Квадратные уравнения (методы решения)

8 класс

Цели урока:

– Обучающие:
  - обобщение и систематизация знаний по теме;
  - ликвидация пробелов в знаниях учащихся;
  - установление внутри предметных связей изученной темы с другими темами курса алгебры.
– Развивающие:
  - расширение кругозора учащихся;
  - пополнение словарного запаса;
  - развитие мышления, внимания, умения учиться.
– Воспитание общей культуры.

<u>Наша цель:</u> обобщить опыт решения квадратных уравнений, научиться выбирать рациональный путь решения.

- Уравнение вида $ax^2 + bx + c$, где x- переменная, a,b,c – числа , причем $a \neq 0$ называется квадратным.

Коэффициенты уравнения:

а – первый (или старший) коэффициент,

в – второй коэффициент,

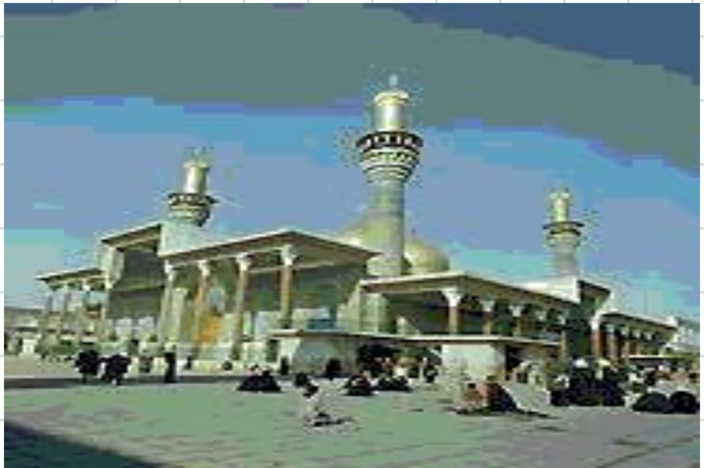
с – третий коэффициент (или свободный член уравнения).

История развития квадратных уравнений

- Квадратные уравнения в Багдаде (9 век)
- Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне
- Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в.

Квадратные уравнения в Багдаде(9 век):

Впервые квадратные уравнения появились в городе Багдаде, их вывел приглашённый математик из города Хорезм (ныне территория Узбекистана) Мухаммед бен-Муса Аль-Хорезми. В отличие от греков, решавших квадратные уравнения геометрическим путём, он мог решить любое квадратные уравнения по общему правилу(найти положительные корни). Если у греков было геометрическое решение, то метод аль-Хорезми почти алгебраический.



Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне:

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а так же с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения

$$x^2 + x = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - x = 14\frac{1}{2}$$

Квадратные уравнения в Европе в 13 - 17 веках:

Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 году итальянским математиком ***Леонардо Фибоначчи.***

Общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к единому каноническому виду $ax^2+bx+c=0$, было сформулировано в Европе лишь в 1544 году ***Штифелем .***

1. Если b=0 и c=0, то…

уравнение примет вид $ax^2=0$

Тогда $ax^2=0$ $\Rightarrow$ $x^2=0$, $x_{1,2}=0$

Например: $5x^2=0$

$x^2=0$

$x_{1,2}=0$

2. Если b=0, а c≠0, то…

Уравнение примет вид: $ax^2+c=0$

$ax^2+c=0$, $x^2= -c/a$

Если $-c/a>0$, $\Rightarrow$ $$x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a<0$, $\Rightarrow$ корней нет

Например: $3x^2+2=0$

$3x^2= -2$

$x^2= -2/3 < 0$ корней нет

3. Если $b \neq 0$, а $c=0$, то…

Уравнение примет вид $ax^2+bx=0$

Тогда: $x(ax+b)=0$

$x=0$, или $ax+b=0$

$x_1=0$; $x_2= -b/a$

Например: $5x^2-4x=0$

$x(5x-4)=0$;

$x_1=0$; $x_2= 0{,}8$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 – 4ac$$

D>0

D=0

D<0

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

x = - b/2a

Уравнение действительных корней не имеет.

Теорема Виета

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$x^2+bx+c=0;$ $x_1x_2= -b;$ $x_1+x_2=c$

Например: x^2+x-12 → $a=1;\ b=1;\ c= -12$

$x1+x2= -1$

$(x_1x_2= -12)$ → *$(x_1= -4;\ x_2=3)$*

Пригласительный билет

Уравнение	a	b	c	b^2 - 4ac	x_1	x_2	x_1+x_2	x_1+x_2
$x^2 - 7x + 12 = 0$								
	5	**-7**	**-6**					
$5x^2 = 15x$								

Пригласительный билет

Уравнение	a	b	c	b^2 - 4ac	x_1	x_2	x_1+x_2	x_1+x_2
$x^2 - 7x + 12 = 0$	1	-7	12	1	4	3	7	12
$5x^2 - 7x - 6 = 0$	5	-7	-6	169	2	-0,6	1,4	-1,2
$5x^2 = 15x$	5	-15	0	225	0	3	3	0

1. Метод выделения квадрата двучлена

- ***Цель:*** ***привести уравнение общего вида к неполному квадратному уравнению.***

В этом нам помогут формулы сокращенного умножения, а именно, квадратов суммы и разности:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Пример: $4x^2-12x+9=0$, **тогда**

- $(2x-3)^2=0$
- $2x-3=0$
- $x=1,5$

Самостоятельно решить методом выделения квадрата двучлена

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

2. Метод: если в квадратном уравнении a+b+c=0, то один из корней равен 1, а второй, по теореме Виета, равен c/a

Например: $3x^2-5x+2=0$

$a=3$; $b=-5$; $c=2$

$a+b+c=0$

$3+(-5)+2=0$

Значит $x_1=1$, $x_2=2/3$

Самостоятельно решить методом 2

$$157x^2 + 20x - 177 = 0$$

3. Метод: если в квадратном уравнении a+c=b, то один из корней равен 1, а второй, по теореме Виета, равен -c/a

Например: $7x^2+3x-4=0$ ⟹ a=7; b=3; c= -4

a+c=b

7+(-4)=3

Значит x_1= -1; x_2= -(-4)/7= 4/7

Самостоятельно решить методом 3

$$203x^2 + 220x + 17 = 0$$

4. Метод введения новой переменной

$$(5x+3)^2 = 3(5x+3) - 2$$

Подведение итогов:

Итак, подведем итог. Решение квадратных уравнений возможно осуществлять разными методами. Для квадратных уравнений применимы не только традиционные и специальные методы решения, но и общие методы решения уравнений. Сегодня мы обобщили опыт решения квадратных уравнений и научились выбирать наиболее рациональный метод решения.

Домашнее задание:

- Решите уравнение $x^2 + 6x - 16 = 0$ методом выделения квадрата двучлена.
- Решите уравнение $(x^2 – x)^2 - 14(x^2 – x) + 24 = 0$ методом введения новой переменной.
- Решите уравнение $100x^2 + 53x - 153 = 0$, $299x^2 - 300x + 1 = 0$ удобным способом

“Учиться нелегко,

но интересно”.