

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**Математическая модель** – информационная модель объекта или процесса, выраженная математическими средствами (формулами, уравнениями и т.п.)

**Вычислительный эксперимент** – это математические расчеты с целью прогноза поведения какой-то системы, с целью выявления вопроса о том, как изменение одних характеристик системы отражается на других.

## ЗАКОН МАЛЬТУСА

### Задача

В одном хозяйстве собираются разводить карпов. Прежде, чем запустить мальков в пруд, решили провести расчеты. Как будет изменяться «поголовье» рыб в пруду под влиянием различных условий.

Концепция народонаселения состоит из трех положений:

1. биологическая способность человека к продолжению рода превосходит его физическую способность увеличивать свои продовольственные ресурсы;
2. любые ограничения роста населения – принудительные или предупредительные – действуют всегда;
3. конечный предел воспроизводственной способности населения определяется ограничением по продовольственным ресурсам.

Ученые установили, что прирост числа какого-либо вида живых организмов за счет рождаемости прямо пропорционален их количеству:

$$N = kN$$

А убыль за счет смертности прямо пропорциональна квадрату от их количества:

$$N = qN^2$$

## Это - закон Мальтуса

Найдем изменение числа рыб за один год:

$$\Delta N = kN - qN^2$$

Здесь  $N$  – это число карпов в начале года,  $k$  – коэффициент прироста,  $q$  – коэффициент смертности. Экспериментально установлено, что для данного вида рыб (карпы)  $k = 1$ ,  $q = 0,001$ .

Если первоначально в пруд запущено  $N_0$  количество рыб, то из закона Мальтуса следует, что количество карпов через год будет:

$$N_1 = N_0 + (kN_0 - qN_0^2)$$

Через два года:

$$N_2 = N_1 + (kN_1 - qN_1^2)$$

И так далее, выведем общую формулу для количества рыб в  $i$ -м году:

$$N_i = N_{i-1} + (kN_{i-1} - qN_{i-1}^2),$$

$$\text{для } i = 1, 2, 3, \dots$$

Для данной математической модели заполним электронную таблицу.

	A	B	C	D	E	F
1	<b>k</b>	1	<b>q</b>	0,001	<b>N</b>	2000
2						
3	<b>ГОД</b>	<b>Изменение количества рыб</b>				
4	1	$=F1+(\$B\$1*F1-\$D\$1*F1^2)$				
5	=A4+1	$=B4+(\$B\$1*B4-\$D\$1*B4^2)$				
6	...					
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13	10					

1. Проследите, как будет изменяться число карпов при разном количестве первоначально запущенных рыб ( $N = 100$ ,  $N = 1000$ ,  $N = 1500$ ,  $N = 2000$ )/

2. Сделайте выводы.

/учитываются все условия: состояние водоема, наличие корма, болезни, каннибализм и пр./



**Из приведенных расчетов следует, что невозможно иметь в пруду больше 1000 карпов!**

1. Если начальное число рыб меньше 1000, то оно постепенно будет расти до 1000 и далее меняться не будет.
2. Если сразу запустить 1000 штук, то это количество останется неизменным и в последующие годы.
3. Даже если запустить сначала 1500 рыб, то уже через два-три года их численность заметно сократится, а затем все равно дойдет до 1000.
4. Если же сразу запустить 2000 рыб, то уже на первом году они все вымрут.