

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ  
ИССЛЕДОВАНИЙ В МЕНЕДЖМЕНТЕ**

**Лектор профессор Орлова  
Ирина Владленовна**

## «КОМПОНЕНТЫ КУРСА»

- 1. Лекции – 4 часа
- 2. Практические занятия 12 часов (3 занятия)
- 3. Разбор и самостоятельное выполнение контрольной работы
- 4. Экзамен



https://portal.fa.ru/Catalog



Яндекс



# ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПОРТАЛ

- Математическое моделирование и количественные методы исследований в менеджменте
  - Актуализированные приложения к РПД
    - Приложение к рабочей программе дисциплины, магистратура, 38.04.02 «Менеджмент», (год утверждения - 2015), (очная и заочная формы обучения), 2016
    - Приложение к рабочей программе дисциплины, магистратура, 38.04.02 «Менеджмент», (год утверждения - 2015), (очная и заочная формы обучения), 2017
  - Аннотации дисциплин
  - Видеолекции
  - Лекции
  - Программы
  - Учебные материалы
    - Учебное пособие, магистратура, 38.04.02 «Менеджмент», 2016

# Учебно-методические материалы по дисциплине на портале Финуниверситета

Математическое моделирование и количественные методы исследований в менеджменте

- Актуализированные приложения к РПД
- Аннотации дисциплин
- Видеолекции
  - Видеолекция 01. Модели многокритериального выбора
  - Видеолекция 02. Теоретико-игровое моделирование
  - Видеолекция 03. Эконометрическое моделирование: основные понятия
  - Видеолекция 04. Оценка эконометрических моделей в условиях гетероскедастичности и автокорреляции
- Лекции**
  - Слайды к видеолекциям
- Методический материал
- Программы
- Учебные материалы
  - ★ Учебное пособие, магистратура, 38.04.02 «Менеджмент», 2016**

Математическое моделирование технических объектов и систем управления

## *Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости*

- Активность на семинарах - **5** баллов
  - Контрольная работа - **35** баллов
  - **ИТОГО (работа в семестре) 40** баллов
- 

- Экзамен **60** баллов



- **Всего 100** баллов

## Заочная форма обучения

<b>Вид учебной работы по дисциплине</b>	<b>Всего (в з.е. и часах)</b>	<b>Модуль 3 (в часах)</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>108 (3 з. е.)</b>	<b>108 (3 з. е.)</b>
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>16</b>	<b>16</b>
Лекции	4	4
Практические и семинарские занятия, в т.ч.	12	12
занятия в интерактивной форме	6	6
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>92</b>	<b>92</b>
Вид текущего контроля	—	—
Вид промежуточной аттестации	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>

## *Основная литература:*

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Департамент анализа данных, принятия решений и  
финансовых технологий

Учебное пособие по дисциплине  
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И  
КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В  
МЕНЕДЖМЕНТЕ»

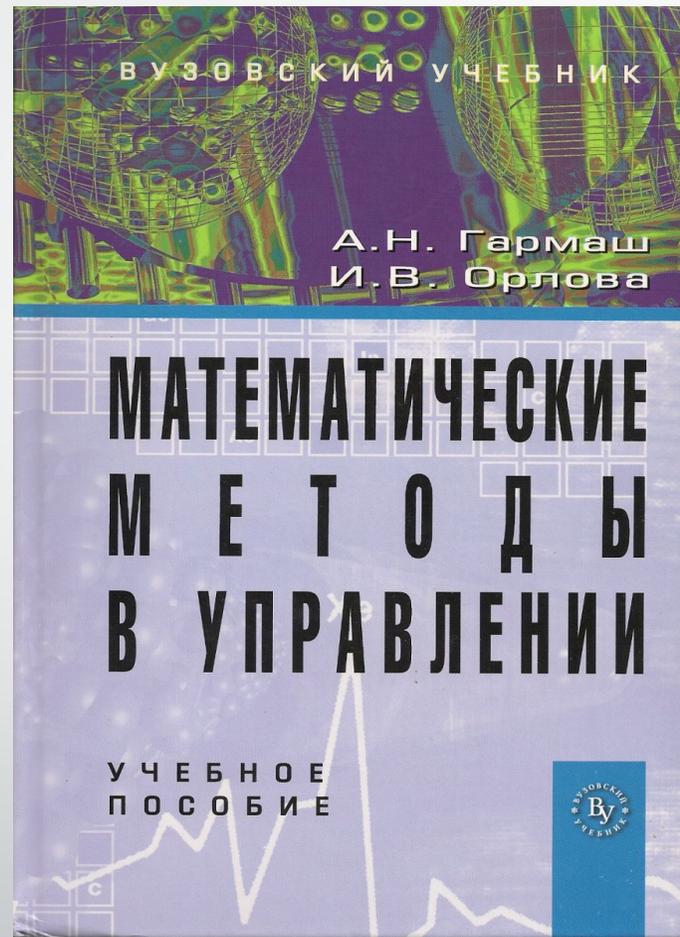
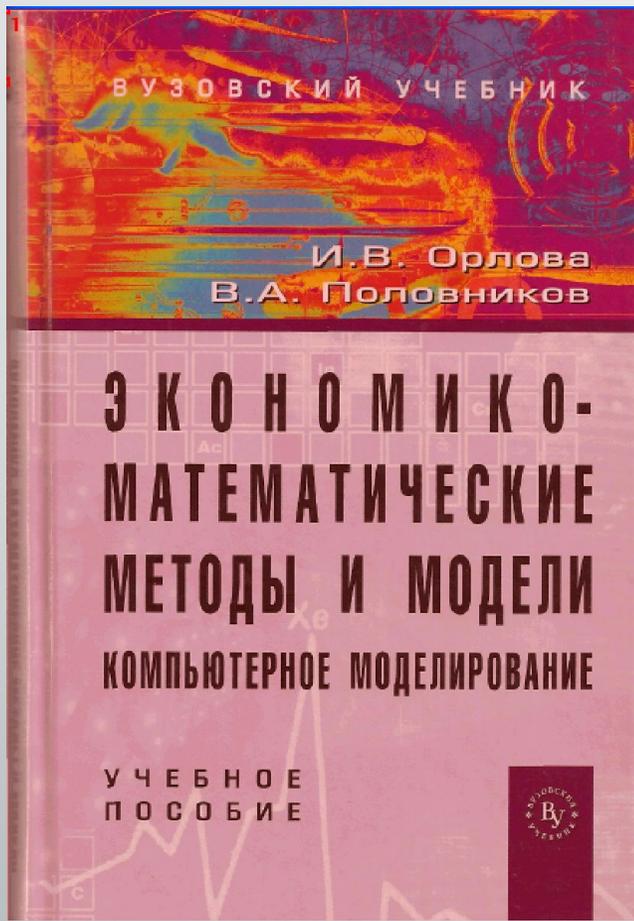
М.Ю. Михалева, И.В. Орлова

Москва 2016

## *Основная литература:*

1. **Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования: Учебное пособие. – М.: Ленанд, 2015.**
2. **Гармаш А.Н. Математические методы в управлении: Учебное пособие / А.Н. Гармаш, И.В. Орлова - М.: Вузовский учебник, 2013. - 272 с./2012 ЭБС ZNANIUM.COM –Есть в библиотеке**
3. **Гусев А.А. Стоимость бизнеса в системе стратегических управленческих решений: Монография. – М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2015. / ЭБС ZNANIUM.COM**
4. **Литвак Б.Г. Управленческие решения: Учебник. – Московская финансово-промышленная академия, 2012. / ЭБС ZNANIUM.COM**
5. **Экономико-математические методы в примерах и задачах: Учебное пособие / А.Н. Гармаш, И.В. Орлова, Н.В. Концевая и др.; Под ред. А.Н. Гармаша. – М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2014, 2015. / ЭБС ZNANIUM.COM Есть в библиотеке**
6. **Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2014. / ЭБС ZNANIUM.COM Есть в библиотеке**

*Рекомендуемая литература, которая есть в  
библиотечном фонде*



### *Дополнительная литература:*

1. Гусев А.А. Реальные опционы в оценке бизнеса и инвестиций: Монография. – М.: ИД РИОР, **2009.** / ЭБС **ZNANIUM.COM**
2. Лабскер Л.Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения: монография - М.: КНОРУС, **2009 - 744с.**
3. Орлова И.В., Турундаевский В.Б. Многомерный статистический анализ при исследовании экономических процессов. Монография. – М.: МЭСИ, **2014.** – С. **190**

## **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины»**

1. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета  
(электронная библиотека, ресурсы на русском языке):

[http://www.library.fa.ru/res\\_mainres.asp?cat=rus](http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=rus)

2. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета  
(электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках):

[http://www.library.fa.ru/res\\_mainres.asp?cat=en](http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en)

**Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

1. Электронная таблица Excel MS Office.
2. Прикладной программный пакет для эконометрического моделирования Gretl: <http://gretl.sourceforge.net/>

## Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоемкость в часах					Самост оятель ная работа	Формы текущего контроля успевае- мости
		Всего	Аудиторная работа					
			Об- щая	Лек- ции	Практи- ческие и семи- нарские занятия	Занятия в ин- терак- тивных формах		
<b>Раздел 1. Моделирование оптимальных решений</b>								
1.	Однокритериальные модели инвестиционно-финансовых решений	11,5	1,5	0,5	1	0,5	10	Опрос, обсужде ние результатов
2.	Многокритериальные модели инвестиционно-финансовых решений	13,5	1,5	0,5	1	0,5	12	
3.	Теоретико-игровые модели в управлении	14,5	2,5	0,5	2	1	12	
4.	Модели реальных опционов и дерева решений	14,5	2,5	0,5	2	1	12	

Раздел 2. Эконометрические модели в управлении								
5.	Эконометрическое исследование, его задача и метод.	4,45	0,45	0,20	0,25	0,125	4	Практическое занятие в активной форме. Опрос
6.	Модели временных рядов и прогнозирование их уровней.	10,25	1,25	0,25	1,00	0,5	9	Практическое занятие в активной форме. Решение задач.
7.	Характеристики статистической связи между экономическими переменными модели, используемые при их отборе в спецификацию. Нелинейные регрессионные модели.	5,25	1,25	0,25	1,00	0,5	4	
8.	Модель множественной регрессии.	14,50	2,50	0,50	2,00	1	12	
9.	Исследование нарушений стандартных предпосылок эконометрических моделей.	7,00	1,00	0,25	0,75	0,375	6	Опрос и обсуждение результатов
10.	Регрессионные модели с переменной структурой (фиктивные переменные).	3,65	0,65	0,15	0,50	0,25	3	
11.	Анализ и прогнозирование экономических систем с помощью моделей регрессии.	4,40	0,40	0,15	0,25	0,125	4	Практическое занятие в активной форме. Решение задач.
12.	Модели с дискретной зависимой переменной.	4,50	0,50	0,25	0,25	0,125	4	Опрос и обсуждение результатов
	<b>Всего:</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>92</b>	

# Исследуемые темы

## *Эконометрические модели в управлении*

Характеристики статистической связи между экономическими переменными модели, используемые при их отборе в спецификацию. Мультиколлинеарность. Оценка параметров модели регрессии МНК. Исследование нарушений стандартных предпосылок эконометрических моделей при помощи тестов.

Модели временных рядов и прогнозирование их уровней.

Моделирование экономического объекта в рамках регрессионных моделей, оценка и прогнозирование эндогенных переменных. Фиктивные переменные наклона и сдвига.

## *Моделирование оптимальных решений.*

Однокритериальные и многокритериальные модели инвестиционно-финансовых решений. Теоретико-игровые модели в управлении. Модели реальных опционов и деревья решений.



# ***Эконометрические модели в управлении***

## Основные понятия и определения

Эконометрика есть единство трех составляющих:

- экономической теории,
- экономической статистики,
- математико-статистического инструментария.

**Эконометрика** – наука, изучающая конкретные экономические закономерности и взаимосвязи экономических объектов и процессов с помощью математических методов и моделей.

Модель – это упрощенное представление реального объекта или процесса (служит средством для получения информации об исходной системе).

## *При моделировании используют три типа данных:*

**Пространственные данные** – набор сведений по разным объектам, взятым за один и тот же период или момент времени.

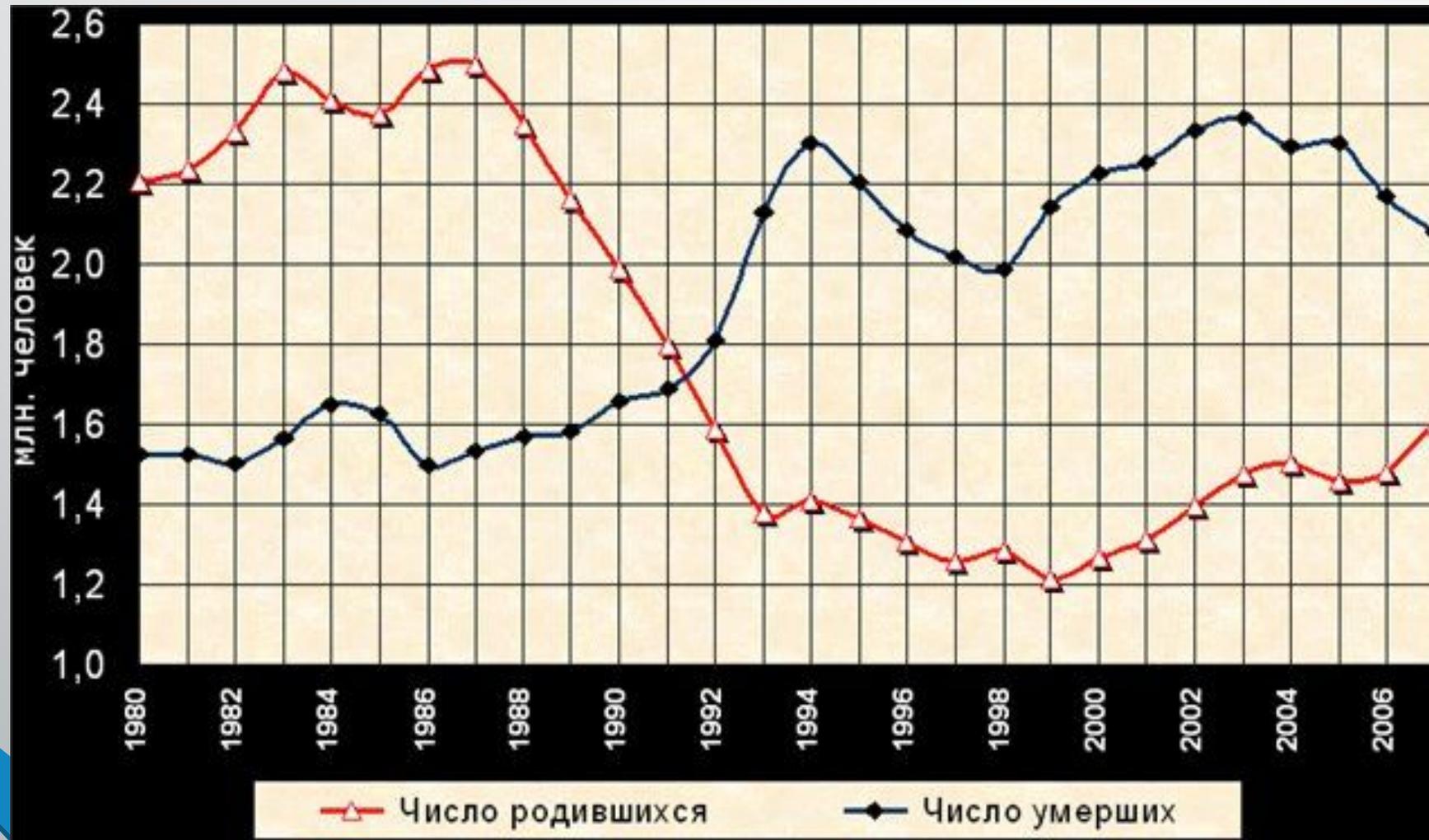
**Временные данные** – набор сведений, характеризующих один и тот же объект, но за разные периоды времени.

**Панельные данные** - представляют собой прослеженные во времени пространственные выборки, которые состоят из наблюдений одних и тех же экономических объектов в последовательные периоды времени. Панельные данные состоят из трех измерений: признаки - объекты – время.

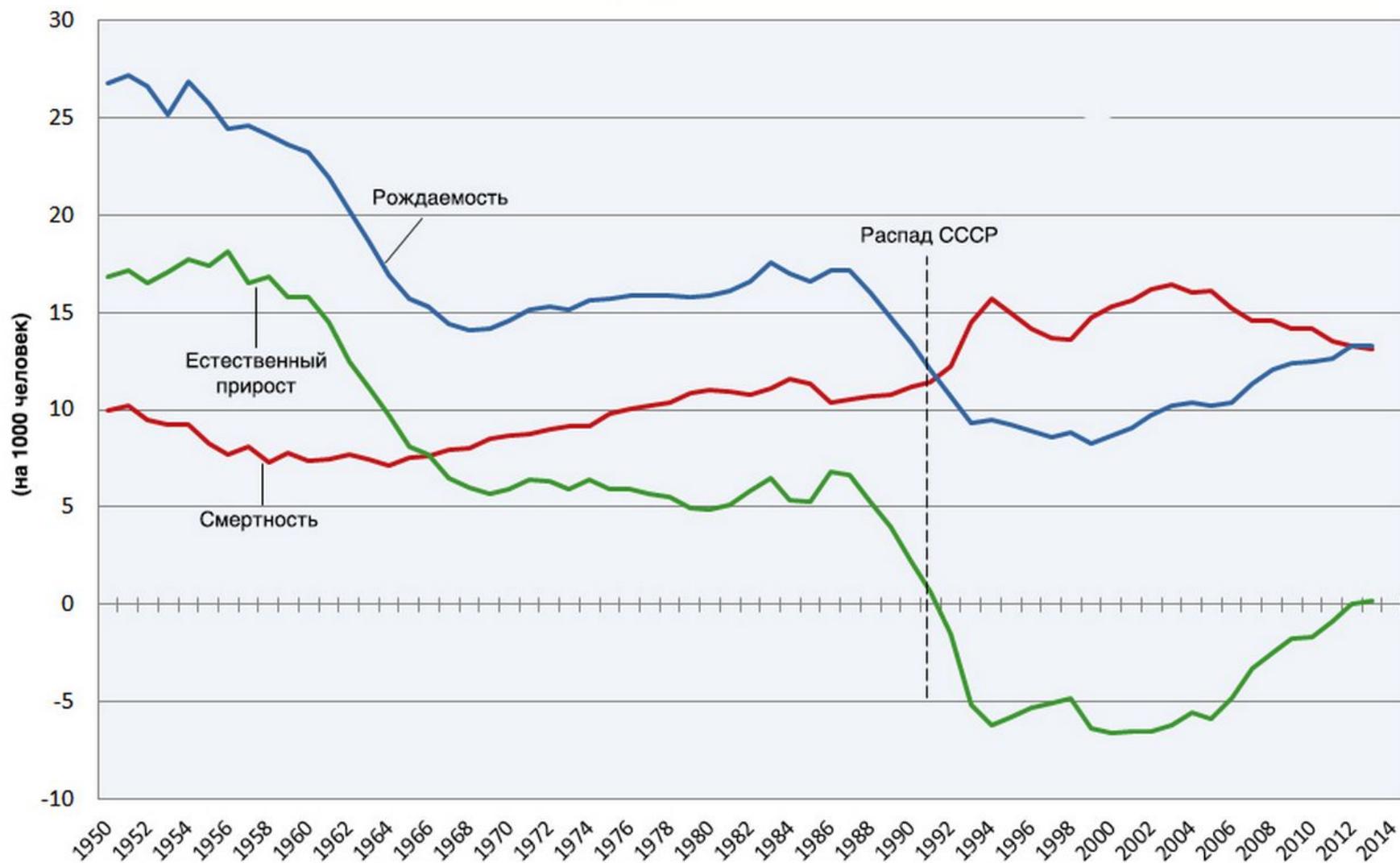
**Пространственные данные**  
**Поступление налогов и сборов по областям РФ в 2015 г.**

№	Регион	Поступление налогов, сборов и иных обязательных платежей	Налоговая база по налогу на прибыль	Начислено НДС
1	Белгородская область	70 132 311	44 360 843	269 632 220
2	Брянская область	34 121 301	13 086 263	101 563 974
3	Владимирская область	58 454 992	50 414 282	142 643 657
4	Воронежская область	79 089 545	60 175 918	387 907 147
5	Ивановская область	24 675 793	9 387 641	90 128 025
6	Калужская область	69 423 450	36 980 847	203 390 152
7	Костромская область	20 675 853	17 107 638	61 531 783
8	Курская область	46 013 612	48 020 801	107 517 716
9	Липецкая область	46 044 783	114 173 380	156 571 871
...	...	...	...	...

# Русский крест - динамика общих коэффициентов рождаемости и смертности (на 1000 человек населения)



## Естественный прирост населения России



## Временные ряды

### Численность населения, Российской Федерации с 1991 по 2016 гг., млн чел.

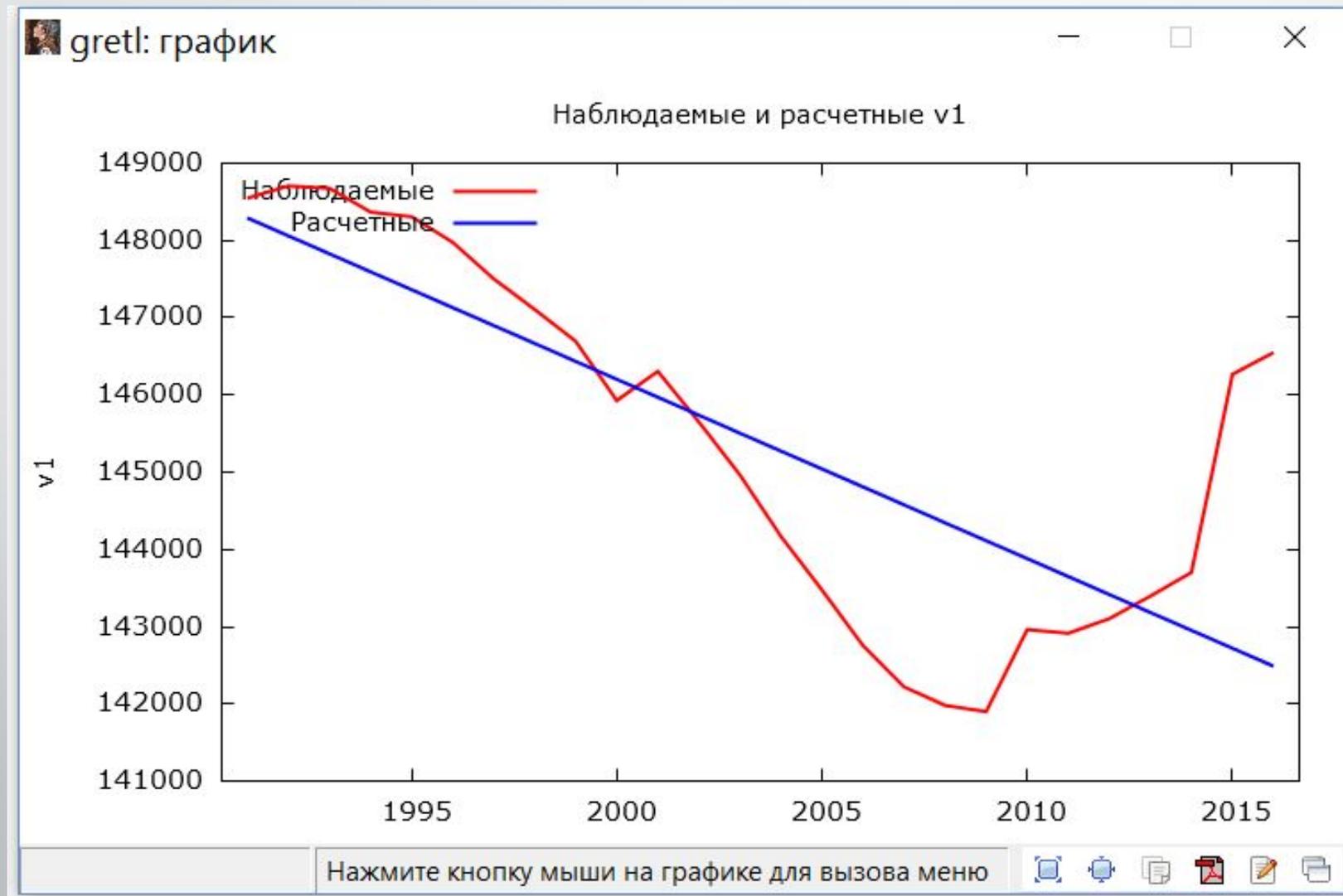
год	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Численность населения	148543	148704	148673	148366	148306	147976	147502	147105	146693

год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Численность населения	145925	146304	145649	144964	144168	143474	142754	142220	141980

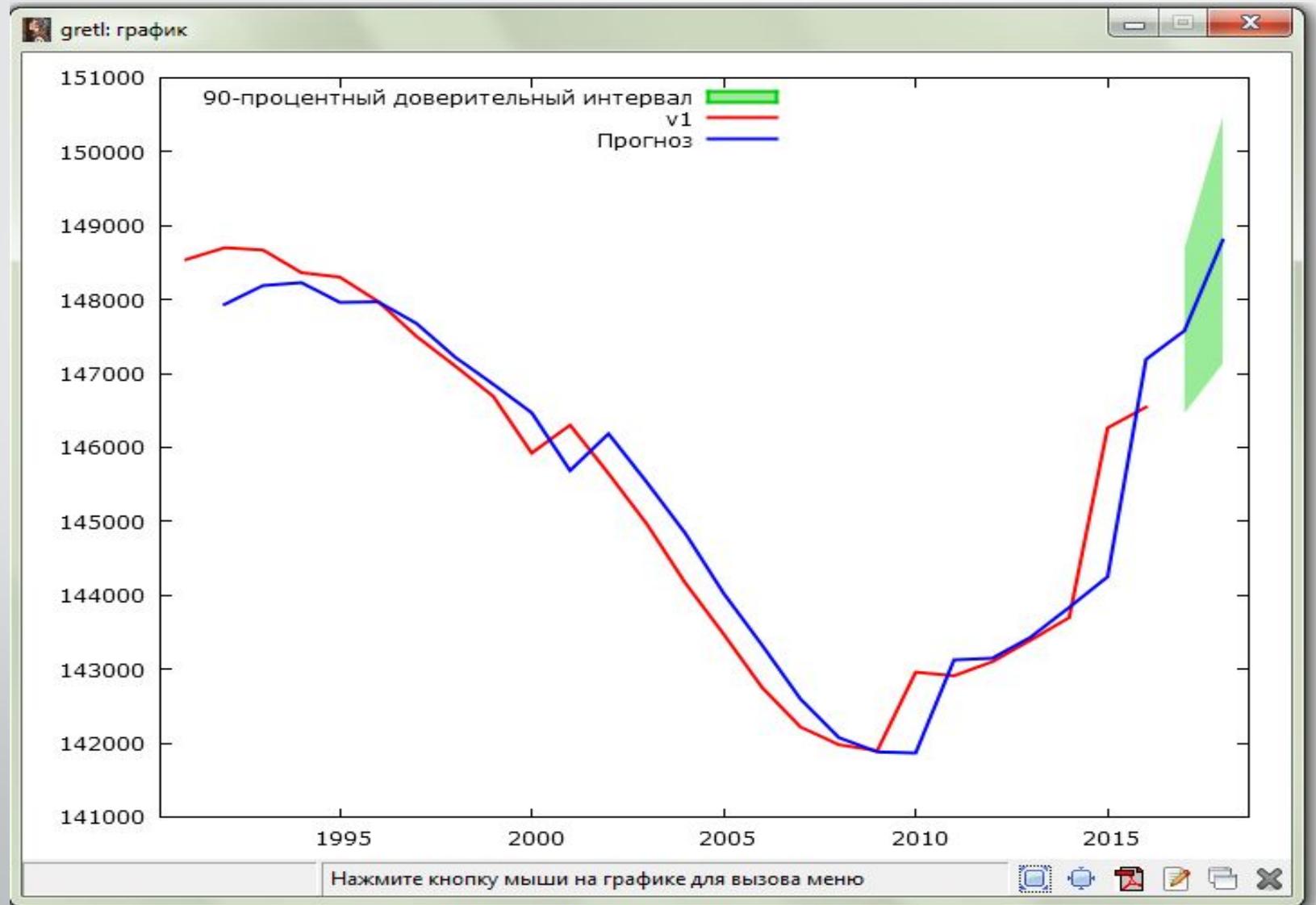
год	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Численность населения	141900	142962	142914	143103	143395	143700	146267	146546

Графики динамики численности населения с 1991 по 2016 год и линейной модели

$$\hat{y}_i = 148522 - 232,12t$$

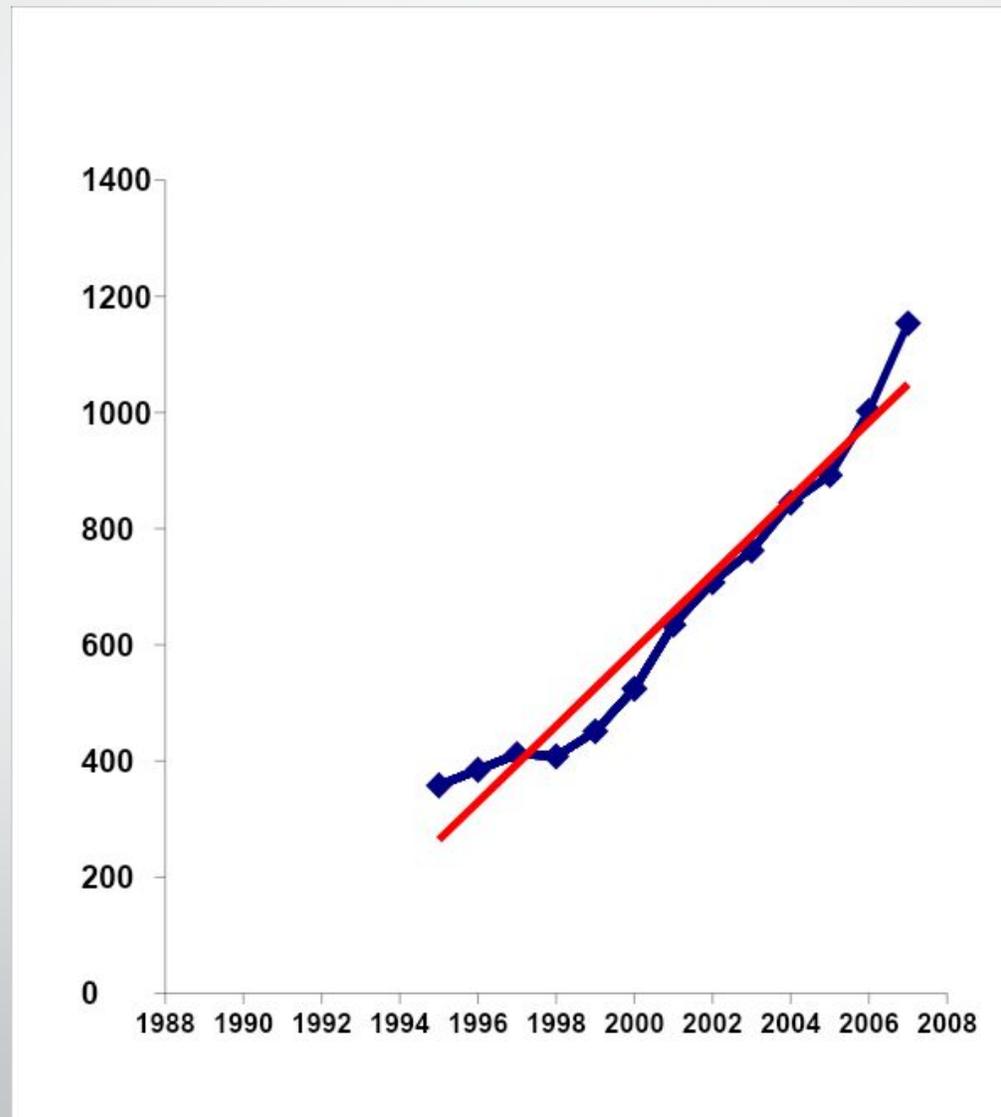


# Результаты моделирования и прогнозирования по модели модель с лаговой переменной.



# Моделирование продаж объёма пива в РФ (временной ряд, график временного ряда, модель)

Годы	Продажа пива
1995	358
1996	384,85
1997	411,7
1998	408,2
1999	451,1
2000	524,6
2001	634,6
2002	707,8
2003	762,5
2004	844,7
2005	892,1
2006	1002,8
2007	1153,3



# Моделирование продаж объёма пива в РФ

Годы	Продажи пива (млн. дкл)
1995	358
1996	384,85
1997	411,7
1998	408,2
1999	451,1
2000	524,6
2001	634,6
2002	707,8
2003	762,5
2004	844,7
2005	892,1
2006	1002,8
2007	1153,3
2008	1138,2
2009	1024,7
2010	1004
2011	1011,5
2012	1017,5
2013	1005,6



## *Типы переменных в эконометрической модели*

### *Результирующая (зависимая, эндогенная) переменная $Y$*

Она характеризует результат или эффективность функционирования экономической системы. Значения ее формируются в процессе и внутри функционирования этой системы под воздействием ряда других переменных и факторов, часть из которых поддается регистрации, управлению и планированию. По своей природе результирующая переменная всегда случайна (стохастична).

### *Объясняющие (экзогенные, независимые) переменные $X$*

Это — переменные, которые поддаются регистрации и описывают условия функционирования реальной экономической системы. Они в значительной мере определяют значения результирующих переменных. Еще их называют факторными признаками. В регрессионном анализе это аргументы результирующей функции  $Y$ . По своей природе они могут быть как случайными, так и неслучайными.

## Пример Задача прогнозирования объема продаж одного из продуктов фирмы

- Объем продаж – это результатирующая, зависимая переменная  $Y$  (тыс. руб.)
- В качестве независимых, объясняющих переменных в задаче были выбраны следующие факторы:
  - время -  $X_1$  (мес.),
  - затраты на рекламу  $X_2$  (тыс. руб.),
  - цена товара  $X_3$  (руб.),
  - средняя цена товара у конкурентов  $X_4$  (руб.),
  - индекс потребительских расходов  $X_5$  (%).

(см. Орлова И.В., Половников В.А. Стр. 222 – 1 изд.)

# Специфика экономических данных

**Экономические процессы развиваются во времени**, поэтому большое место в эконометрике занимают вопросы анализа и прогнозирования временных рядов. При этом следует отметить, что временные ряды качественно отличаются от простых статистических выборок. Эти особенности состоят в следующем:

- последовательные по времени уровни временных рядов являются взаимозависимыми, особенно это относится к близко расположенным наблюдениям;
- в зависимости от момента наблюдения уровни во временных рядах обладают разной информативностью: информационная ценность наблюдений убывает по мере их удаления от текущего момента времени;
- с увеличением количества уровней временного ряда точность статистических характеристик не будет увеличиваться пропорционально числу наблюдений, а при появлении новых закономерностей развития она может даже уменьшаться

# Задачи эконометрики

---

1. Построение эконометрических моделей в математической форме (задача спецификации).
2. Оценка параметров полученной модели (задача параметризации).
3. Проверка качества модели и ее параметров (задача верификации).
4. Использование построенных моделей для объяснения поведения исследуемых экономических показателей, прогнозирования, а также для осмысленного проведения экономической политики.

# Пример эконометрической зависимости

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln C + \beta_2 \ln P$$

$Y$  – потребление на душу населения пищевого продукта в некотором году (*зависимая* или *объясняемая* переменная)

$C$  – реальный доход на душу населения

$P$  – индекс цен на этот продукт, скорректированный (дефлированный) на общий индекс стоимости жизни

Задача эконометрики – определить коэффициенты  $\beta_i$

## Примеры задач, решаемых с помощью регрессионных моделей

Исследование зависимости заработной платы (Y) от возраста (X<sub>1</sub>), уровня образования (X<sub>2</sub>), пола (X<sub>3</sub>), стажа работы (X<sub>4</sub>)

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4$$

Прогноз и планирование выпускаемой продукции по факторам производства (производственная функция Кобба – Дугласа означает, что объем выпуска продукции (Y), является функцией количества капитала (K) и количества (L) труда)

$$y = a_0K^{a_1}L^{a_2}$$

Прогноз объемов потребления продукции или услуг определенного вида (кривая Энгеля ,

где Y -удельная величина спроса,  
X - среднедушевой доход).

$$y = \frac{a_0}{1 + a_1e^{-a_2x}}$$

# *Основные этапы построения модели*

- 1) спецификация модели;**
- 2) сбор статистической информации об объекте исследования;**
- 3) идентификация модели (оценка параметров модели, параметризация);**
- 4) анализ адекватности модели (верификация модели).**

Первым этапом построения  
эконометрической модели является  
*спецификация модели* - подробное  
описание объекта исследования. На данном  
этапе определяется список экономических  
переменных, характеризующих  
функционирование данного объекта, и  
устанавливается их взаимосвязь.

# Виды зависимостей между переменными

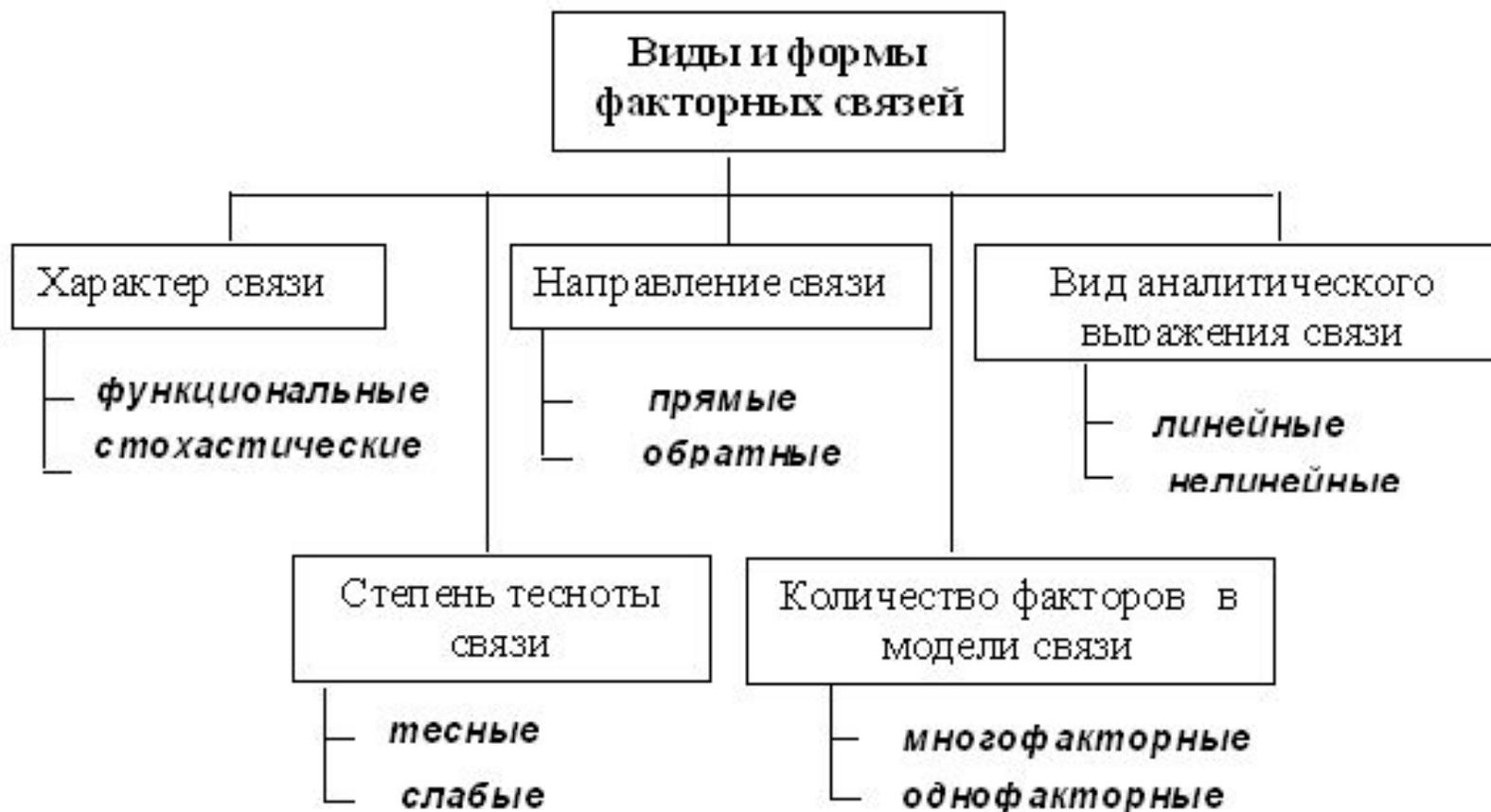
---

## 1. Функциональные: $Y = f(X)$ .

Имеют место при исследовании связей между неслучайными переменными. Такие связи в эконометрике не рассматриваются.

2. Статистические: изменение одной из величин влечет изменение закона распределения другой (доход – потребление, цена – спрос и т.д.).

## Виды и формы связей. Понятие о корреляционной связи.



Классификация факторных связей.

# Виды статистических зависимостей

**а) Корреляционные:** при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой (связь между переменными не носит направленного характера)  
 $M[Y/X = x] = M_x[Y] = \varphi(x)$ ,  $M[X/Y = y] = M_y[X] = \psi(y)$ ,  
где  $M[Y/X = x]$  – м. о. случайной величины  $Y$ ,  
вычисленное при условии, что случайная величина  $X$   
приняла значение  $x$ ,  $\varphi(x) \neq \text{const}$ ,  $\psi(y) \neq \text{const}$ .

**б) Регрессионные:** односторонняя зависимость среднего значения случайной величины  $Y$  от одной  $X$  или нескольких  $X_1, \dots, X_m$  случайных величин.

# Коэффициент корреляции

*Коэффициент корреляции* имеет две формы – теоретическую и выборочную.

*Теоретический коэффициент корреляции*  $\rho_{xy}$  равен

$$\rho_{xy} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}$$

*Выборочный коэффициент корреляции*  $r_{xy}$  равен

$$r_{xy} = \frac{\tilde{\text{Cov}}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)\text{Var}(y)}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}}$$

# Свойства коэффициента корреляции

---

1. Если между  $X$  и  $Y$  существует положительная линейная зависимость, то  $\rho_{xy} > 0$ .
2. Если между  $X$  и  $Y$  существует отрицательная линейная зависимость, то  $\rho_{xy} < 0$ .
3.  $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$ .
4. Если между  $X$  и  $Y$  отсутствует линейная связь, то  $\rho_{xy} = 0$ .
5. Чем ближе  $\rho_{xy}$  по модулю к 1, тем сильнее линейная связь между  $X$  и  $Y$ .
6. Коэффициент корреляции позволяет выявлять только линейные зависимости между случайными величинами.

## Оценка значимости коэффициента корреляции

при малых объемах выборки выполняется с использованием **t-**  
**критерия Стьюдента**.

Вычисленное по этой формуле значение  $t_{\text{набл}}$  сравнивается с критическим значением t-критерия, которое берется из таблицы значений t Стьюдента с учетом заданного уровня значимости и числа степеней свободы ( $n-2$ ).

Если  $t_{\text{набл}} > t_{\text{кр}}$ , то полученное значение коэффициента корреляции признается значимым.

При этом фактическое (наблюдаемое) значение этого критерия определяется по формуле:

$$t_{\text{набл}} = \sqrt{\frac{r_{y,x}^2}{1 - r_{y,x}^2} (n - 2)}$$

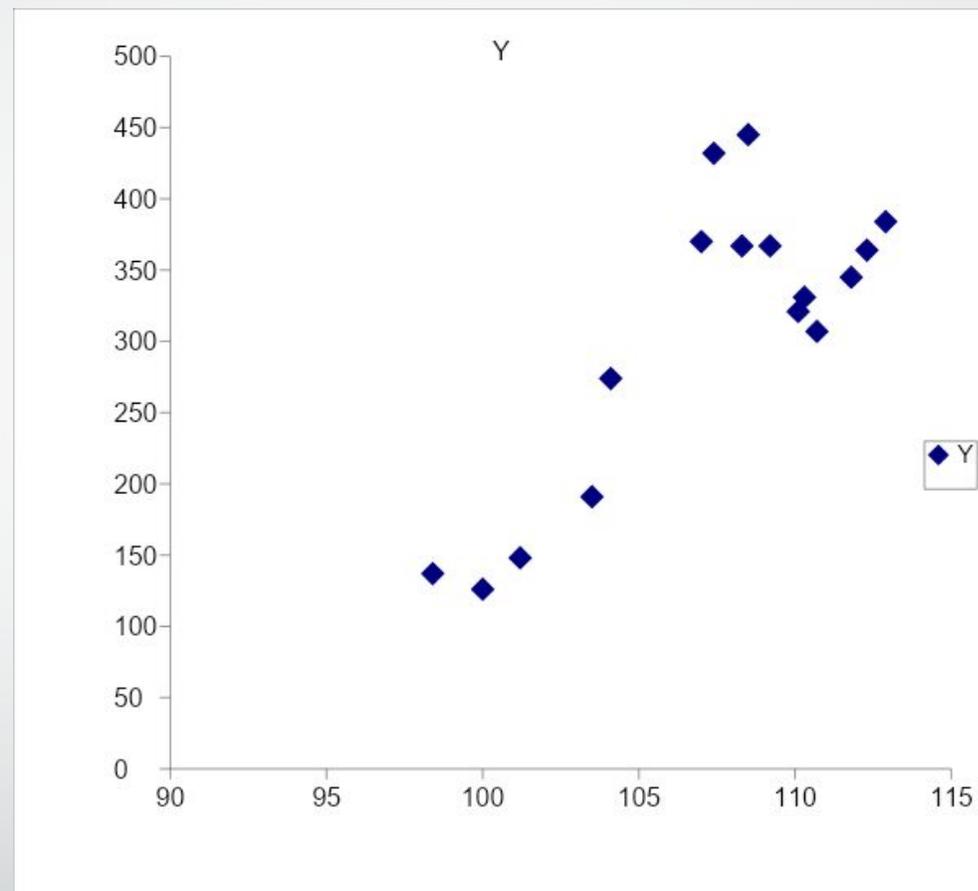
## Коэффициент частной корреляции

Часто возникает необходимость исследовать частную линейную зависимость (корреляцию) между переменными при исключении влияния одной или нескольких переменных. Для этого используют *частный коэффициент корреляции*. В частности, для случая трех переменных, выборочный частный коэффициент корреляции между переменными  $x$  и  $y$  при фиксированных значениях переменной  $z$  равен:

$$r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}}.$$

## Вычисление коэффициентов парной корреляции

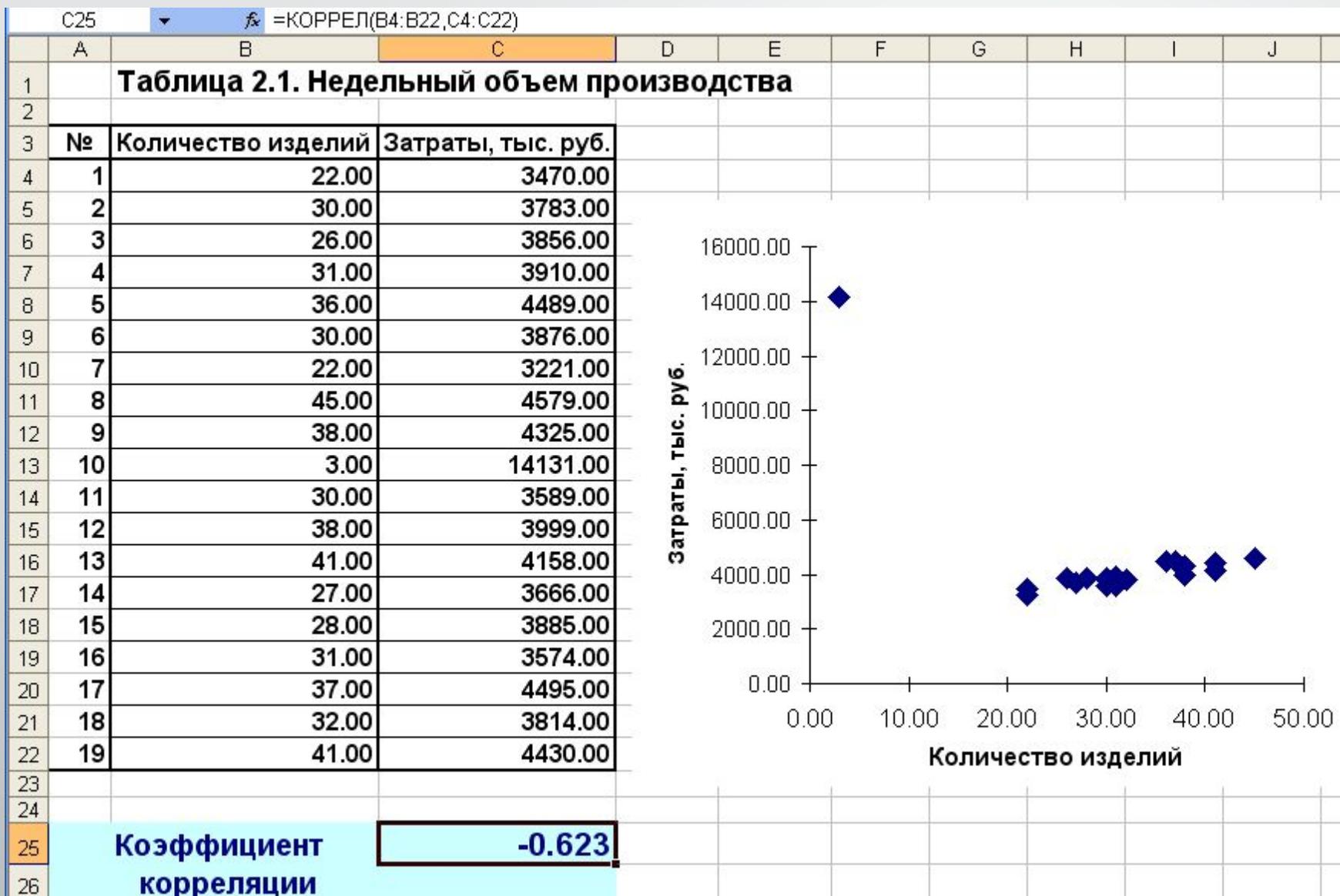
Индекс потребительских расходов	Объем продаж
X5	Y
100	126
98,4	137
101,2	148
103,5	191
104,1	274
107	370
107,4	432
108,5	445
108,3	367
109,2	367
110,1	321
110,7	307
110,3	331
111,8	345
112,3	364
112,9	384

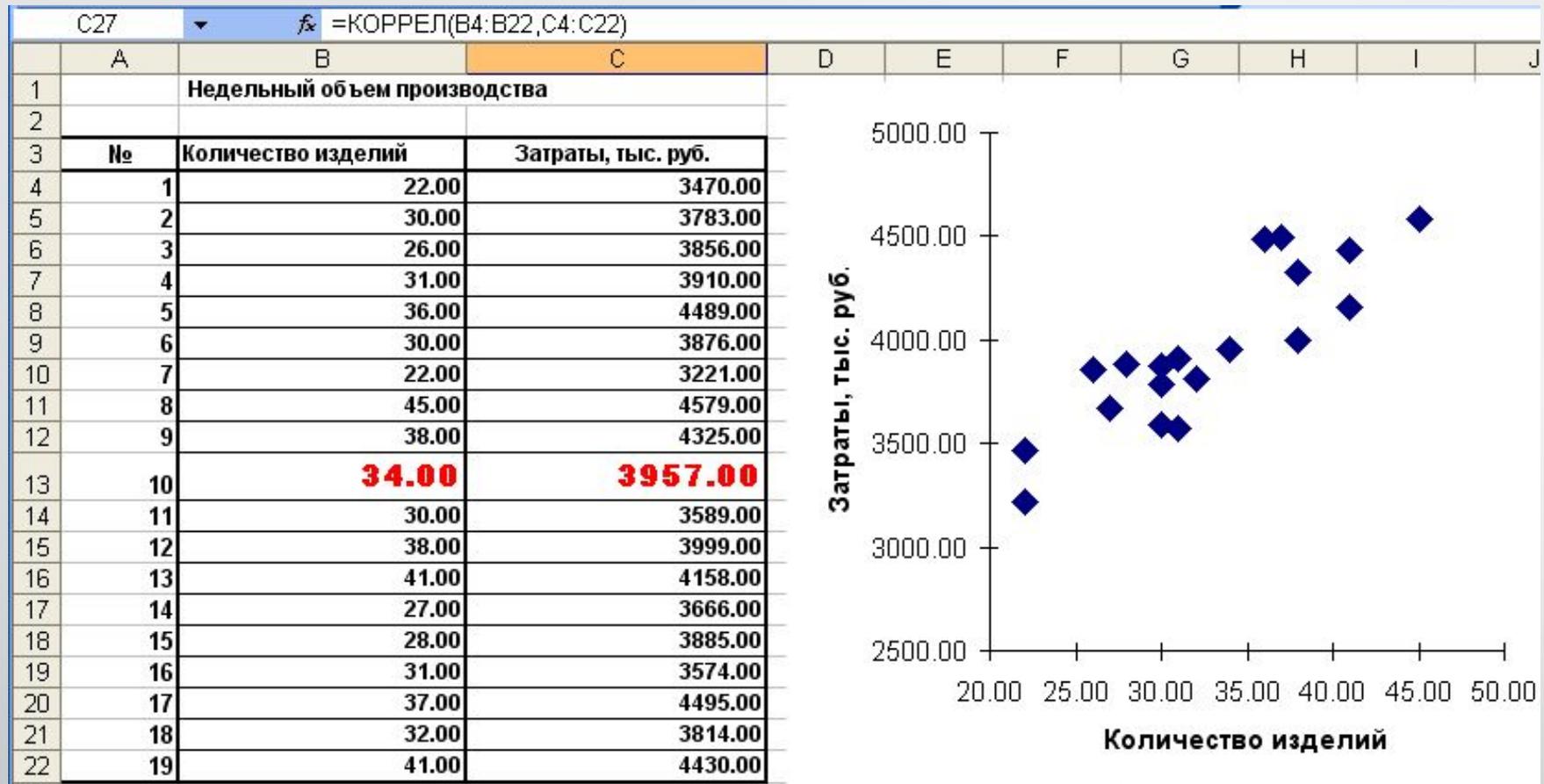


## Вычисление коэффициентов парной корреляции



## Влияние аномальных наблюдений на результаты вычислений





Результат вычислений после сглаживания аномального наблюдения

Коэффициент корреляции

## Матрица коэффициентов парной корреляции

Коэффициенты парной корреляции используются для измерения силы линейных связей различных пар признаков из их множества. Для множества признаков получают матрицу коэффициентов парной корреляции  $R$ .

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & \dots & r_{yx_m} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} & \dots & r_{x_1x_m} \\ r_{yx_2} & r_{x_1x_2} & 1 & \dots & r_{x_2x_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yx_m} & r_{x_1x_m} & r_{x_2x_m} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$