

Двойственная ЗЛП

Экономико-математическая МОДЕЛЬ

Ресурсы	Конфеты шоколадн ые	Конфеты сливочные	Запасы
Молоко	2	3	19
Сахар	2	1	13
Джем	0	3	15
Шоколад	3	0	18
Прибыль $Z \rightarrow \max$	7	5	-

Экономико-математическая модель задачи

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 19, \\ 2x_1 + x_2 \leq 13, \\ \quad 3x_2 \leq 15, \\ 3x_1 \leq 18. \end{cases}$$

$$Z = 7x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

Результат решения в Excel

	<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>Расход</i>		<i>Запасы</i>
<i>Результаты</i>	5	3			
<i>Молоко</i>	2	3	19	\leq	19
<i>Сахар</i>	2	1	13	\leq	13
<i>Джем</i>	0	3	9	\leq	15
<i>Шоколад</i>	3	0	15	\leq	18
<i>Прибыль</i>	7	5	50		

Оптимальный план выпуска

- $X_1=5$ ед. – оптимальный план выпуска шоколадных конфет;
- $X_2=3$ ед. – оптимальный план выпуска сливочных конфет;
- $X_5=6$ ед. - остаток джема на складе;
- $X_6=3$ ед. - остаток шоколада на складе;
- $X_3=X_4=0$ – молоко и сахар израсходованы полностью

Постановка двойственной задачи

2	3	19
2	1	13
0	3	15
3	0	18
7	5	-

2	2	0	3	7
3	1	3	0	5
19	13	15	18	-

Экономико-математическая модель двойственной задачи

$$\begin{cases} 2y_1 + 2y_2 + 0y_3 + 3y_4 \geq 7 \\ 3y_1 + 1y_2 + 3y_3 + 0y_4 \geq 5 \end{cases}$$

$$G = 19y_1 + 13y_2 + 15y_3 + 18y_4 \rightarrow \min$$

Результаты решения в Excel

	y1	y2	y3	y4			
	0,75	2,75	0	0			
	2	2	0	3	7	>=	7
	3	1	3	0	5	>=	5
Z	19	13	15	18	50	min	

Решение двойственно задачи

Находится из последней строки симплекс-таблицы:

- $Z = -50$; $Y_1 = 3/4 \approx 0,75$; $Y_2 = 11/4 \approx 2,75$
- $Y_3 = Y_4 = 0$ – ресурсы джем и шоколад не являются дефицитными, т.к. они используются не полностью.
- Ресурсы молоко и сахар используются полностью, являются дефицитными, ограничивают выручку.

Дефицит молока меньше, чем дефицит сахара: $Y_1(\text{молоко}) \approx 0,75 < Y_2(\text{сахар}) \approx 2,75$

Увеличение запасов сахара приведет к уменьшению его дефицита и увеличению прибыли предприятия.

ВЫВОД: дефицит ресурсов сдерживает рост прибыли!

Оценка эффективности включения в план пр-ва новых видов конфет

Расход сырья на производство 2-х новых
видов конфет:

Ресурс	Расход сырья на ед. продукции	
	Мармелад	Карамель
Молоко	0	1
Сахар	2	1
Джем	5	1
Шоколад	0	0
Прибыль Z	5	4

Критерий эффективности

Если прибыль от производства мармелада составит 5 ед., а от карамели 4 ед., то эффективность:

Мармелад = $5 - (0 * 0,75 + 2 * 2,75 + 5 * 0 + 0 * 0) = 5 - 5,5 = -0,5 < 0$
– Не выгодно производить

Карамель = $4 - (1 * 0,75 + 1 * 2,75 + 1 * 0 + 0 * 0) = 4 - 3,5 = 0,5 > 0$
– выгодно производить

Увеличив запас дефицитных ресурсов – молока и сахара, получим прибыль выше на 14 у.е.

	Конфеты шоколадные	Конфеты сливочные			
	6	4,3333333333			
Целевая ф-ия	7	5	64		
Ограничение 1 - молоко	2	3	25	≤	25
Ограничение 2 -сахар	2	1	16	≤	20
Ограничение 3 -джем	0	1	4	≤	15
Ограничение 4 -шоколад	3	0	18	≤	18