

Решение заданий С1 на ЕГЭ

Выполнила учитель МКОУ «Бобровская СОШ »
Гуськова Е.М.

а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения,
принадлежащие промежутку : $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

Решение.

а) Разложим левую часть на множители:

$$\begin{aligned} 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sin x (\cos x - 2) - \sqrt{3}\cos x (\cos x - 2) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (\cos x - 2) (\sin x - \sqrt{3}\cos x) &= 0. \end{aligned}$$

Уравнение $\cos x - 2 = 0$, не имеет корней. Имеем
 $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

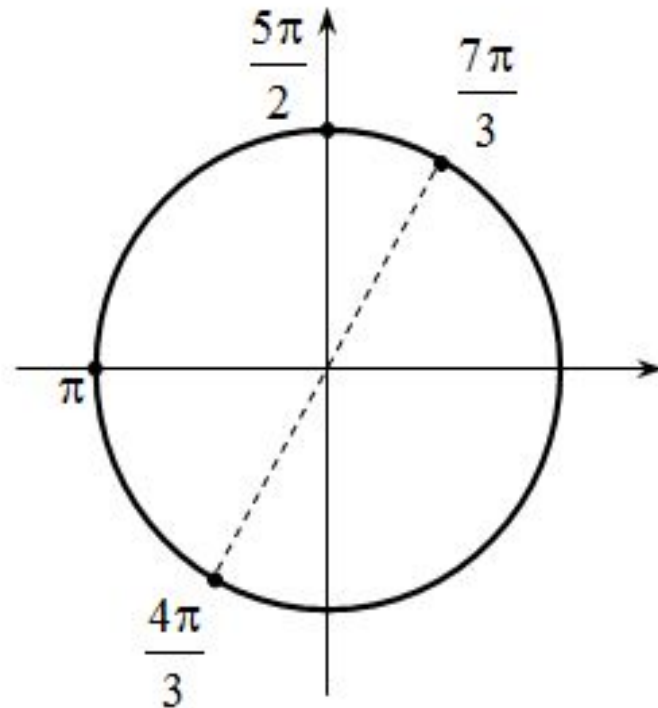
Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Это однородное уравнение первой степени, разделим обе его части на $\cos x$. Получаем:

$$\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

б) Отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$ принадлежат корни $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{7\pi}{3}$. (см. рис.)

Ответ: а) $\frac{\pi}{3} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{7\pi}{3}$.



а) Решите уравнение $7 \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

Решение.

а) Решим уравнение

$$7 \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 7 \cdot \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \cos^2 x + \cos x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1; \\ \cos x = -\frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

б) Найдем корни, лежащие в заданном отрезке, решая двойное неравенство:

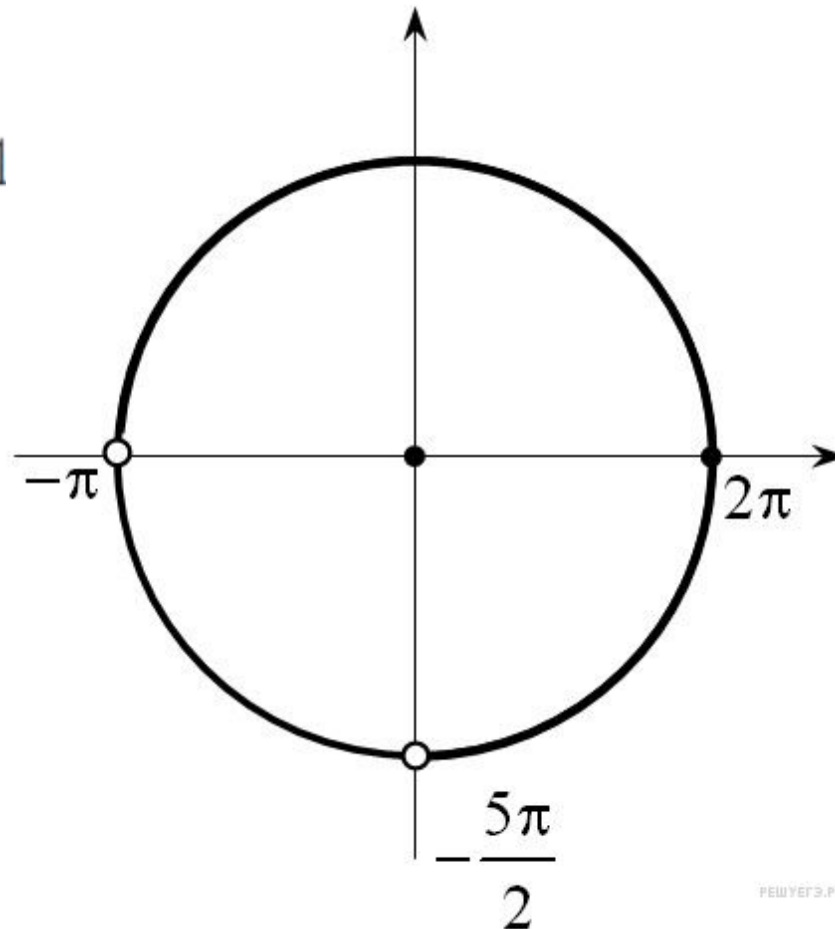
$$-\frac{5\pi}{2} \leq 2\pi k \leq -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -1$$

Тогда искомый корень -2π .

Примечание.

Отобрать корни можно, используя тригонометрическую окружность (см. рис.).

Ответ: а) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, б) -2π



а) Решите уравнение $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$

б) Найдите все корни этого уравнения,
принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Решение. а) Из данного уравнения получаем:

~~Значит, или $\cos x + \sin 2x + 8 = 8 \Leftrightarrow \cos x + 2 \cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2 \sin x + 1) = 0$, откуда~~

или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

или $\sin x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$

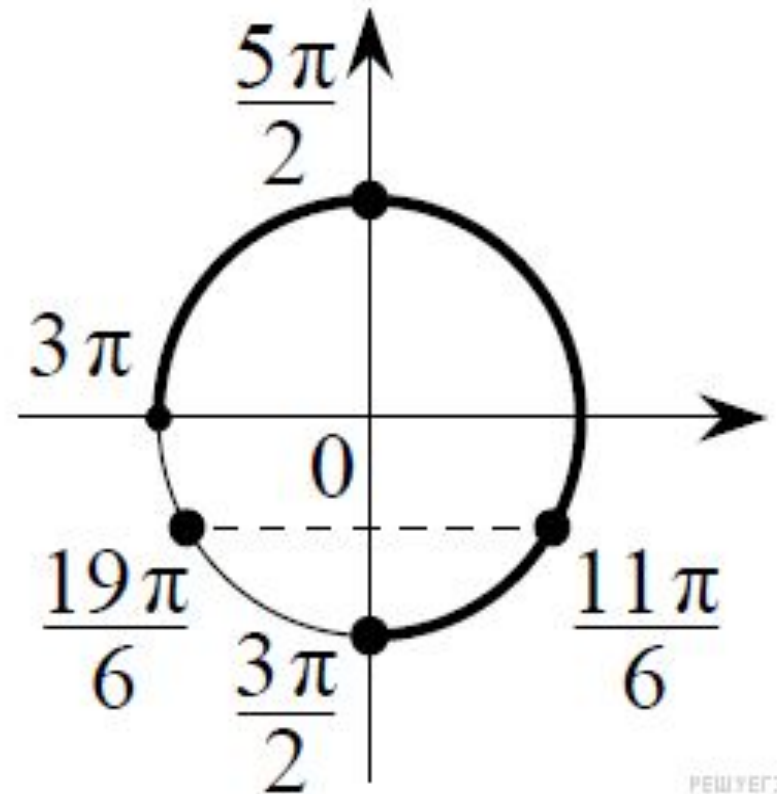
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Получим числа: $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$



а) Решите уравнение : $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2 \sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку: $[-3\pi; -2\pi]$

Решение:

а) Запишем уравнение в виде :

$$81^{-\cos x} = 81^{\sin 2x} \Leftrightarrow -\cos x = 2 \sin x \cos x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$, или

$$\sin x = -\frac{1}{2},$$

откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$.

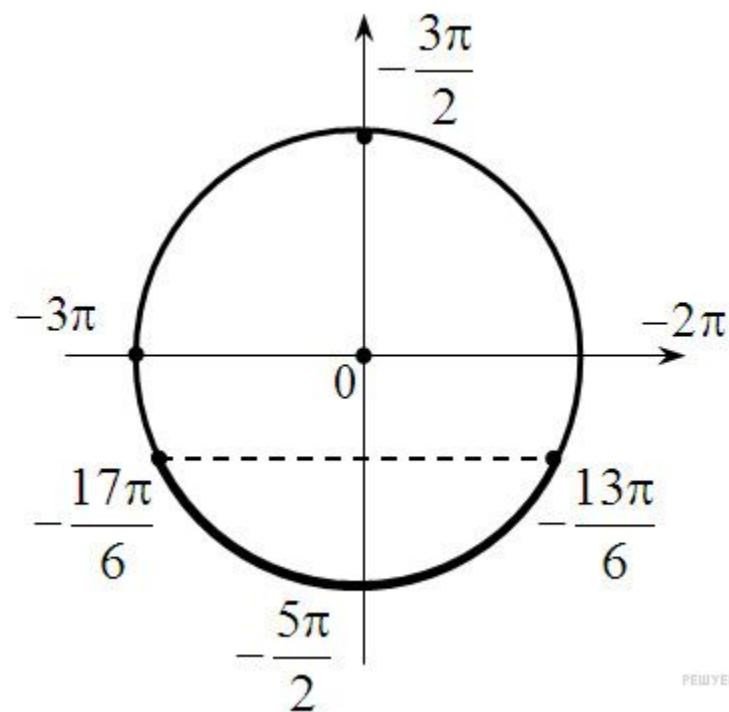
б) С помощью числовой окружности отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

Получим числа: $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$ и $-\frac{13\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$ и $-\frac{13\pi}{6}.$



Решите уравнение : $\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$

Решение.

Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 6\cos^2 x - \cos x - 2 = 0, \\ -\sin x > 0. \end{cases}$$

Из неравенства получаем, что $\sin x < 0$

В уравнении сделаем замену $\cos x = t$ и решим уравнение $6t^2 - t - 2 = 0$, $t = -\frac{1}{2}$ или $t = \frac{2}{3}$. Равенствам $\cos x = -\frac{1}{2}$ и $\cos x = \frac{2}{3}$ на тригонометрической окружности соответствует четыре точки.

Две из них, находящиеся в
верхней полуплоскости, не
удовлетворяют условию
 $\sin x < 0$

Получаем решения:

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \text{ и } x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$,

$$x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} .$$

