

# Приёмы устного решения квадратного уравнения.

*Подготовка к  
экзаменам в тестовой  
форме*



Романова О.В.  
учитель математики

# Цели урока

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*
- *Научить учащихся приемам устного решения квадратных уравнений.*
- *Обучать поискам нескольких способов решения одной задачи и умению выбирать из них наиболее оригинальный, оптимальный*
- *Развивать внимание и логическое мышление.*



*Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.*

*Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.*

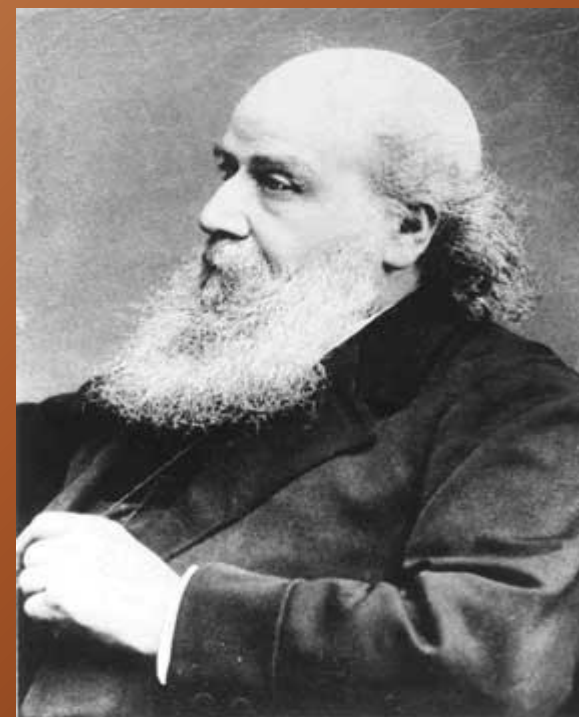
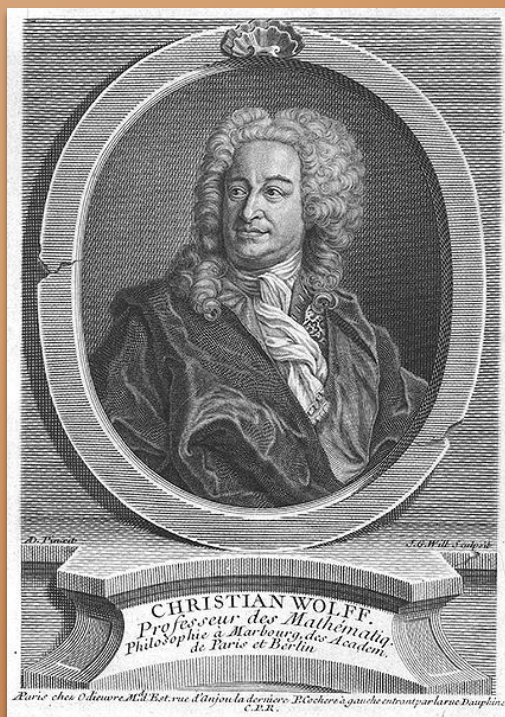
У.У. Соьер

«Уравнение - это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

С. Коваль.

ВПЕРВЫЕ ВВЕЛ ТЕРМИН «КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ» НЕМЕЦКИЙ ФИЛОСОФ КРИСТИАН ВОЛЬФ

СИЛЬВЕСТР ДЖЕЙМС ДЖОЗЕФ - АНГЛИЙСКИЙ МАТЕМАТИК, ВВЕЛ СЛОВО «ДИСКРИМИНАНТ»



# Вопросы теоретической разминки



1. **Какое уравнение называется квадратным?**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

2. **Объясните, в чём заключается смысл ограничения в определении квадратного уравнения ( $a \neq 0$ ).**

3. **Какое квадратное уравнение называется неполным?**

4. **Какое квадратное уравнение называется приведённым?**

$$x^2 + px + q = 0$$

5. **Назовите вид квадратных уравнений:**

а)  $2x^2 - 5x + 10 = 0$ ;

в)  $6x^2 - 5 = 0$ ;

б)  $x^2 + x = 0$ ;

г)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

д)  $5x^2 - 4x = 3$ ;

# С 1591 Г. МЫ ПОЛЬЗУЕМСЯ ФОРМУЛАМИ ПРИ РЕШЕНИИ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ



$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Дискриминант  
 $D = b^2 - 4ac$

$$D > 0$$

$$D = 0$$

$$D < 0$$

Два корня

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Один корень

$$X = -\frac{b}{2a}$$

Уравнение  
не имеет  
действительных  
корней

# Франсуа Виет(1540-1603)

Именно этим французским математиком впервые были введены буквенные обозначения. До этого пользовались громоздкими словесными формулировками. Например  $x^2 + 24 = 11x$

«Квадрат и число 24 равны одиннадцати корням»

Формулы, выражающие зависимость корней от его коэффициентов, были выведены Виетом в 1591г.





## ТЕОРЕМА ВИЕТА

$x_1, x_2$  – корни

уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$



# Приёмы устного решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если  $a+b+c=0$ , то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2) Если  $b = a + c$ , то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}.$$

3) Если  $a \nmid b+c \neq 0$ , то приём «Переброски»

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать уравнения с рациональными корнями.

4)

$$ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

5)

$$ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

6)

$$ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

7)

$$ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

1) Если  $a+v+c=0$ , то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2) Если  $v = a + c$ , то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}.$$

К какому типу относится уравнение

Решите его

1)  $17x^2 + 288x - 17 = 0,$

$$\begin{cases} x_1 = -17 \\ x_2 = \frac{1}{17} \end{cases}$$

2)  $10x^2 - 99 \cdot x - 10 = 0$

$$\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

3)  $2x^2 + x - 3 = 0$

$$1; -\frac{3}{2}$$

4)  $4x^2 + 11x + 7 = 0$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{7}{4}$$

5)  $8x^2 - 65x + 8 = 0$

$$X_1=8; X_2=1/8$$

6)  $5x^2 + 26x + 5 = 0$

$$X_1=-5; X_2=-1/5$$

3)  $ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$

4)  $ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

5)  $ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

6)  $ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$

## Приём «Переброски»

Если  $a \boxtimes b + c \neq 0$

Пример:  $2x^2 - 11x + 5 = 0$

1. Умножим a на c:  $2x^2 - 11x + 5 = 0$

2. Получим новое приведенное квадратное уравнение :

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

3. Используя теорему Виета, находим его корни 10 и 1, и делим на 2.

**Ответ: 5; 1/2**

Решаем, используя метод  
«переброски»

$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

Получим уравнение

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6:  $x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$

Ответ:  $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

# Задача Бхаскары

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 г.

В древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.

В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее:

«Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи».

Часто они были в стихотворной форме. Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII века.

Обезьянок резвых стая

Всласть поевши, развлекаясь.

Их в квадрате часть восьмая

На поляне забавлялась.

А 12 по лианам.....

Стали прыгать, повисая.

Сколько было обезьянок,

Ты скажи мне, в этой стае?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b = 2k \text{ (чётное число)}$$

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

Решение:

Пусть  $x$  – число обезьян, тогда

$$(x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 - x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0.$$

$$D_1 = 1024 - 768 = 256,$$

$$x_1 = 16, \quad x_2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48.

### ЗАДАЧА О СТАЕ ОБЕЗЬЯН

Составив квадратное уравнение, решите древнеиндийскую задачу о стае обезьян.



## Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы выпускных экзаменов.



# Подведение итогов

**Наш урок подходит к концу, подумайте о том с какой пользой для вас прошёл этот урок.**

**Ответьте на вопрос или закончите предложения**

*-Сегодня я узнал...*

*-Теперь я могу...*

*-Материал урока мне был...*

*-Как вы могли бы оценить свою работу на уроке?*

