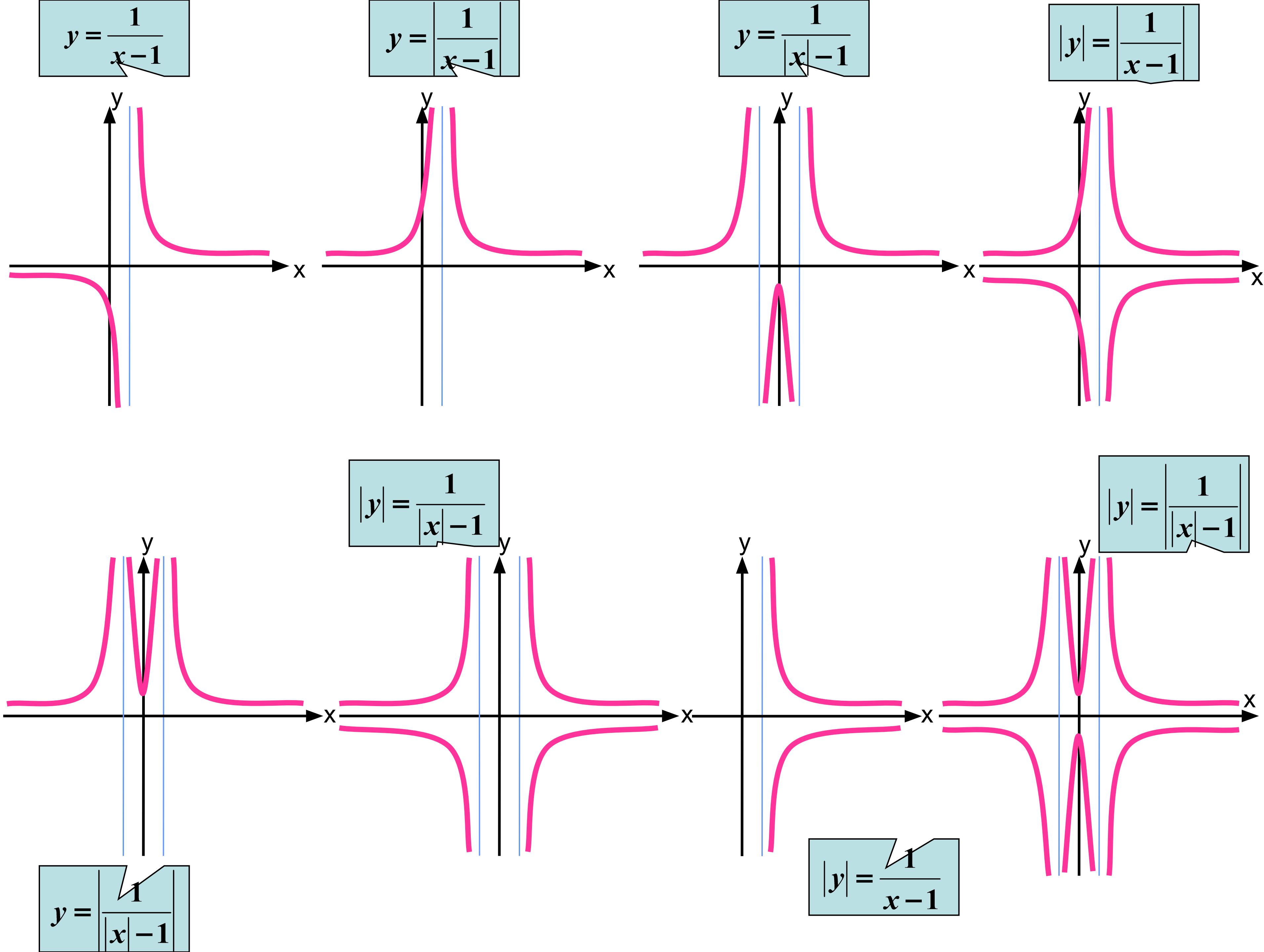
$y = x^2 – 4x + 3$



$y = x^2 - 4x + 3$
$y = |x^2 - 4x + 3|$
$y = x^2 - 4|x| + 3$
$y = |x^2 - 4|x| + 3|$
$|y| = |x^2 - 4x + 3|$
$|y| = x^2 - 4x + 3$
$|y| = x^2 - 4|x| + 3$
$|y| = |x^2 - 4|x| + 3|$

Пример 3.

График функции $y = \frac{1}{x-1}$


$y = \frac{1}{x-1}$
$y = \left|\frac{1}{x-1}\right|$
$y = \frac{1}{|x|-1}$
$|y| = \left|\frac{1}{x-1}\right|$
$y = \left|\frac{1}{|x|-1}\right|$
$|y| = \frac{1}{|x|-1}$
$|y| = \frac{1}{x-1}$
$|y| = \left|\frac{1}{|x|-1}\right|$
x
y