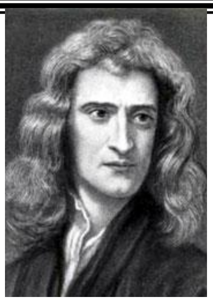
Сказочная страна Функций

Царство функции
Что такое функция
История развития функции
Великие математики
Линейная функция
Прямая пропорциональность
Взаимное расположение графиков линейной функции
Функция $y=x^2$
Свойства функции $y=x^2$
Перемещение функции $y=x^2$
Функция $y=x^3$
Свойства функции $y=x^3$
Перемещение функции $y=x^3$

Жан Батист Жозеф Фурье

Николай Иванович Лобачевский

Готфрид Вильгельм Лейбниц



Исаак Ньютон

Георг Фердинанд Людвиг Филипп Кантор

Петер Густав Лежен Дирихле

Леонард Эйлер

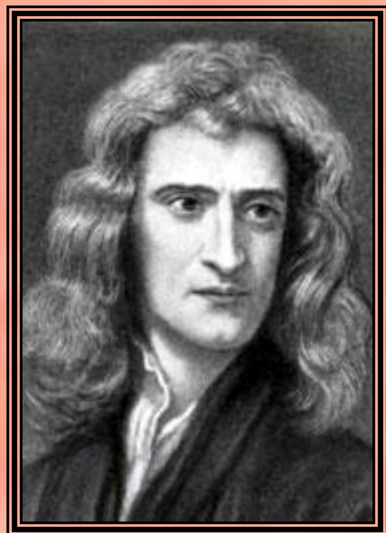
Давид Гильберт

Жан Батист Жозеф Фурье

Жан Батист Жозеф Фурье
(21.03.1768,Осер – 16.05.1830,Париж)
Жан Батист Жозеф Фурье французский математик.

В 1818 Фурье исследовал вопрос об условиях применимости разработанного И. Ньютоном метода численного решения уравнений. Итогом работ по численным методам решения уравнений является “Анализ определённых уравнений” изданный посмертно в 1830 году. Основной областью Фурье была математическая физика. Он сделал первые открытия по теореме распространению тепла твёрдом теле. В ней он вывел уравнение теплопроводности и развил идеи в самых общих чертах. Разработал для решения уравнения теплопроводности при тех или иных заданных граничных условиях метод разделения переменных, который он применял к ряду частных случаев (куб, цилиндр и др.). Фурье привёл первые примеры разложения в тригонометрические ряды Фурье функций, которые заданы на различных участках различными аналитическими выражениями.

Исаак Ньютон
(1643-1727)



Исаака Ньютона, великого английского ученого, математики считают математиком, физики - физиком, а астрономы - астрономом.
Родился он в местечке Вулсторп, в семье небогатого фермера.
Мальчик увлекался решением сложных математических задач.

В 1661 году Ньютон поступает в Кембриджский университет.
В 1664 году он становиться «действительным студентом», в начале 1668 года получает степень магистра, или «мастера искусств». Ещё через год он становиться заведующим кафедрой, сменив И. Барроу.Всю свою дальнейшую жизнь Ньютон приводил в порядок и публиковал открытия, сделанные им в 1665 по 1667 годы в Вулсторпе. Занятия математикой привели Ньютона к созданию ее раздела, который называется сейчас **высшей математикой**. Исаак Ньютон изучил колоссальное число самых различных функциональных зависимостей и их свойств. Вместо слова функция Ньютон применял термин «ордината» .

Петер Густав Лежен Дирихле

Немецкий математик. В 1831-1855 профессор Берлинского, с 1855 Гёттингенского университетов.

Основные труды в области теории чисел и математического анализа. Дирихле доказал теорему о существовании бесконечно большого числа простых чисел во всякой арифметической прогрессии из целых чисел, первый член и разность которой - числа взаимно простые. В области математического анализа Дирихле впервые точно сформулировал и исследовал понятие условной сходимости ряда, дал строгое доказательство возможности разложения в ряд Фурье функции, имеющей конечное число максимумов и минимумов. Значительные работы посвящены механике и математической физик, в теории гармонической функции.

Георг Фердинанд Людвиг Филипп Кантор

Георг Фердинанд Людвиг Филипп Кантор родился 3 марта 1845 г. в России, в Санкт-Петербурге. Когда Кантор был ещё ребёнком, семья переехала из России в Германию, и именно там началось его обучение математике. Защитив в 1868 г. диссертацию по теории чисел, он получил степень доктора в Берлинском университете. Два года спустя он занял должность приват-доцента в Университете в Галле — респектабельном учреждении, но не столь престижном для математиков, как университеты в Гёттингене или Берлине.

Один из его коллег в Галле, Генрих Эдуард Гейне, работал в то время над теорией тригонометрических рядов и он побудил Кантора заняться сложной проблемой единственности таких рядов. В 1872 г. в возрасте 27 лет Кантор опубликовал статью, содержавшую весьма общее решение этой проблемы, в которой он использовал идеи, выросшие впоследствии в теорию бесконечных множеств.

В 1870 г. Кантор доказал, что если функция непрерывна всюду на интервале, то её представление тригонометрическим рядом единственно. Предположим, например, что график аппроксимируемой функции представляет собой прямую, параллельную оси x, за исключением точки $x = ½$, в которой функция принимает значение 0 вместо 1. Кантор показал, что если условие сходимости в точке $x = ½$ и нарушается, то всё равно существует единственный тригонометрический ряд, который сходится к этой функции в остальных точках. То есть другого тригонометрического ряда, который мог бы аппроксимировать эту функцию, не существует. Далее Кантор легко распространил свой результат на функции, имеющие любое конечное число точек разрыва, которые он назвал исключительными точками[3].

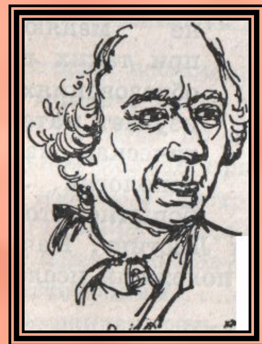
Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716)

Готфрид Вильгельм Лейбниц родился в семье философа, профессора университета в городе Лейпциге.

В 1617 году Лейбниц завязал переписку с Ньютоном.

Лейбниц прославился не только как математик, но и как организатор науки. При его активном участии началось издание первого научного журнала, а позже была создана Берлинская академия наук.

Леонард Эйлер
(1707-1783)



Леонард Эйлер, швейцарец по происхождению, приехал в Санкт- Петербург в 1727 году.

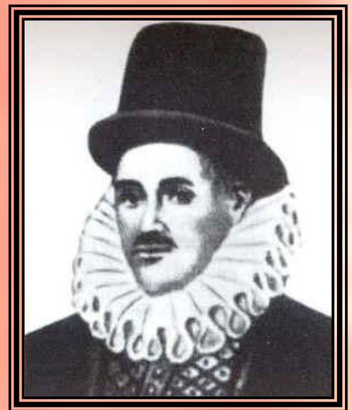
Именно Эйлер для мнимой единицы обозначение i. Не было такой области математики XVIII века, в которой Эйлер не достиг бы заметных результатов. Эйлер заложил теорию основы теории графов, ныне используемой во многих приложениях математики. В 1735 году он ослеп на один глаз, а в 1766 году на оба. Эйлер умер в 76 лет и был похоронен на Смоленском кладбище Санкт- Петербурга. Леонард Эйлер ввел в своем учебнике понятие функции, говорил лишь, что «когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых». Не было такой области математики XVIII века, в которой Эйлер не достиг бы заметных результатов. Практически во всех разделах математики вы встретителибо теорему Эйлера, либо формулу Эйлера, либо метод Эйлера.

Николай Иванович Лобачевский
(1792-1856 гг.)

В историю Н.И. Лобачевский вошёл как первооткрыватель неевклидовой геометрии.
Н.И. Лобачевский родился в 1792 году в Нижнем Новгороде.

В начале XIX века в России было открыто несколько новых университетов, в том числе и Казанский. В 1817 году Лобачевский заканчивает этот университет и остается работать в звании магистра- помощником профессора. В 1813 году он пишет научную работу по теории многочленов. 23 февраля 1826 года Лобачевский прочитал публичный доклад о своих исследованиях. Этот день считается днём рождения неевклидовой геометрии. Геометрия Лобачевского не была признана при жизни ученого. Только в 60-х годах XIX века неевклидовой геометрией заинтересовалось новое поколение математиков.

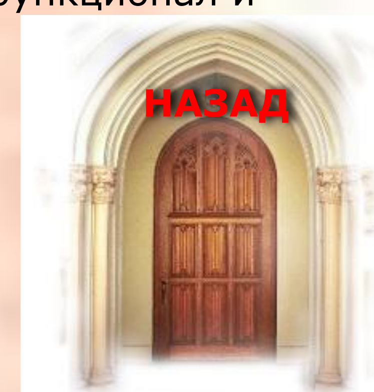
Давид Гильберт



Среди математиков начала XX века одно из первых мест занимает профессор Геттингенского университета.

Из научных достижений Гильберта следует отметить полную перестройку им евклидовой аксиоматики геометрии. В 1930 году в возрасте 68 лет Гильберт покидает университет и уходит на пенсию, как это и полагалось немецким профессорам в то время. В 1943 году Гильберт умер. Давид Гильберт сказал о теории множеств: « Я считаю, что она представляет собой высочайшее проявление человеческого гения и одно из самых высоких достижений чисто духовной деятельности человека».

Подводя итоги, следует сказать, что в зависимости от природы множеств *X* и *Y* термин «функция» в различных разделах математики имеет ряд полезных синонимов: отображение, соответствие, преобразование, оператор, функционал и т. д.



Царство функции

Что такое функция

История развития функции

Великие математики

Линейная функция

Прямая пропорциональность

Взаимное расположение графиков линейной функции

Функция $y=x^2$

Свойства функции $y=x^2$

Перемещение функции $y=x^2$

Функция $y=x^3$

Свойства функции $y=x^3$

Перемещение функции $y=x^3$

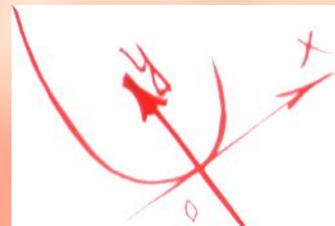
Функция- основное понятие математического анализа. Термин «функция» ввел в математику Готфрид Лейбниц«функция» ввел в математику Готфрид Лейбниц. Он употреблял его в очень узком смысле, связывая только с геометрическими образами. Лишь И. Бернулли дал определение функции, свободное от геометрического языка: «Функцией переменной величины называется количество, образованное каким угодн способом преобразования этой переменной величины и постоянных» . Оди из самых замечательных математиков XVIII в.- Леонард Эйлер,- вводя в своем учебнике понятие функции, говорил лишь, что «когда некоторые количества зависят от других
таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых».

В развитие понятия функции внесли свой вклад французский математик Фурье В развитие понятия функции внесли свой вклад французский математик Фурье, русский ученый Н.И. Лобачевский В развитие понятия функции внесли свой вклад французский математик Фурье, русский ученый Н.И. Лобачевский, немецкий математик Дирихле
и другие ученые, и общепризнанным стало следующее определение: «Переменная величина у называется функцией переменной величины х, если каждому значению величины х соответствует единственное определенное значение величины у».

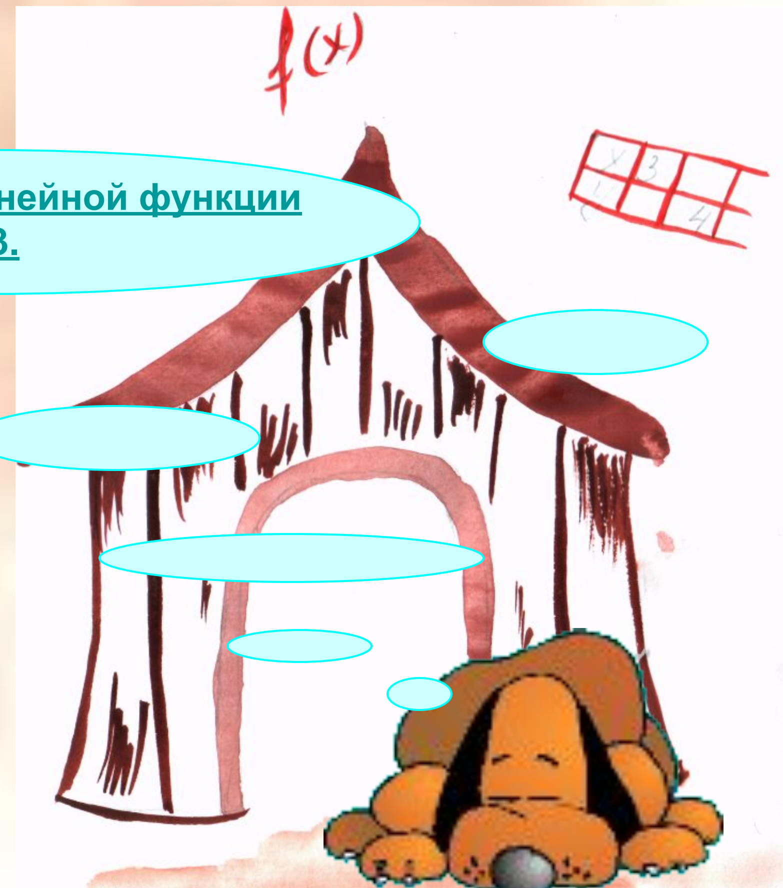
Однако некоторых математиков подобное определение не совсем удовлетворяло. Ведь в нем термин «функция» определяется через понятия которые достаточно неопределенны и расплывчаты («зависимос «соответствие» . Некоторое успокоение
пришло с созданием теории множеств, начала которой Были заложены в концеXIX в. Георгом Кантором.

Линейная функция

Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y=kx+b$, где x – независимая переменная, k и b-некоторые числа.



Построим график линейной функции $y=2x-3$.



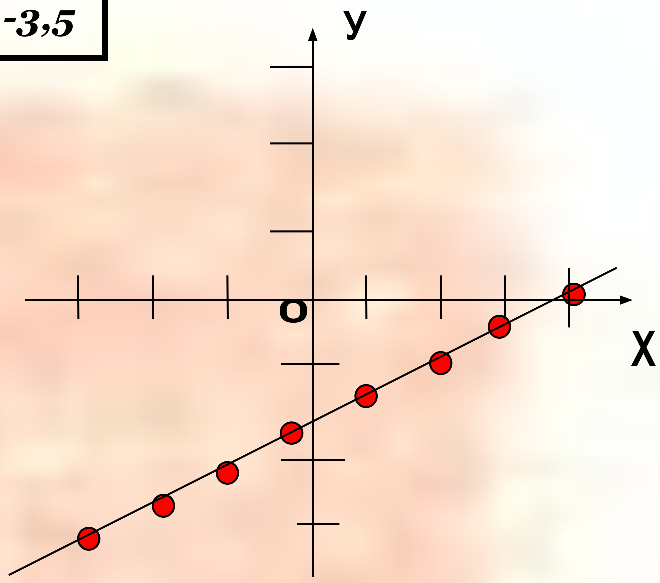
Построим график y=2x-3

Составим таблицу соответственных значений х и у:

Х	*0*	*2*	*4*	*-2*	*1*	*-1*	*3*	*-3*
У	*- 2*	*- 1*	*0*	*-3*	*-1,5*	*-2,5*	*-0,5*	*-3,5*

Отметим в координатной плоскости точки, координаты которых указаны в таблице. Все отмеченные точки лежат на одной прямой.

Эта прямая является графиком линейной функции y=2x-3.



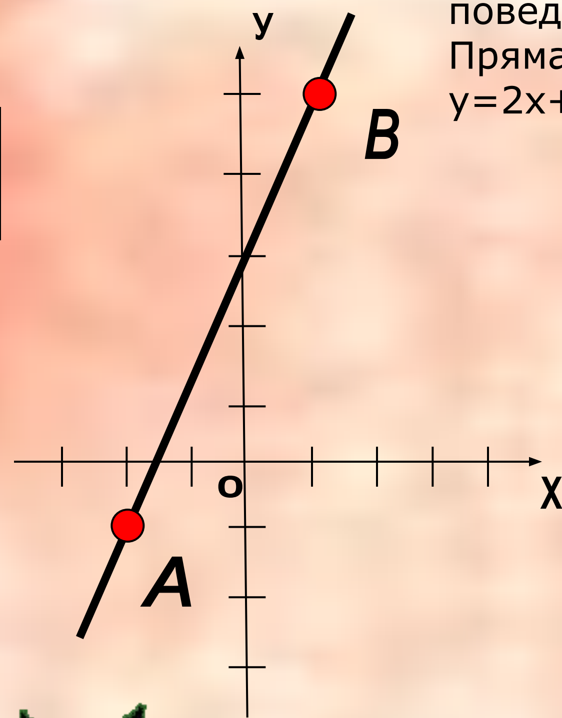
Вообще, графиком линейной функции является **прямая**.

Для построение графика линейной функции достаточно найти координаты двух точек графика, отметить эти точки в координатной плоскости и провести через них прямую.

Пример: построим график функции   у=2х+3
Функция у=2х+3 линейная, поэтому её графиком является прямая.
Используя формулу У=2х+3 , найдём координаты двух точек графика:
Если х=-2, то у = 2*(-2)+3=-1
Если х=1, то у = 2*1+3=5

Отметим точки А(-2;-1) и В(1;5), поведем через эти точки прямую. Прямая АВ есть график функции у=2х+3.

Х	-2	1
У	- 1	5



- Царство функции
- Что такое функция
- История развития функции
- Великие математики
- Линейная функция
- Прямая пропорциональность
- Взаимное расположение графиков линейной функции
- Функция $y=x^2$
- Свойства функции $y=x^2$
- Перемещение функции $y=x^2$
- Функция $y=x^3$
- Свойства функции $y=x^3$
- Перемещение функции $y=x^3$

Прямая пропорциональность

Определение: Прямой пропорциональностью называется функция, которую можно задать формулой вида y=kx где x- независимая переменная, k- не равное нулю число.

Прямая пропорциональностью является частным случаем линейной функции, так как формула y=kx получается из формулы y=kx+b при b=0.

Отсюда следует, что графиком прямой пропорциональности служит прямая. Эта прямая проходит через начало координат, так как x=0 значение y=0.

Эта прямая проходит через начало координат, так как при x=0 значение y равно 0.

А теперь построим график функции y=2x!

Для построения графика прямой пропорциональности достаточно отметить какую-либо точку графика, отличную от начала координат, и провести через эту точку и начало координат, и провести через эту точку и начало координат прямую.

Пример: Построим график функции у=2х.

Х	0	1
у	0	2

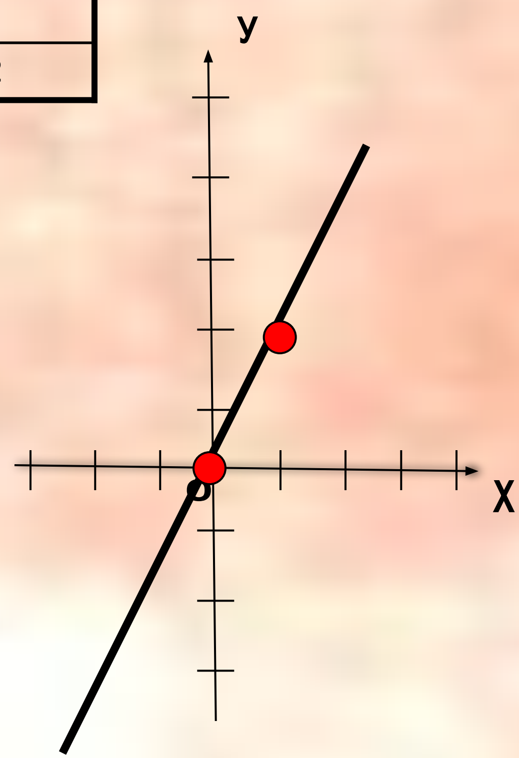


График функции у=2х –прямая пропорциональности.

Рассмотрим, например, графики функций, заданных формулами y=3x-1 и y=2x+1 с различными коэффициентами при x. Выясним, пересекаются ли эти графики.

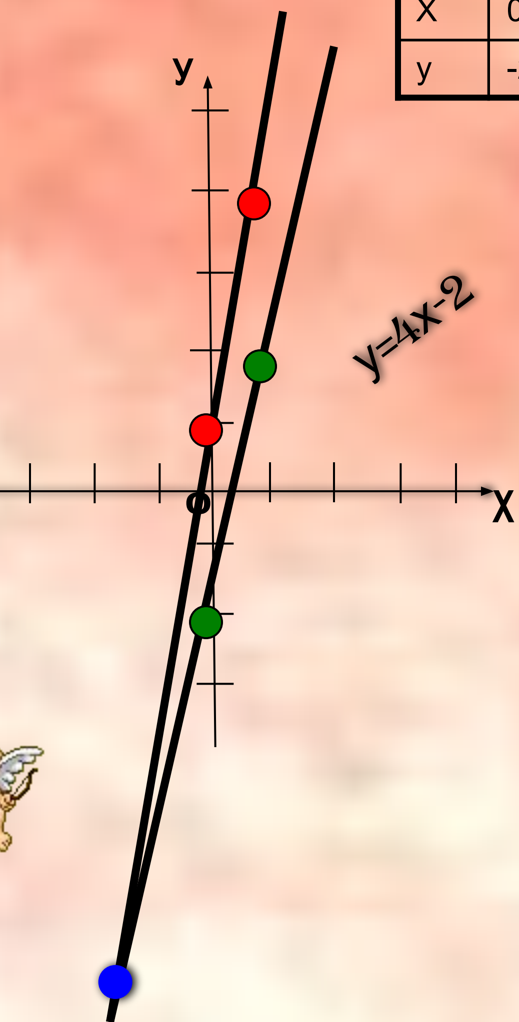
Построим графики данных функций:

y=4x-2

X	0	1
y	-2	2

y=3x+1

X	0	1
y	1	4



Если к1≠к2, то это уравнение имеет единственный корень. В этом случае графики функций пересекаются.

Взаимное расположение графиков линейных функций

Графики двух линейных функций представляют собой прямые, которые пересекаются, либо параллельны.

Рассмотрим три случая взаимного расположения графиков линейных функций:

1.Графики двух линейных функций, заданных формулами вида х=кх+в, пересекаются.

2.Графики двух линейных функций, заданных формулами вида х=кх+в, параллельны.

3.Графики двух линейных функций, заданных формулами вида х=кх+в, пересекаются в одной точке .

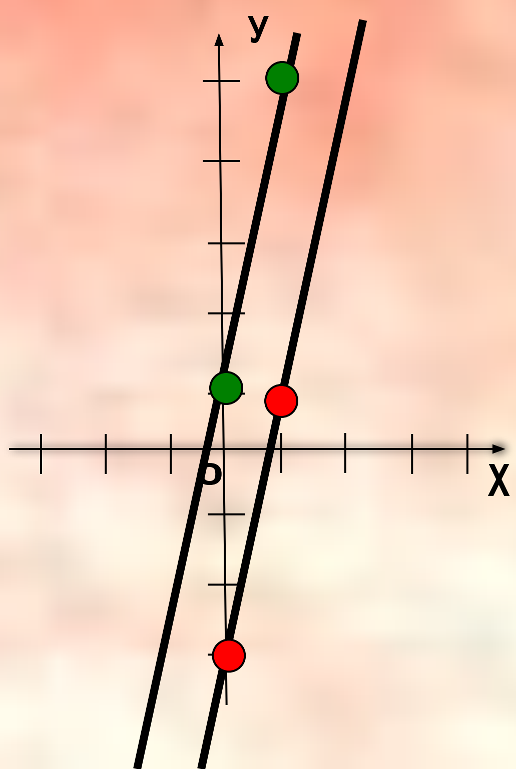
Рассмотрим, например, графики функций, заданных формулами $y=3x-1$ и $y=2x+1$ с одинаковыми коэффициентами при x. Выясним, пересекаются ли эти графики.

$y=4x-3$

X	0	1
y	-3	1

$y=4x+1$

X	0	1
y	1	5



Если к1=к2 и в1≠в2, то уравнение не имеет корней. В этом случае графики функций параллельны.

Рассмотрим, например, графики функций, заданных формулами у=4х+1, у=2х+1 и у=3х+1 с одинаковыми значениями в. Выясним, пересекаются ли эти графики.

у=4х+1

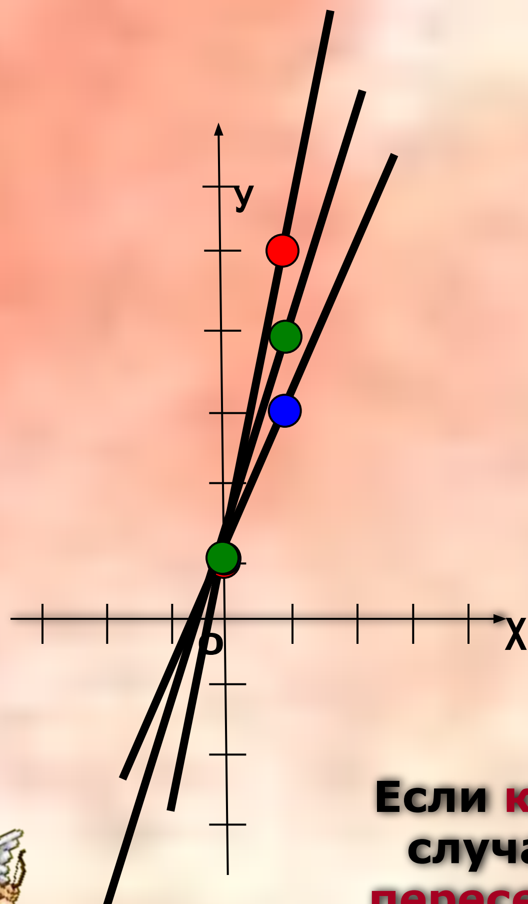
Х	0	1
у	1	5

у=2х+1

Х	0	1
у	1	3

у=3х+1

Х	0	1
у	1	4



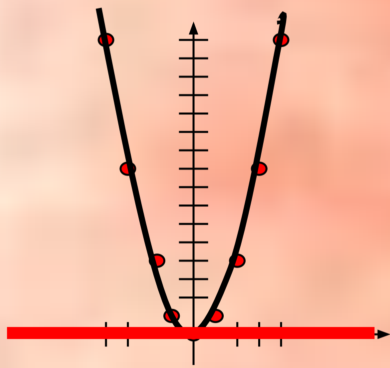
Если $к_1 \neq к_2$ и $в_1 = в_2$, то в этом случае графики функций пересекаются в одной точке (0;в).

Царство функции
Что такое функция
История развития функции
Великие математики
Линейная функция
Прямая пропорциональность
Взаимное расположение графиков линейной функции
Функция $y=x^2$
Свойства функции $y=x^2$
Перемещение функции $y=x^2$
Функция $y=x^3$
Свойства функции $y=x^3$
Перемещение функции $y=x^3$

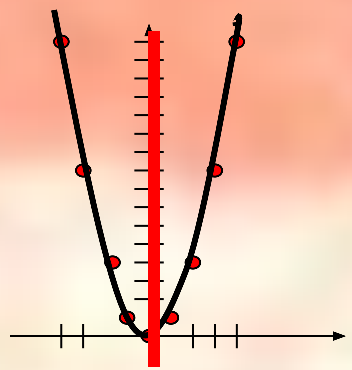
Функция $y=x^2$

Перечислим свойства функции $y=x^2$:

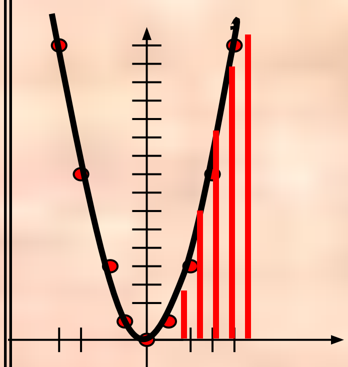
1)Область определении функций – все числа прямая.

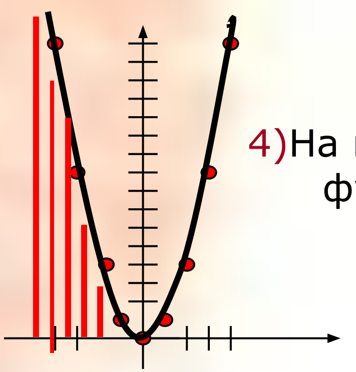


2) Множество значений функций



3)На промежутке [0; + ∞] функция возрастает.





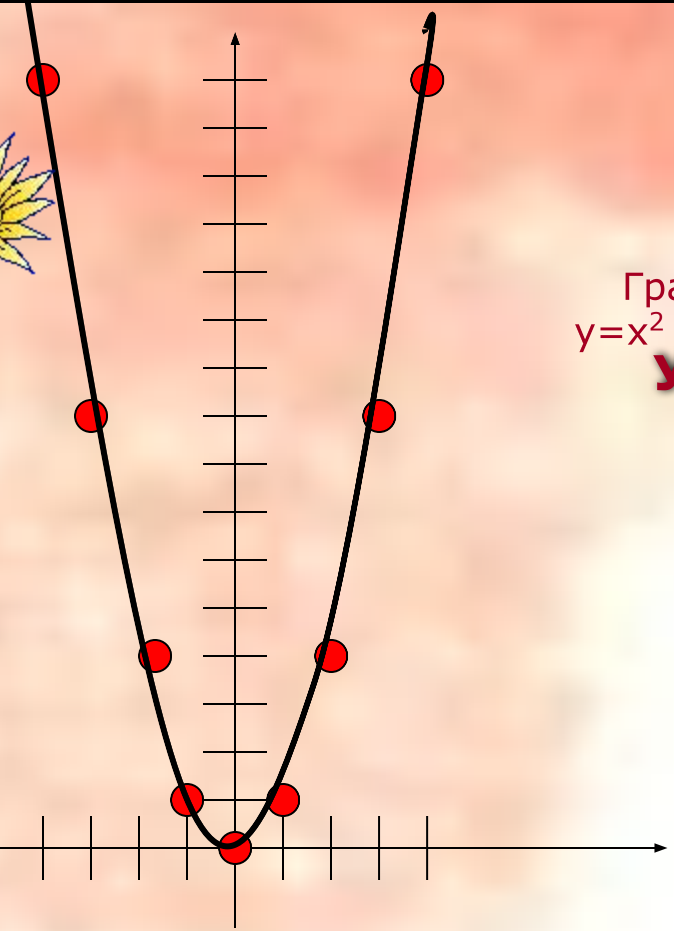
4)На промежутке (- ∞; 0) функция убывает.

Царство функции
Что такое функция
История развития функции
Великие математики
Линейная функция
Прямая пропорциональность
Взаимное расположение графиков линейной функции
Функция $y=x^2$
Свойства функции $y=x^2$
Перемещение функции $y=x^2$
Функция $y=x^3$
Свойства функции $y=x^3$
Перемещение функции $y=x^3$

Функция $y=x^2$

Построим график функции $y=x^2$:

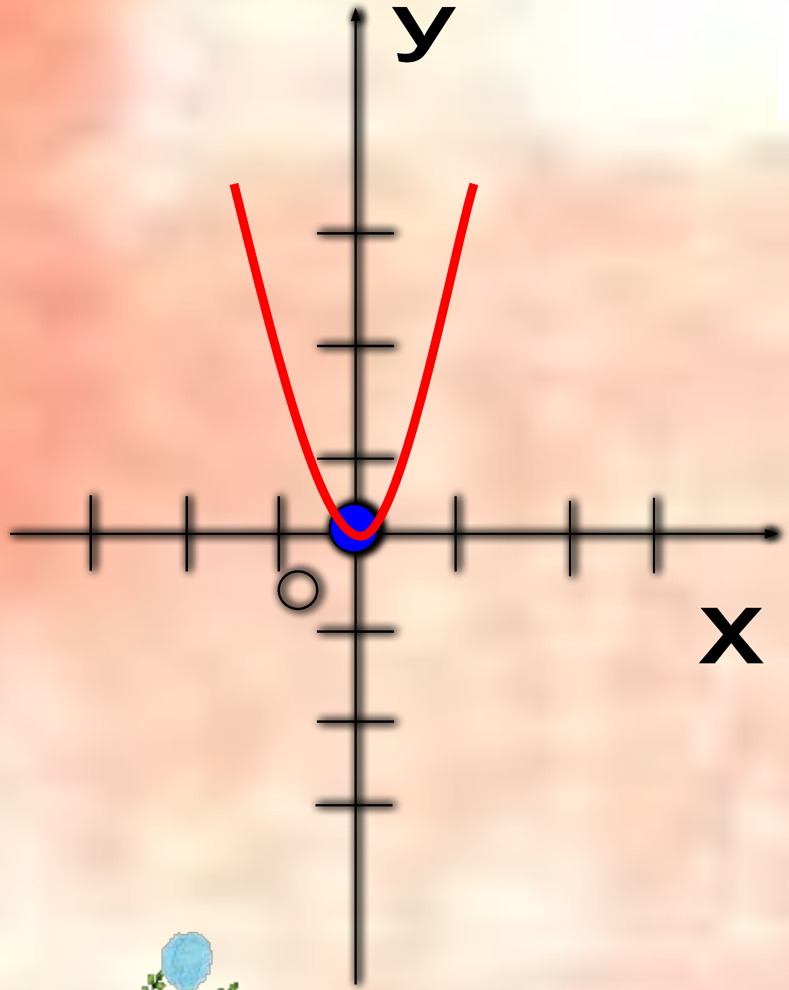
x	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4
y	0	1	4	9	16	1	4	9	16



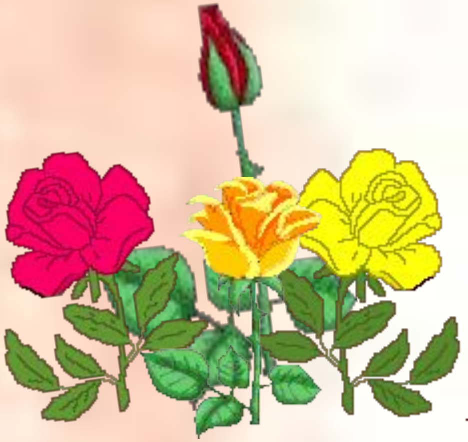
Графиком функции $y=x^2$ является парабола

$У=(x^3+2)-3$

Перемещение функции $у=х^2$ на координатной плоскости



$у=(х+2)^2-3$



Царство функции

Что такое функция

История развития функции

Великие математики

Линейная функция

Прямая пропорциональность

Взаимное расположение графиков линейной функции

Функция $y=x^2$

Свойства функции $y=x^2$

Перемещение функции $y=x^2$

Функция $y=x^3$

Свойства функции $y=x^3$

Перемещение функции $y=x^3$

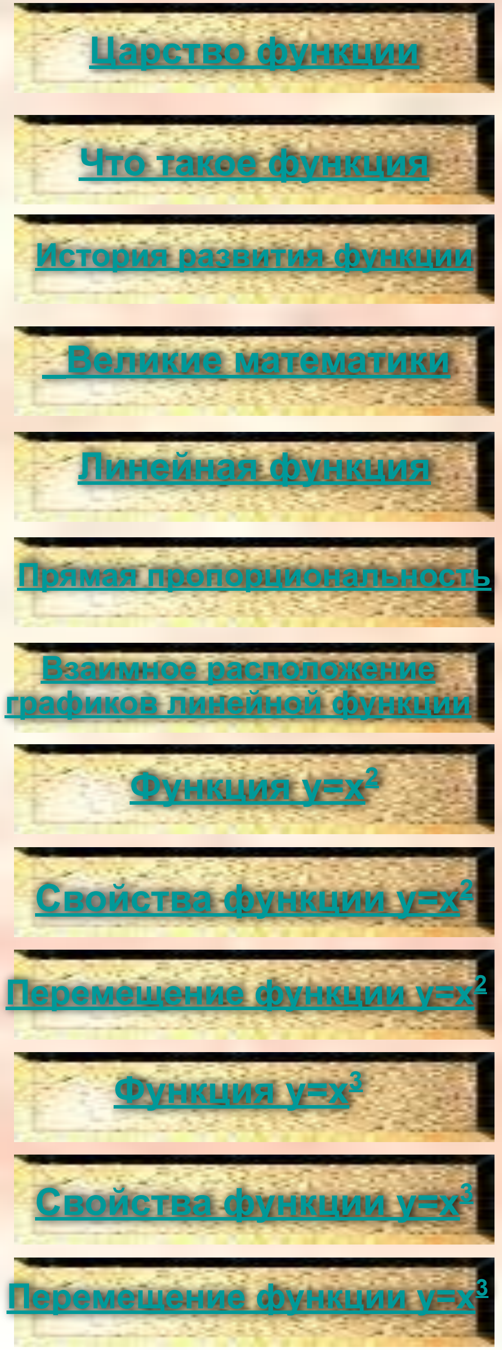
Функция $y=x^3$

Построим график функции $y=x^3$:

x	0	1	2	2,5	-1	-2	-2,5
y	0	1	8	15,6	-1	-8	-15,6

Графиком функции y=x3 является гипербола

Выясним некоторые свойства функции $y=x^2$



Царство функции

Что такое функция

История развития функции

Великие математики

Линейная функция

Прямая пропорциональность

Взаимное расположение графиков линейной функции

Функция $y=x^2$

Свойства функции $y=x^2$

Перемещение функции $y=x^2$

Функция $y=x^3$

Свойства функции $y=x^3$

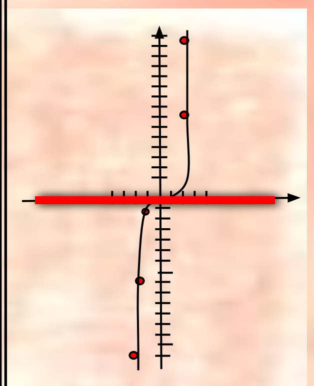
Перемещение функции $y=x^3$

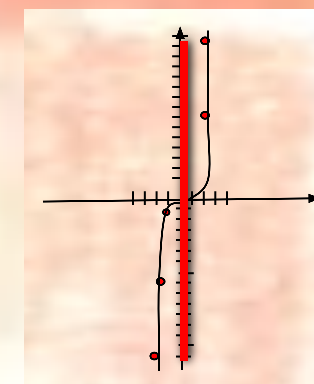
Функция $y=x^3$

Перечислим свойства функции $y=x^3$:

1)Область определении функций – вся числовая прямая

2) Множество значений функций





3)Функция $y=x^{\ 3}$ возрас на всей числовой прям

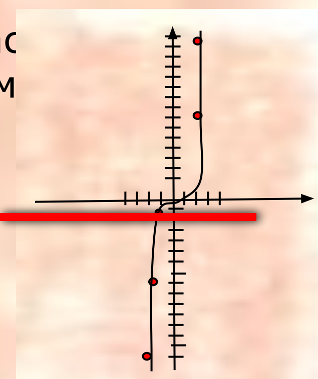
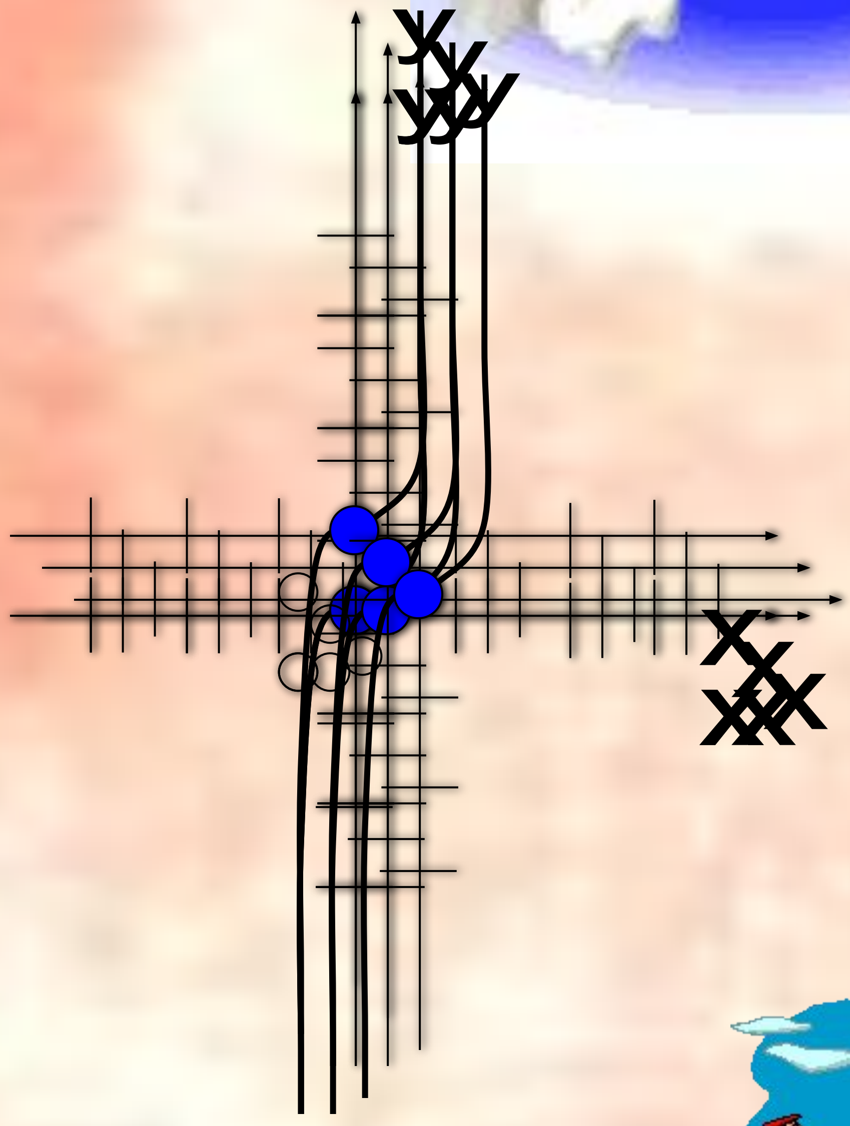


График функции y=x3 называется кубической параболой.

Перемещение функции $у=х^3$ на координатной плоскости



$у=(х-2)^3$

$у=(х+2)^3-3$

$у=(х+2)^3+3$

$у=(х+2)^3$

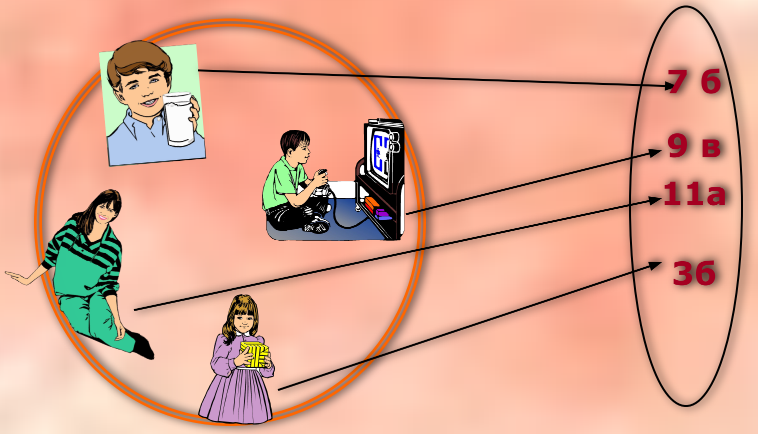
$у=х^3+2$

Функциональная зависимость:

1)Каждый ученик в школе учиться в определённом классе.

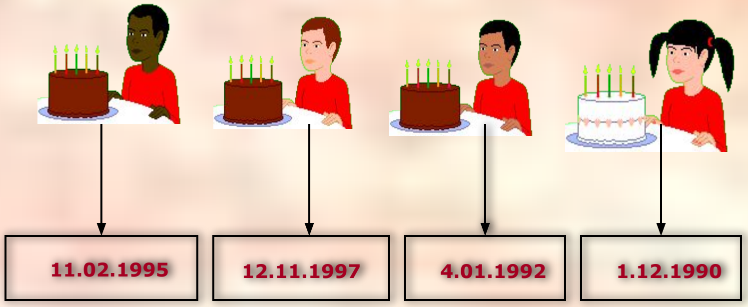
Множество х- множество учеников в данной школе, а через у- множество классов, то можно сказать, что каждому элементу множества х составлен единственный элемент множества у (т.е. тот класс, где данный ученик учиться)

Ф. И. УЧ-СЯ	оценка
Иванов Ваня	3
Смирнов Саша	4
Поботаева Катя	5
Сидоров Петя	2



2) Каждому ученику данного класса в конце года выставляется определённая оценка по математике. Х- множество учеников в классе, у- множество оценок (целые числа от 2 до 5), то можно сказать, что каждому элементу из х составлен единственный элемент из у.

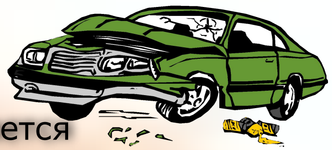
3)



Что такое функция?

Пример: Путь, пройденный автомобилем со скоростью 50 км/ч, зависит от времени движения. Обозначим время движения автомобиля (в часах) букво ***t***, а пройденный путь (в километрах) буквой ***s***. Для каждого значения переменной ***t***, **где *t* >=0**,можно найти соответствующее значение переменой ***s***. Например,

если t= 0,5 , то s= 50*0,5=25;
если t= 2, то s=50*2= 100;



Зависимость переменной s от переменной t выражается формулой

$$S=50t$$

В этом примере t является независимой переменной, а s- зависимой переменной. Переменную t , значения которой выбираются произвольно, называют независимой переменной, а переменную s, значения которой определяются выбранными значениями t, - зависимой переменной.
В рассмотренном примере каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такую зависимость называют функциональной зависимостью или функцией.
Независимую переменную иначе называют аргументом, а о зависимой переменной говорят, что она является функцией от этого аргумента.
Значения зависимой переменной называют значениями функции.
Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют *область определения функции*.
Все значения, которые принимает зависимая переменная, называют- множеством значения функции.