

Применение графических методов при решении текстовых задач.

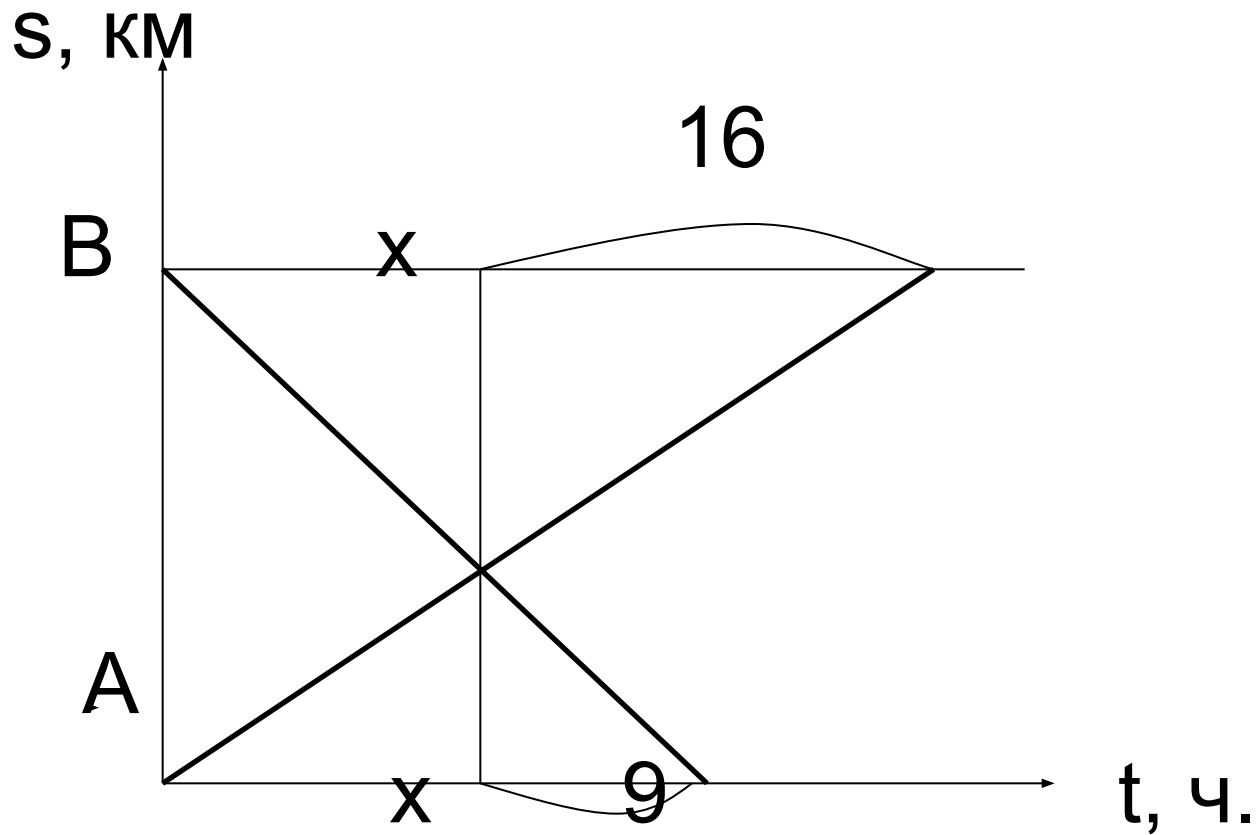
Учитель математики «МОУ Чулковская
средняя школа №20»
Топкаева Галина Геннадьевна

- Графическое изображение функций, описывающих условие задачи- зачастую удобный технический прием. График позволяет наглядно представить ситуацию, описанную в задаче. Также он позволяет найти и составить новые уравнения, описывающие условие задачи, а иногда и просто заменить алгебраическое решение чисто геометрическим. Особенно успешно можно применять этот метод при решении математических текстовых задач на движение и работу.

Задача 1

- Из двух городов навстречу друг другу вышли одновременно два курьера. После встречи один был в пути 16 часов, а другой - 9 часов. Сколько времени был в пути каждый?

Рисунок



Решение:

Обозначим время движения каждого курьера до встречи через x .

Из подобия треугольников имеем

$$x/16 = 9/x;$$

$$x^2 = 144;$$

$$x = 12$$

12 ч. – время движения каждого до встречи.

$12 + 16 = 28$ ч.- время движения первого.

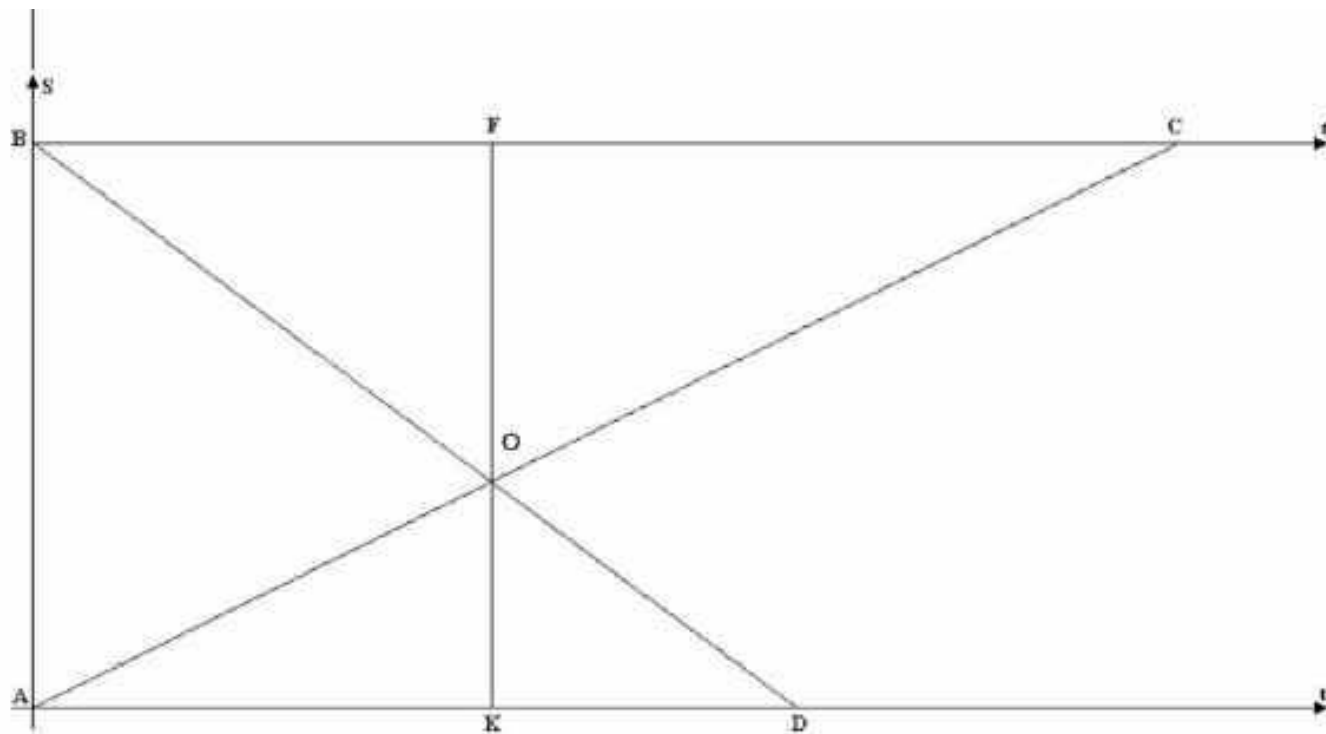
$12 + 9 = 21$ ч. – время движения второго.

Ответ: 21 ч., 28 ч.

Задача 2

- Два автомобиля выезжают одновременно навстречу друг другу из двух пунктов А и В. После встречи одному из них приходится быть в пути 2 часа, а другому $9/8$ часа. Найти скорость автомобилей, если между пунктами А и В 210 км?

Рисунок



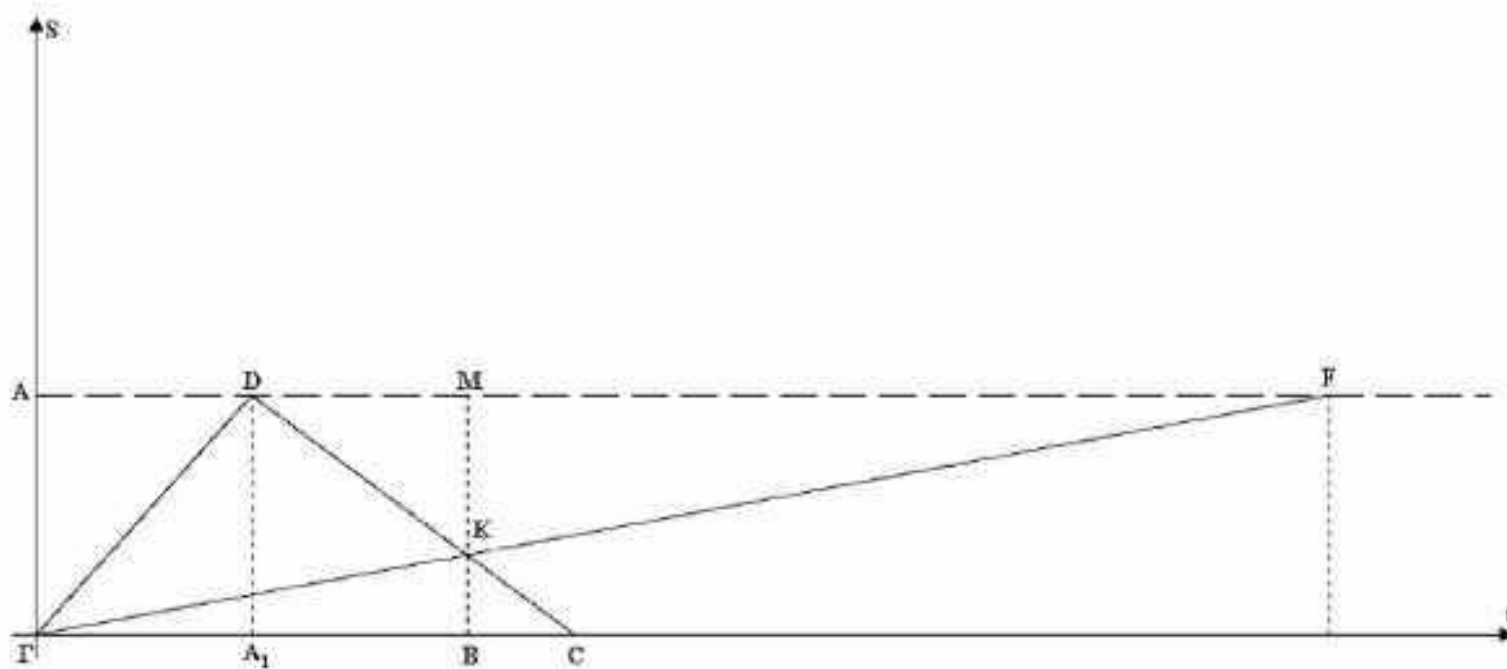
Решение:

- $BF = AK$ $KD = 9/8$ $FC = 2$
- $\triangle AOK \sim \triangle COF$: (1)
- $\triangle DKO \sim \triangle BFO$: (2)
- Из (1) и (2) следует:; Пусть $AK = BF = X$,
- $X_1 =$ - не может быть $X_2 = 3/2 = 1,5$
- $AK = 1,5$; $AD = 1,5 + 1,125 = 2,625 = t_2$
- $v_2 = 210 : 2,625 = 80$ (км/ч)
- $BF = 1,5$; $BC = 1,5 + 2 = 3,5$ (ч) = t_1 , $v_1 = 210 : 3,5 = 60$ (км/ч).
- Ответ: 60 км/ч, 80 км/ч.

Задача 3

- Теплоход из Нижнего Новгорода до Астрахани идет 5 суток, а от Астрахани до Нижнего Новгорода 7 суток. Сколько дней будет плыть плот от Нижнего Новгорода до Астрахани?

Рисунок



Решение:

- $ГА1 = 5$ (дней) $А1С = 7$ (дней)
- Обозначим $А1В = t$ время движения теплохода из А до встречи с плотом, v -собственная скорость лодки и vt – скорость течения реки.
- $АГ = ВК + КМ$ $ВК = (5 + t) vt$, $МК = t(v - vt)$, $АГ = 5(v + vt)$
- $5(v + vt) = (5 + t) vt + t(v - vt)$
- $5v + 5vt = 5vt + t vt + tv - t vt$
- $t = 5$
- Т.е. теплоход, двигаясь из А, встретит плот через 5 дней.
- Получаем $ГВ = 10$, $ВС = 7 - 5 = 2$, $DM = 5$, $MF = y$
- $\triangle ГКВ \sim \triangle FKM$; $\triangle СВК \sim \triangle DMK$

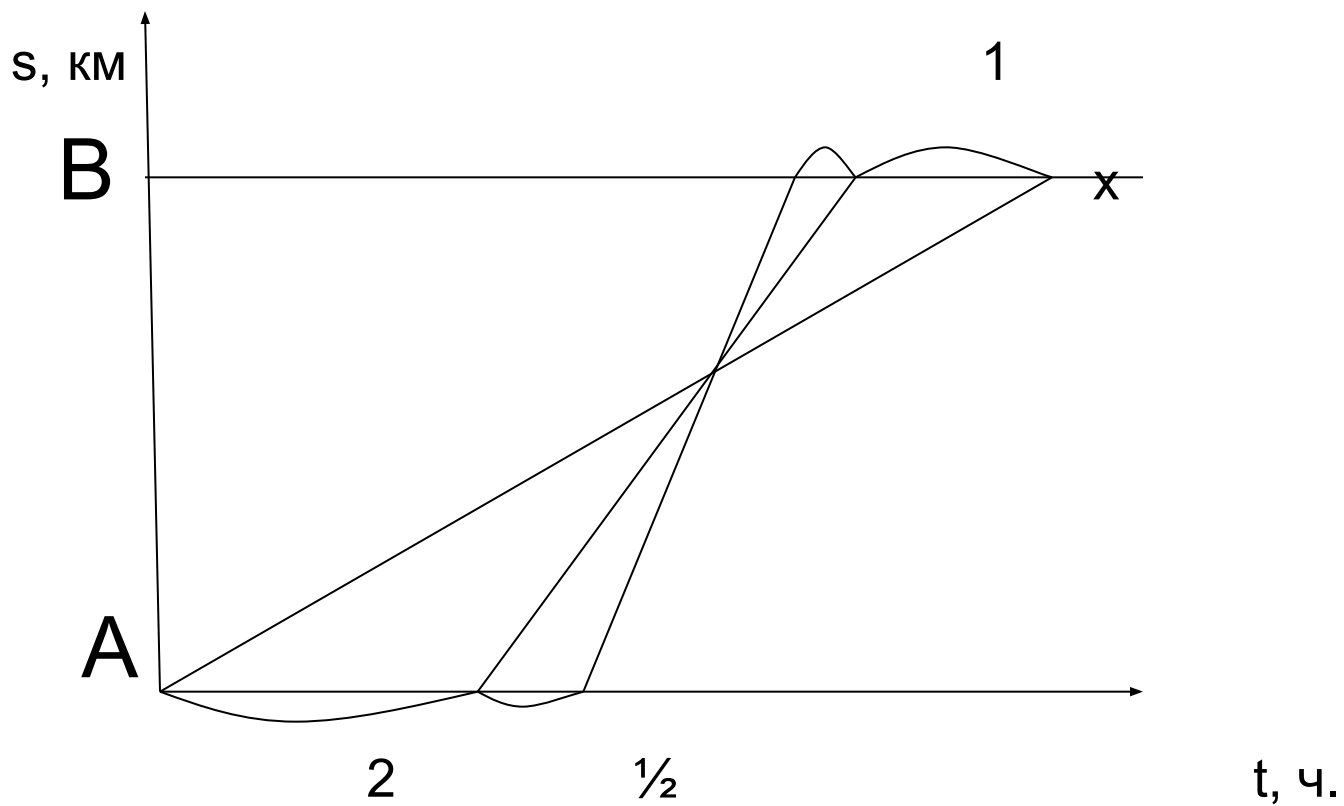
$$\frac{ГВ}{MF} = \frac{BC}{DM}, \quad \frac{10}{y} = \frac{2}{5}$$

- $y = 25 = 5 \text{ дн.}$
- $AF = AM + MF = 10 + 25 = 35$.
- Ответ: 35 суток.

Дополнительная задача №1:

1. Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Вслед за ним через 2 часа из пункта А выехал велосипедист, а еще через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист, мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время после выезда мотоциклиста оказалось, что к этому моменту времени все трое преодолели одинаковую часть пути от А до В. На сколько минут раньше пешехода в пункт В прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт В на 1 час позже мотоциклиста?

Рисунок



Решение:

Из подобия треугольников следует пропорция:

$$x/1 = 2/2,5 ;$$

$$x = 4/5$$

$$4/5 \text{ ч.} = 48 \text{ мин.}$$

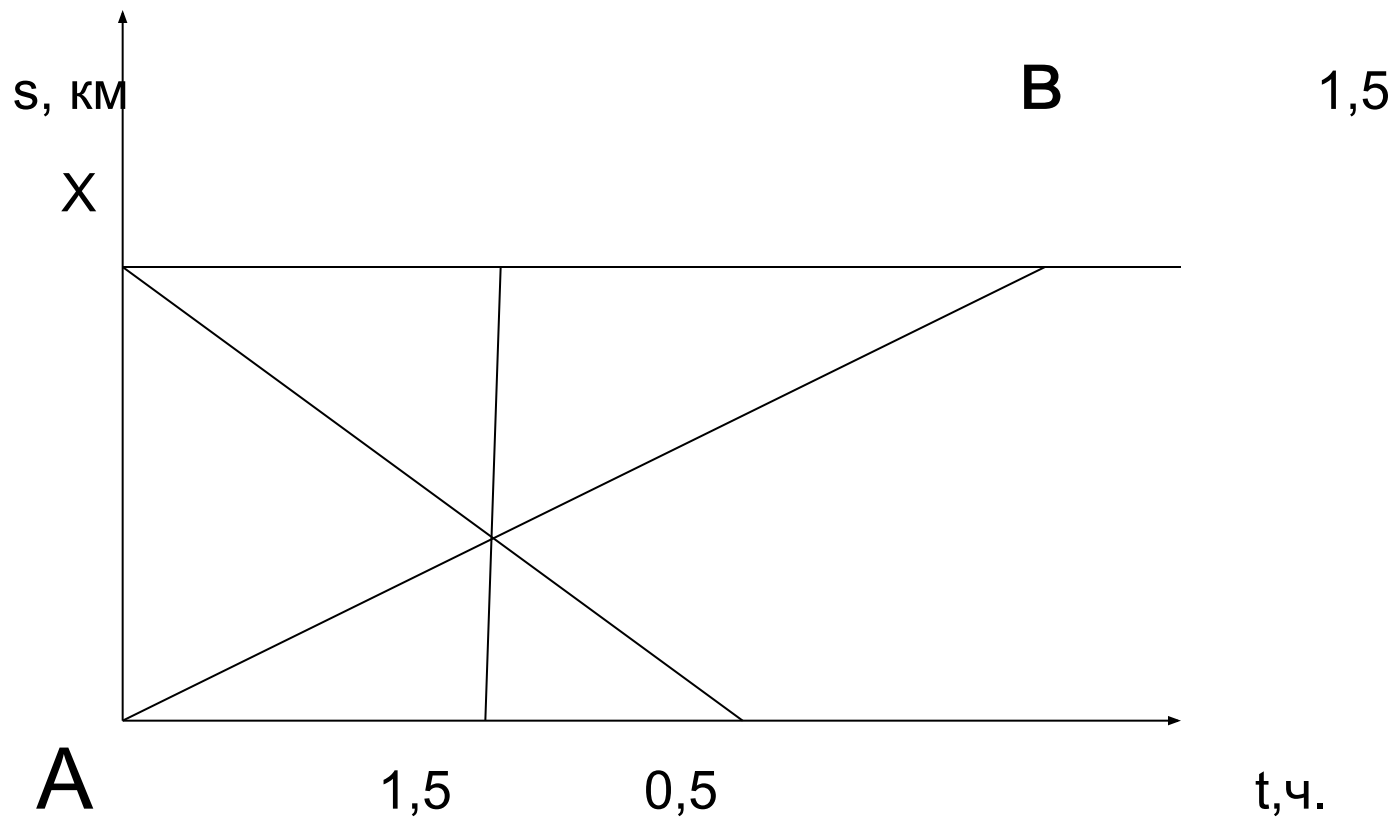
Ответ: на 48 мин.

Дополнительная задача №2

Турист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов А и В. Они встретились через 1,5 ч., после чего каждый продолжил свое движение в своем направлении.

Велосипедист прибыл в пункт А через два часа после выезда из В. За какое время прошел путь от А до В турист?

Рисунок



Решение:

Из подобия треугольников получаем:

$$x : 1,5 = 1,5 : 0,5 ;$$

$$x = 4,5$$

$4,5 + 1,5 = 6$ часов потратил турист на путь от А до В.

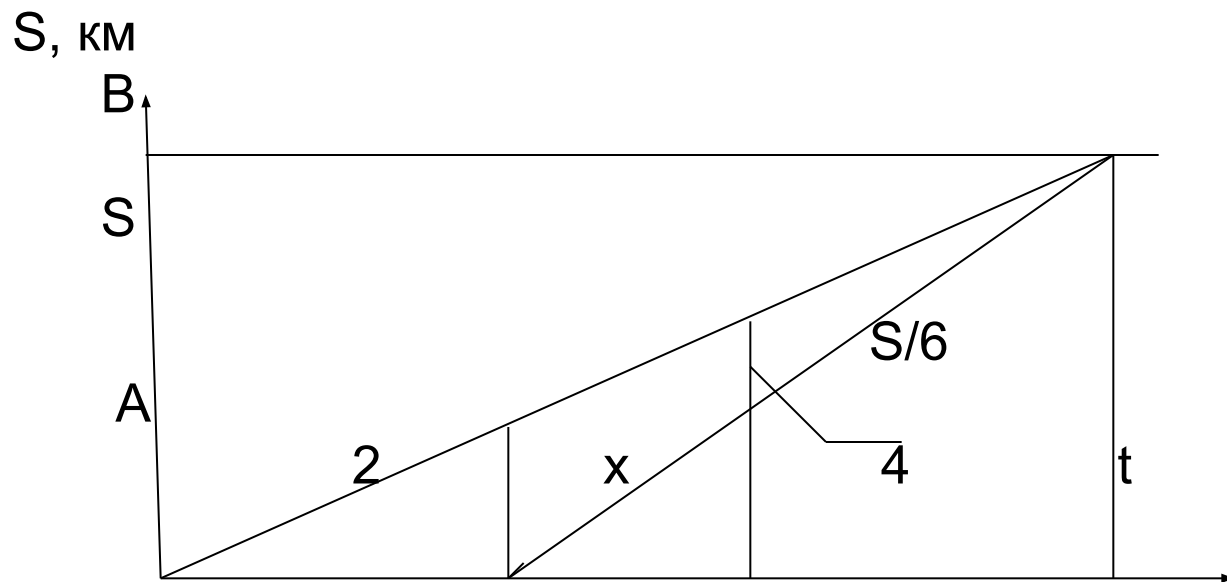
Ответ: за 6 ч.

Дополнительная задача №3

3. Из пункта А пункт В выехала машина. Через 2ч из А в В выехала другая машина, через некоторое время расстояние между ними составило шестую часть расстояния АВ. Проехав еще 4ч, обе машины одновременно прибыли в В. Найдите время движения от А до В для первой и второй машины.

Рисунок

- Обозначим неизвестный промежуток через x . Скорость первой машины $V_1 = S/(x + 6)$, а второй $V_2 = S/(x + 4)$. Расстояние $S/6$ сокращалось на $(V_2 - V_1)$ и сократилось до 0 за 4ч.



Решение:

- Получаем уравнение для x :

$$\frac{S/6}{S/(x+4) - S/(x+6)} = 4$$
$$(x+4)(x+6) = 48,$$
$$x^2 + 10x - 24 = 0,$$
$$x = 2.$$

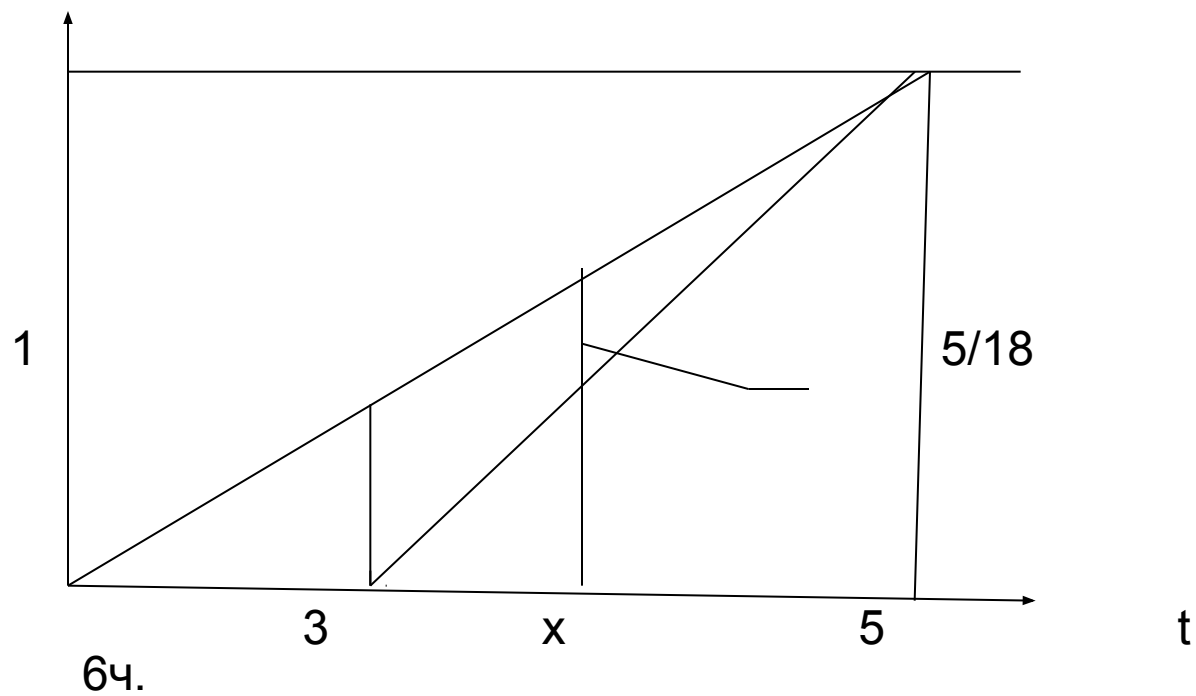
$$x + 4 = 6, \quad x + 6 = 8.$$

Ответ: 8ч, 6ч.

Задача на работу

4. Две машинистки должны отпечатать рукописи с одинаковым числом страниц. Первая машинистка приступила к работе на 3 ч раньше второй и отпечатала к определенному моменту времени больше, чем вторая, на $\frac{5}{18}$ страниц рукописи. Проработав после этого момента еще 5 ч, обе одновременно закончили каждая свою работу. За сколько времени каждая отпечатала свою рукопись?

Всю работу примем за 1.



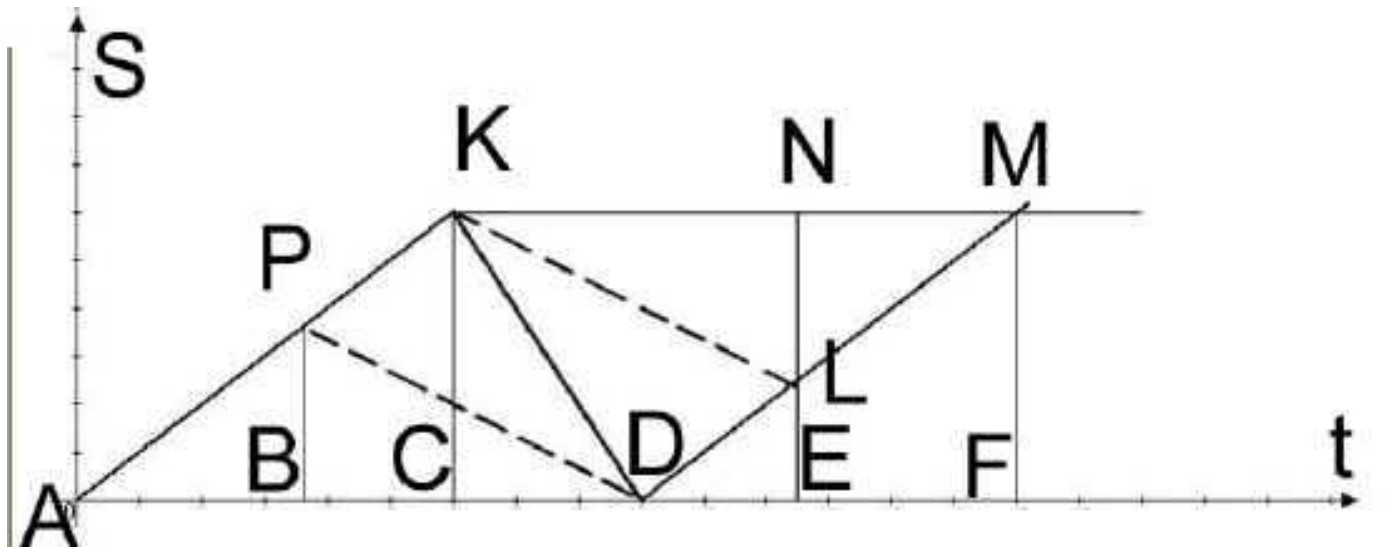
Ответ: 9ч,



Задачи для внеклассной работы

- Шел человек по берегу реки против течения со скоростью в полтора раза большей, чем скорость течения и держал в руках палку и шляпу. В некоторый момент он бросил в ручей шляпу, перепутав ее с палкой, и продолжал идти против течения ручья с той же скоростью. Через некоторое время он заметил ошибку, бросил палку и побежал назад со скоростью, вдвое большей, чем шел ранее. Догнав плывущую шляпу, он мгновенно выудил ее, повернулся и пошел против течения с первоначальной скоростью. Через 10 минут он встретил плывущую по ручью палку. На сколько минут раньше он пришел бы домой, если бы не перепутал палку со шляпой?

Рисунок:

- Построим графики движения человека, палки и шляпы.



-  движение человека
-  движение шляпы и палки

Решение:

- в момент В - человек бросил шляпу
- в момент С - бросил палку и побежал назад
- в момент D - выудил шляпу
- в момент Е – встретил палку
- t - потерянное время $CD+DF$
- Учел : $U_{ручья} = PB/AB : PB/BD = 3/2$
- Учел : $U'_{чел} = KC/AC : KC/CD = CD/AC = 1/2$
- $DE = BC = 10$
- Найдем CF. Пусть $CD = X$, тогда $DF = AC = 2X$
- $AB = 2X - 10$, $BD = X + 10$.
- $(X + 10)/(2X - 10) = 3/2$, т.е. $X = 12,5$ мин.
- $CF = CD + DF = X + 2X = 37,5$ мин.
- Ответ: потерял 37,5 мин.

Задачи для внеклассной работы

- «Из Ливерпульской гавани». Задача эта навеяна вот какими стихами Р. Киплинга (в вольном переводе С. Я. Маршака):

Из Ливерпульской гавани

Всегда по четвергам

Суда уходят в плаванье

К далеким берегам.

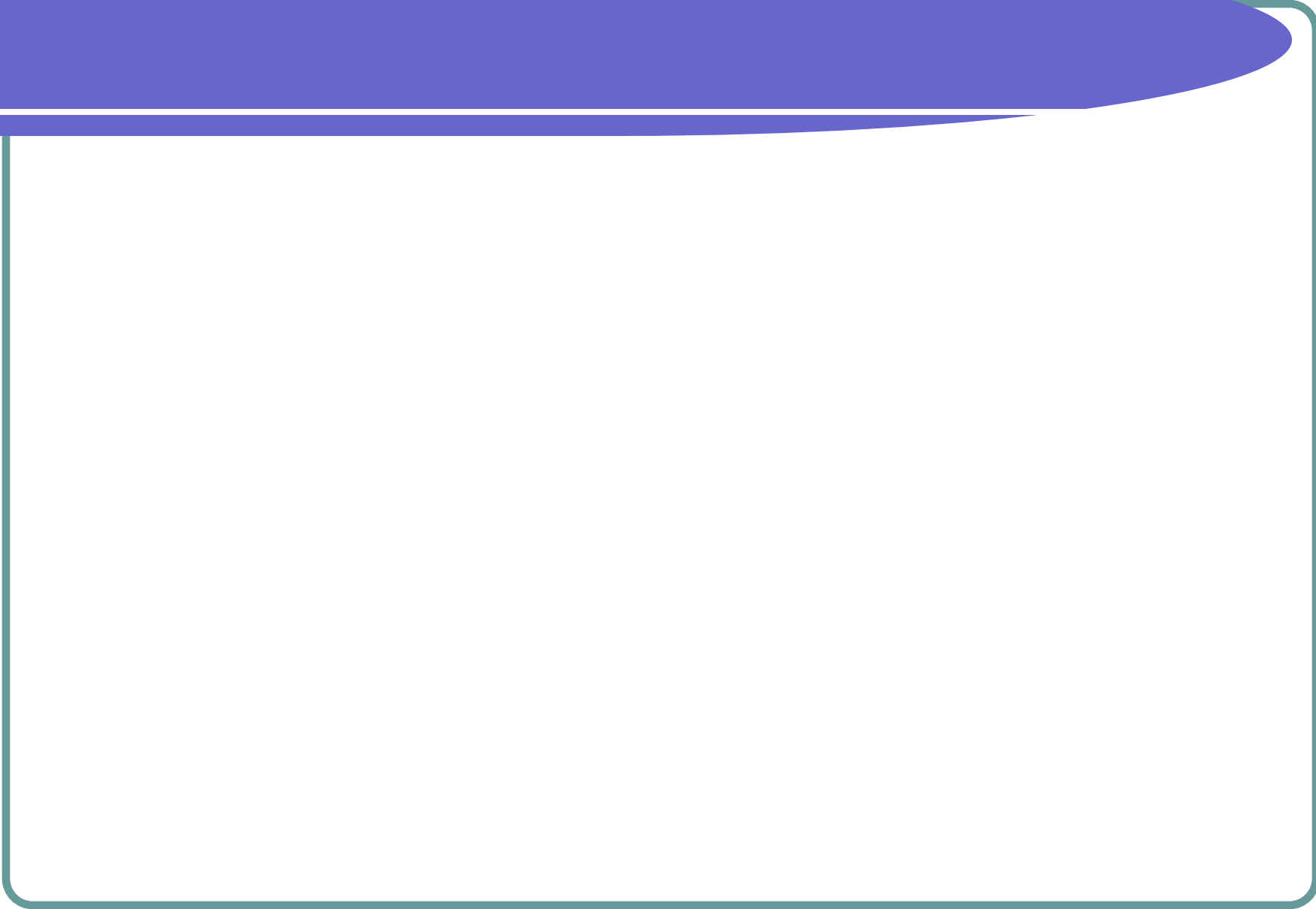
Плывут они в Бразилию,

Бразилию,

Бразилию.

И я хочу в Бразилию,

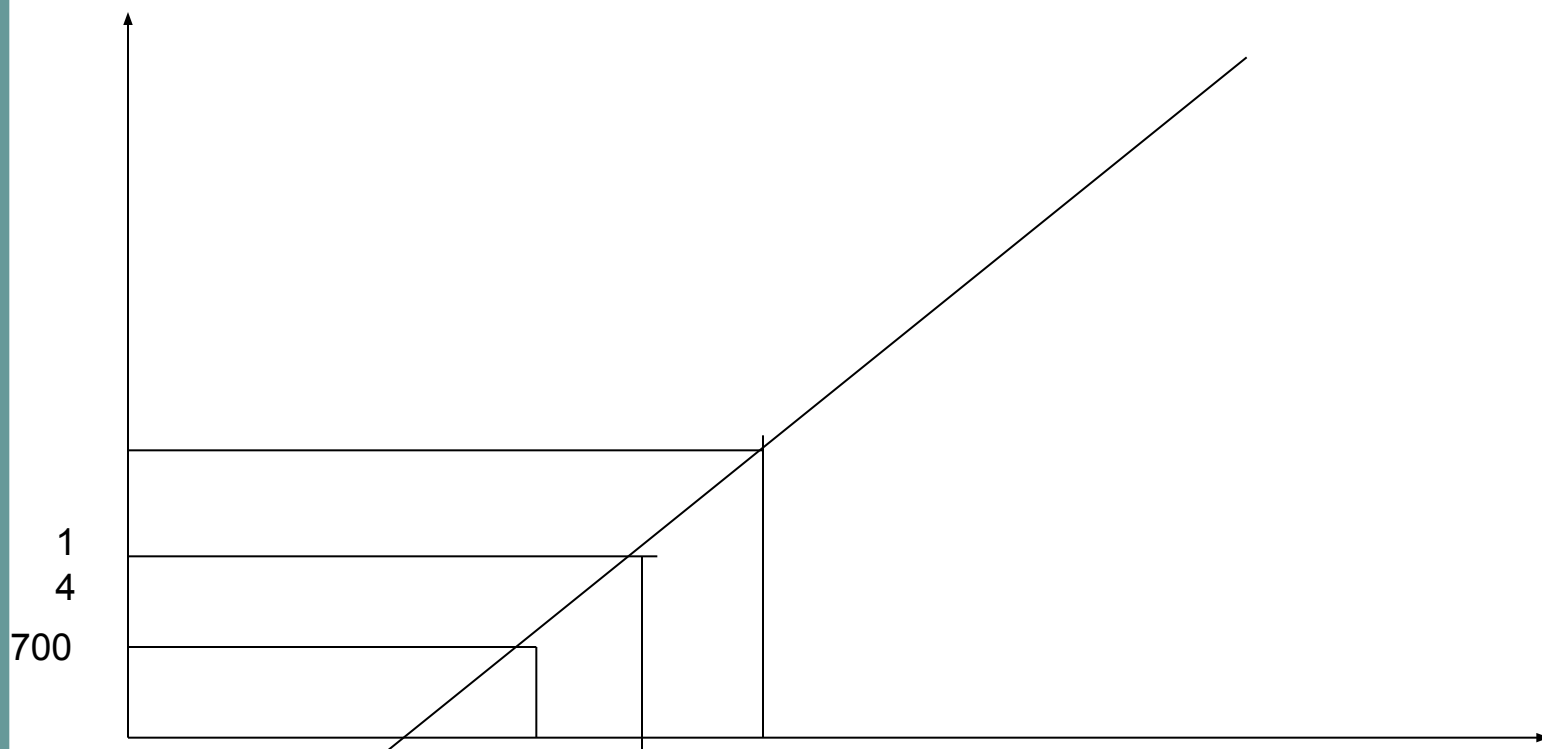
- К далеким берегам.

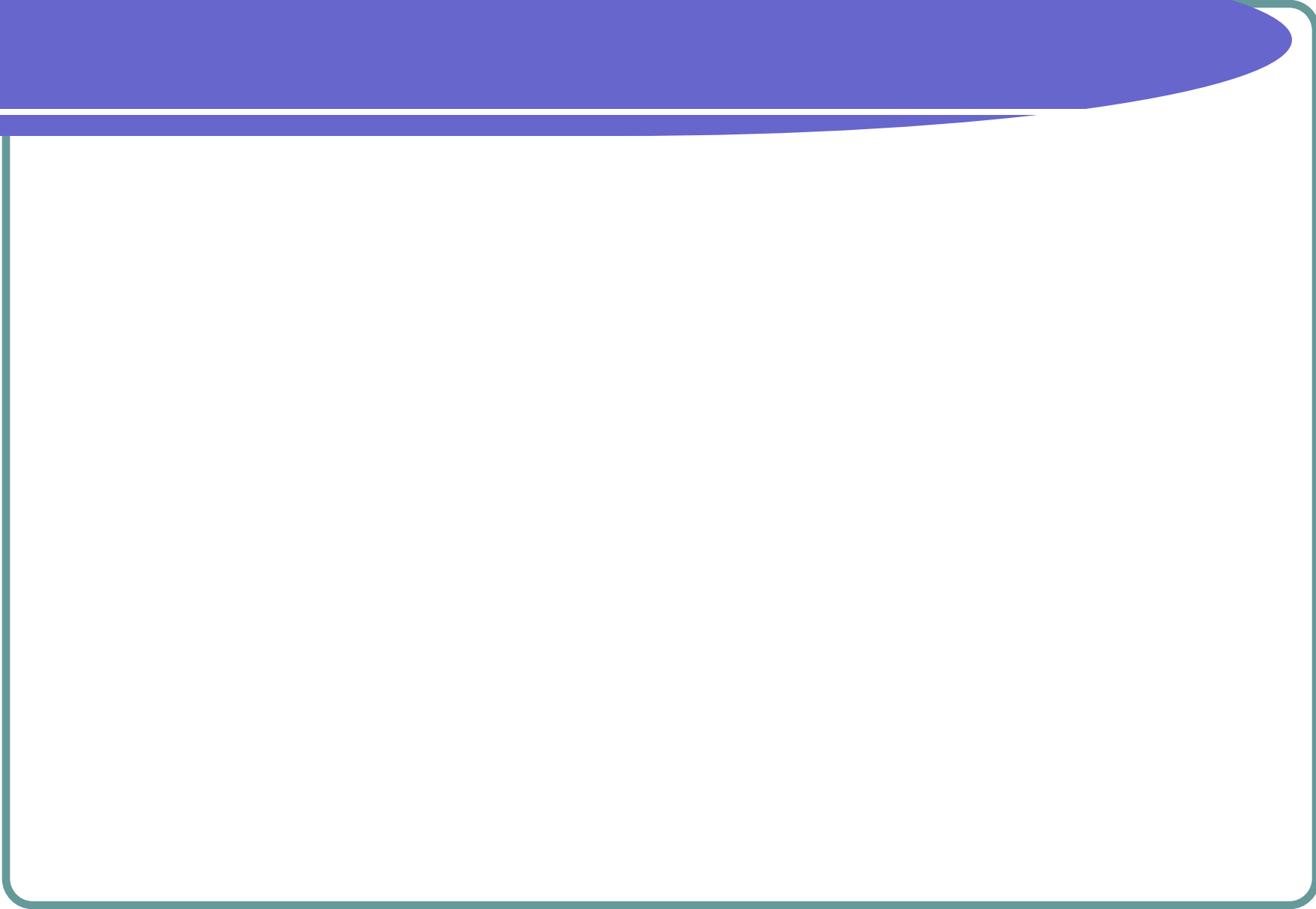


Задача

- Итак, из Ливерпульской гавани всегда по четвергам суда уходят в плавание к далеким берегам. Плынут они в Бразилию..., в город Рио-де-Жанейро. Ровно за 14 суток судно покрывает весь путь – 9800 км (по 700 км в сутки) и прибывает в Рио-де-Жанейро в четверг в 12 ч дня. После стоянки (она длится 4 суток) судно идет обратным курсом, и через 14 суток, в понедельник, в полдень, оно снова уходит в Бразилию. Учитывая, что суда отплывают из Ливерпуля каждый четверг, ответьте на следующие вопросы:
- За время пути судна от Ливерпуля до Рио-де-Жанейро сколько оно встретит в открытом океане судов, идущих обратным рейсом?
- В какие дни недели произойдут встречи?
- На каком расстоянии от Ливерпуля?

Решение





- Задача 2: (из домашнего задания) – разобрать у доски.
- Два автомобиля выезжают одновременно навстречу друг другу из двух пунктов А и В. После встречи одному из них придется быть в пути 2 часа, а другому $9/8$ часа. Найти скорость автомобилей, если между пунктами А и В 210 км?