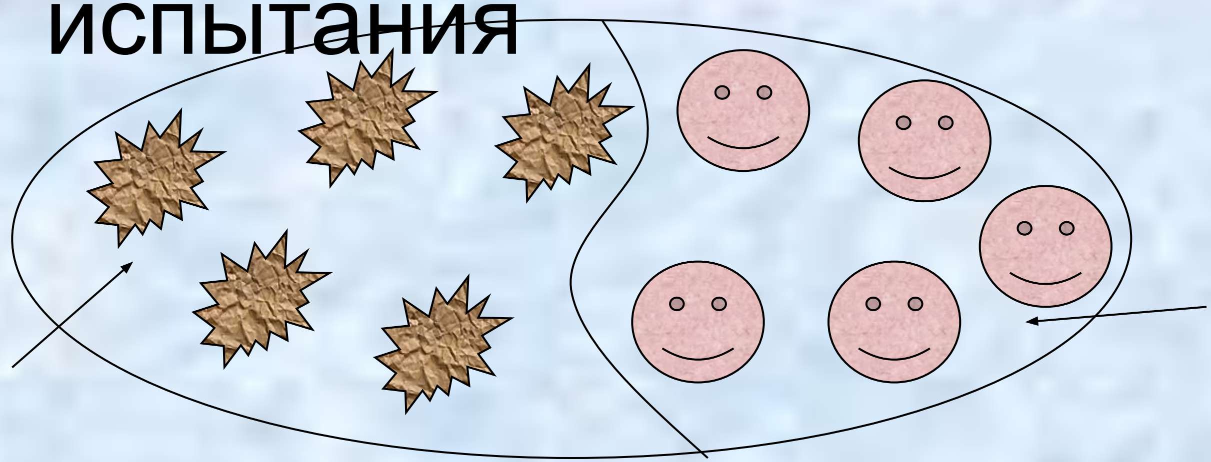
теория противоположных и несовместных событий

Противоположные события

- Событие B называют противоположным событию A и обозначают $B=\bar{A}$, если событие B происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие A.

Всего N исходов испытания



N-N(A) исходов, в которых не наступит событие A.

N(A) исходов, в которых наступает событие A.

Противоположны являются события:

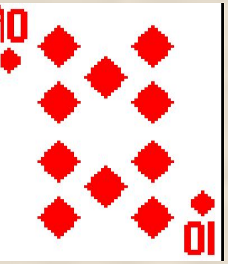
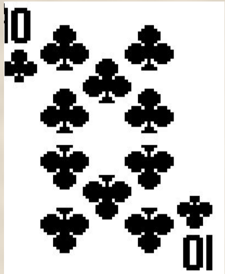
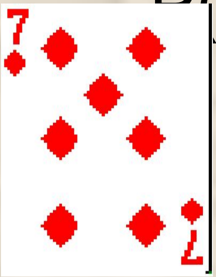
1.«выпало чётное количество очков» и «выпало нечётное количество очков»;
2. «выигрыш» и «не выигрыш» в любой игре;
3. «появление орла» и «появление решки» в результате одного бросания Монеты;
4. «появление числа очков, кратного 3» и «появление очков, не кратного 3» в результате бросания кости.

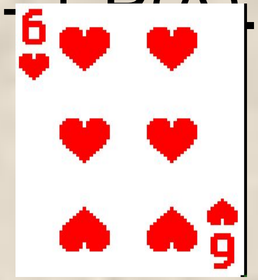
События «число выпавших очков меньше чем три» и «число выпавших очков больше чем три» ***не являются противоположными,*** поскольку выпадение 3-х очков не является благоприятным ни для одного из них.

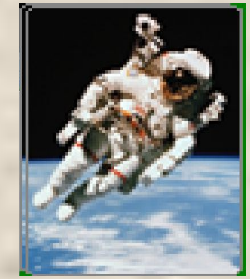
Противоположными так же не являются события «сбитый самолёт поражён первым оружием»и «сбитый самолёт поражён вторым оружием», поскольку может случиться такое, что в самолёт могли попасть сразу оба выстрела.

Чтобы найти вероятность противоположного события следует из единицы вычесть вероятность самого события.

$P(\bar{A})=1-P(A)$.





Из колоды 36 карт случайно выбраны 5 карт. Какова вероятность того, что хоть одна будет бубновой масти?

Из множества в 36 элементов производим выбор пяти элементов, причём порядок элементов не важен. Значит возможно получение N= C^5_{36} исходов. Предположим, что все исходы равновероятны между собой. Если A- интересующее нас событие, то противоположное ему $\bar{A}$ состоит в том, что среди выбранных карт нет ни одной бубновой, но это значит, что все 5 карт выбраны из других карточных мастей, т.е. из 36-9=27 карт. Значит, $N(\bar{A})=c^5_{27}$ и можно легко найти вероятность события $\bar{A}$:

$$P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N} = \frac{C^5_{27}}{C^5_{36}} = \frac{\frac{27!}{5!*22!}}{\frac{36!}{5!*31!}} \approx 0,214$$

$P(A)=1-0,214=0,786$

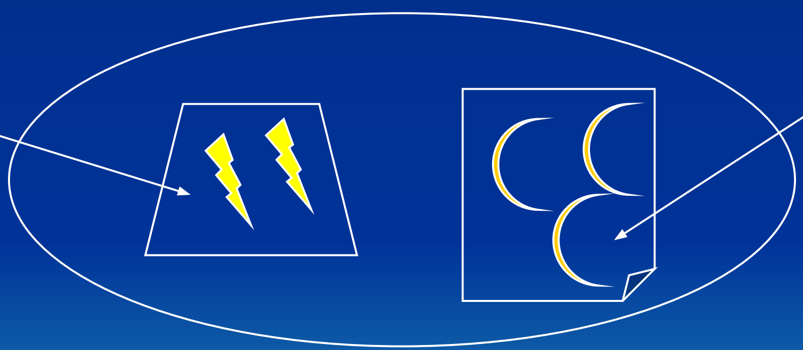
Вероятность довольно высока

НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

События А и В называют несовместными, если они не могут происходить одновременно.

N исходов испытания

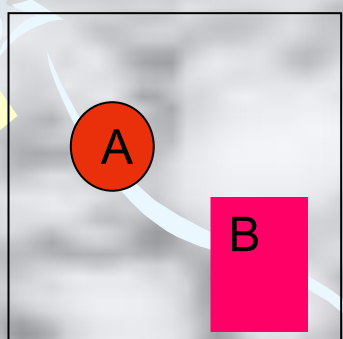
N(A) исходов, в которых наступает событие А



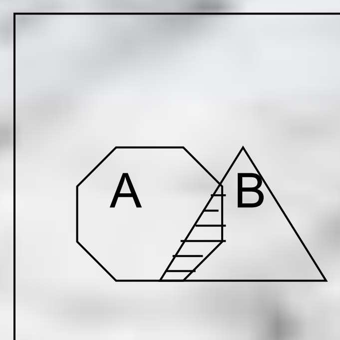
N(B) исходов, в которых наступает событие В

Например, несовместны события «число выброшенных очков делится на 3» и «число выброшенных очков при делении на 3 даёт остаток 1»

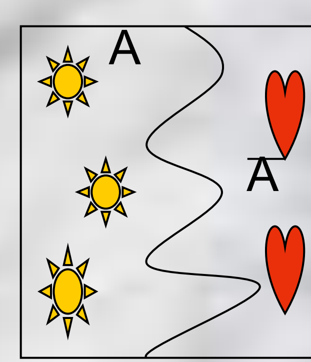
Несовместность событий А и В удобно иллюстрировать рисунком. Если все исходы опыта – некоторое множество точек на рисунке, то события А и В – это некоторые подмножества данного множества. Несовместность А и В означает, что эти два подмножества не пересекаются между собой. Типичный пример несовместных событий - любое событие А противоположное событие $\overline{A}$.



НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ



СОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ



А И $\overline{\text{А}}$ ВСЕГДА НЕСОВМЕСТНЫ

- Если любые два события из множества $\{A,\ldots,A_n\}$ несовместны, то эти события называются **попарно несовместными**.
- Например, попарно несовместными является событие«число очков делится на три», «число очков при делении на три даёт остаток 1» и «число очков при делении даёт остаток 2»
- А событие А – «число очков – простое число», В – «число очков – чётное число», С – «выброшено более трёх очков» не являются попарно несовместными, т.к. ,например, два является и простым и чётным числом, а пять – простым числом, которое больше трёх.

Вероятность наступления хотя бы одного из двух несовместных событий равна сумме их вероятностей.

- В событие, состоящее хотя бы из одного, из двух данных событий A и B, называют суммой событий A и B и обозначают A+B.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

- Указанная теорема верна и для трёх, и для четырёх, и для любого конечного числа попарно несовместных событий. Вероятность суммы любого числа попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

- В ящике лежат 10 белых и 11 чёрных шаров. Случайно достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих шаров есть 4 белых?
- Всего имеем N $=C^5_{21}$ исходов данного испытания. Возможны 2 случая. Может случится, что среди 5 выбранных шаров будет ровно 4 белых. Обозначим это событие буквой «А». А может случится, что все 5 выбранных шаров – белые, а чёрных нет вовсе. Обозначим это событие буквой «В». Тогда А и В – несовместные события, в сумме дающие интересующее нас событие – С. Значит Р(С)=Р(А)+В=Р(А)+Р(В).

$$P(B)= \frac{N(B)}{N} = \frac{C^5_{10}}{C^5_{21}} = \frac{10!}{5!5!} * \frac{5!16!}{21!} \approx 0.012$$

$$P(A)= \frac{N(A)}{N} = \frac{C^4_{10} * C^1_{11}}{C^5_{21}} = \frac{10!}{4!6!} * 11 * \frac{5!16!}{21!} \approx 0.114$$

$$P(C)= 0.114+0.012=0.126$$