

« Математика... выявляет **порядок, симметрию и определённую**, а это - важнейшие виды прекрасного.»

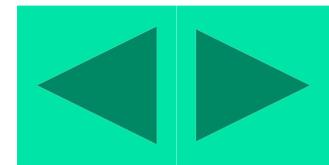
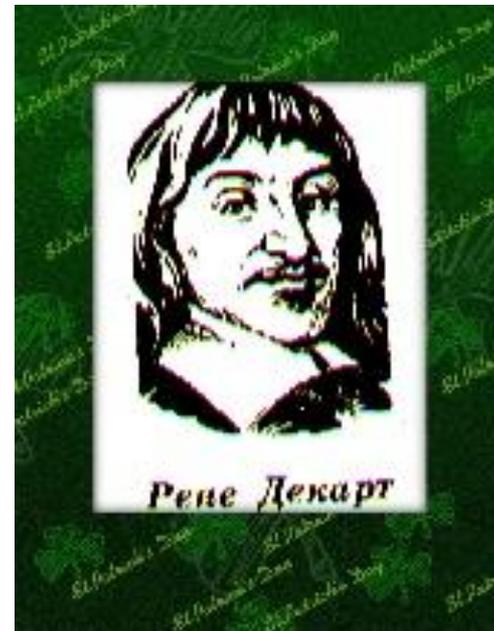
Аристотель (384-322 до н.э.) - древнегреческий философ



Тема урока

Построение графика квадратичной функции

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$



**Квадратичной функцией
называется**

функция вида

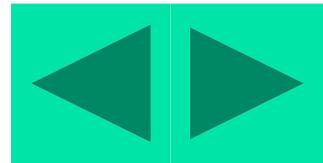
$$y(x) = ax^2 + bx + c,$$

где

а, в, с – заданные числа, $a \neq 0$

х – независимая переменная (аргумент)

у – зависимая переменная (функция)





Внимание! Вопрос!

Какие из данных функций являются квадратичными? (укажите номер).

1) $y = 3x^2 + x + 2,$

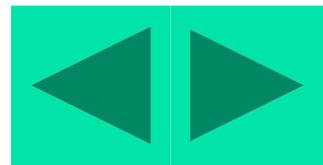
2) $y = 4x^2 - 1,$

3) $y = 6x + 1,$

4) $y = -7x^2,$

5) $y = x^3 + 7x - 5,$

6) $y = -8x^2 + 3x.$





Внимание! Ответ!

1) $y = 4x^2 - 1,$

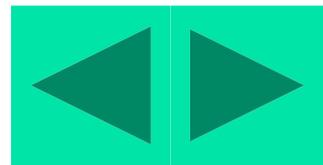
2) $y = 3x^2 + x + 2,$

3) $y = 6x + 1,$

4) $y = -7x^2,$

5) $y = x^3 + 7x - 5,$

6) $y = -8x^2 + 3x.$



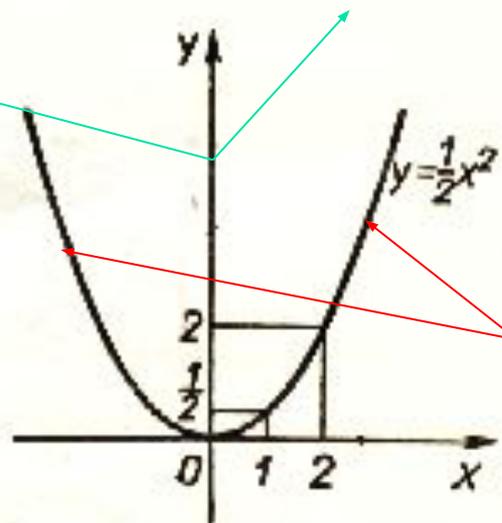
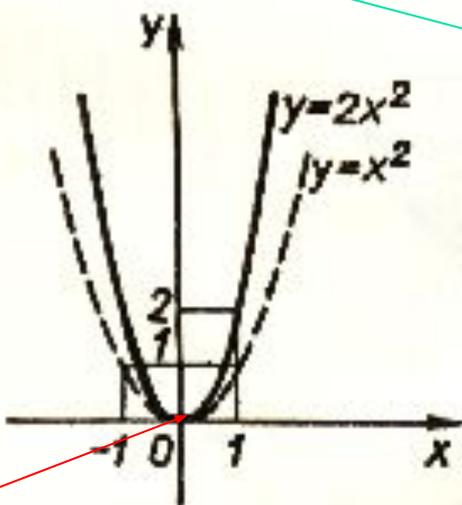


Свойства функции $y=ax^2$

1) Графиком является парабола.

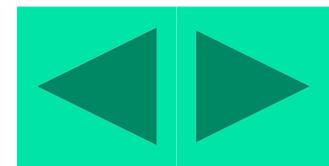
Ось Ox - ось абсцисс

Ось Oy - ось ординат Ось симметрии параболы $y=ax^2$

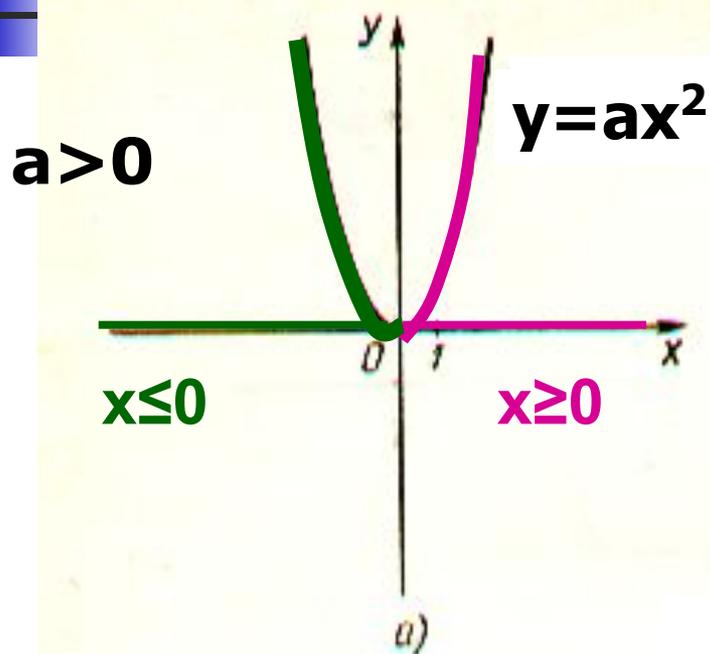


Ветви
параболы

Вершина параболы $(x_0; y_0)$

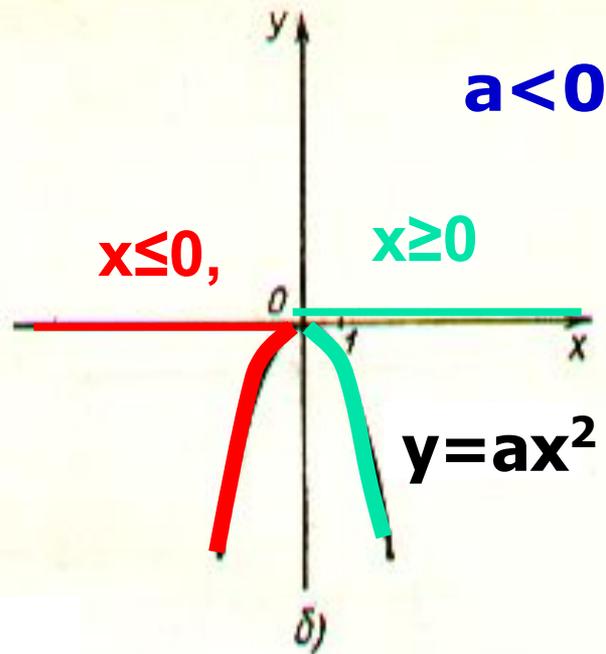


2) Промежутки монотонности $y=ax^2$ (возрастания и убывания)



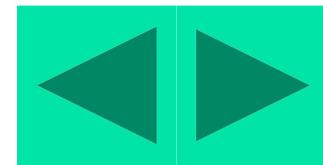
$y(x)$ возрастает при $x \geq 0$,

$y(x)$ убывает при $x \leq 0$.



$y(x)$ возр. при $x \leq 0$,

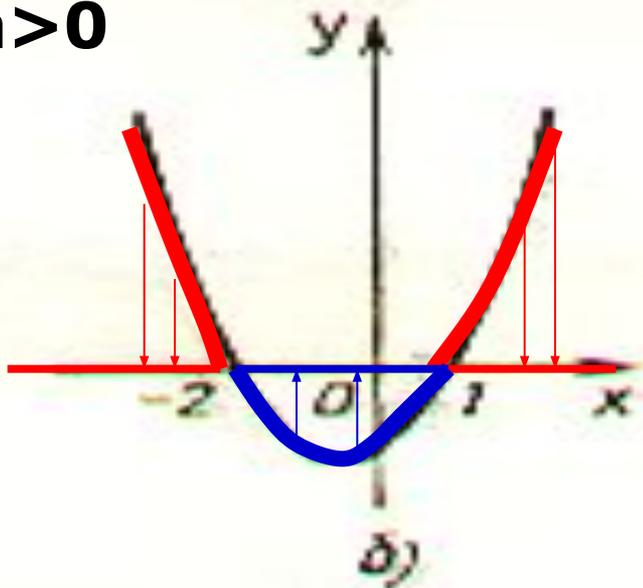
$y(x)$ убыв. при $x \geq 0$



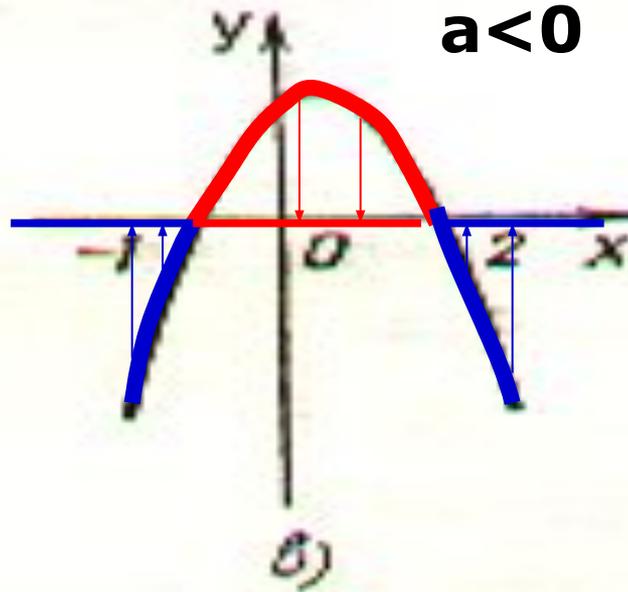
3) Промежутки знакопостоянства

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

$a > 0$



$a < 0$

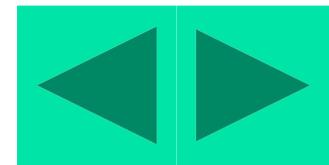


$y(x) > 0$ при $x < -2, x > 1$

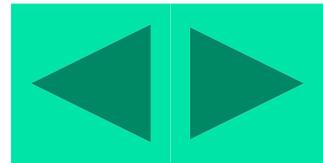
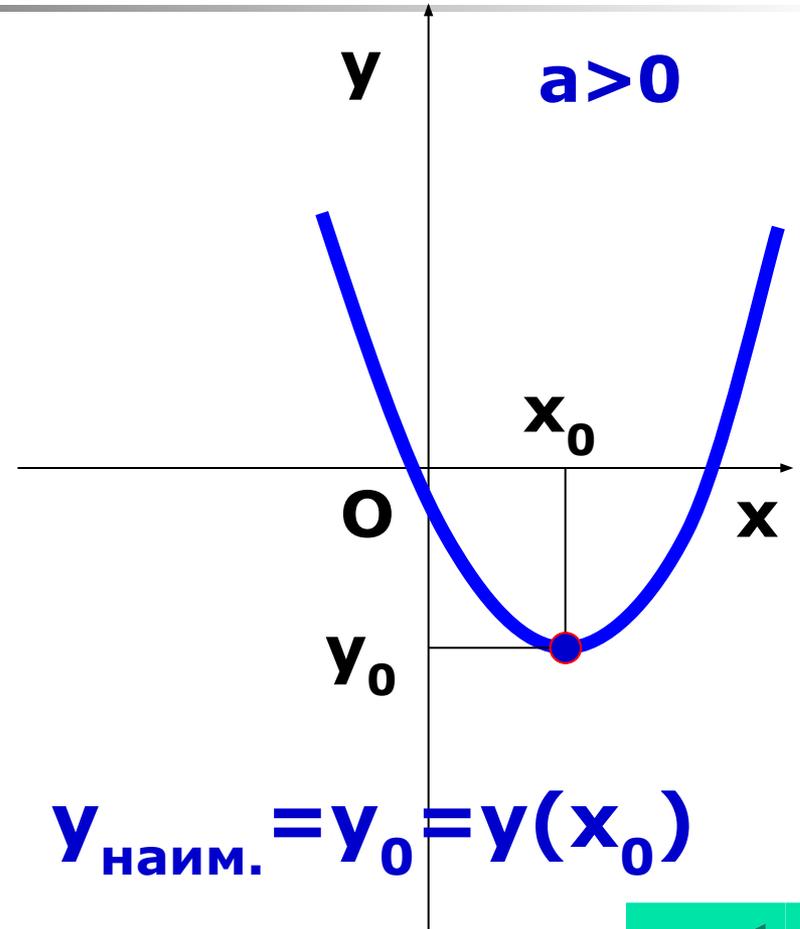
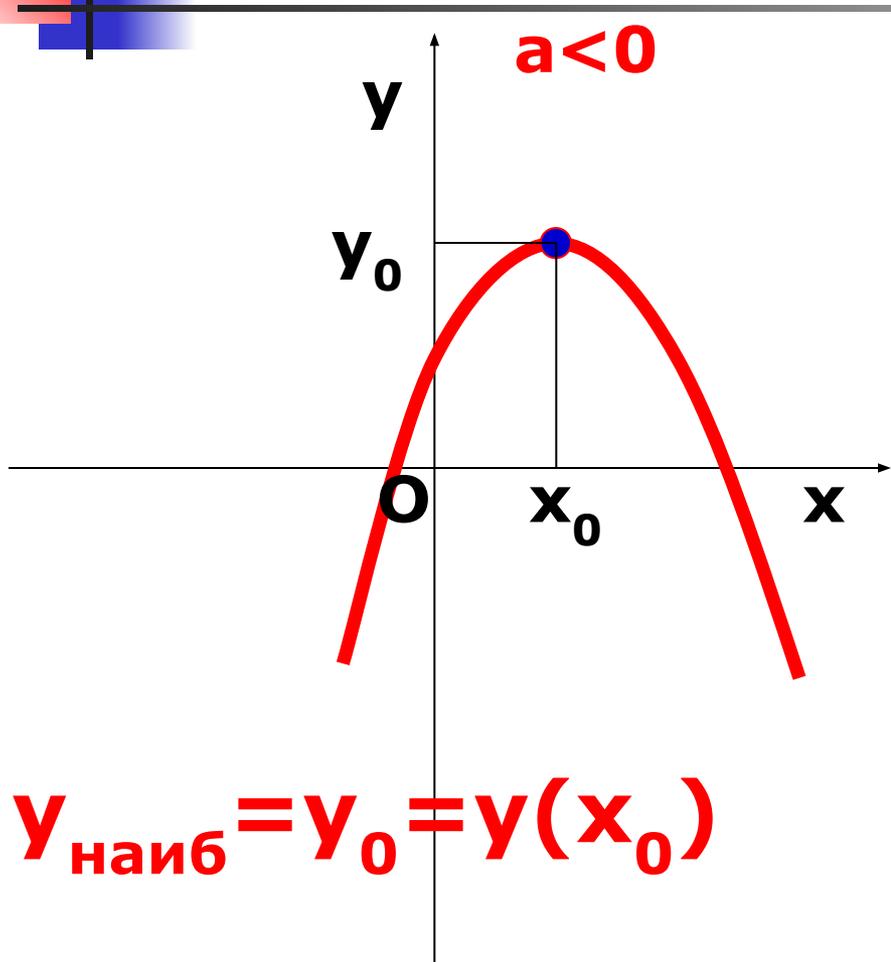
$y(x) < 0$ при $-2 < x < 1$

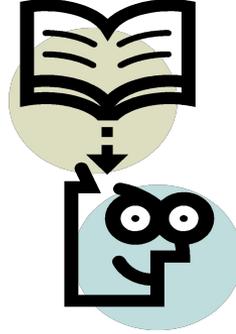
$y(x) > 0$ при $-1 < x < 2$

$y(x) < 0$ при $x < -1, x > 2.$



Наибольшее и наименьшее значения квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$.





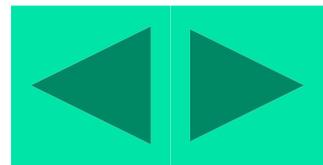
Задание №1.

Найти нули квадратичной функции

а) $y = x^2 - 4;$

б) $y = x^2 - x;$

в) $y = 2x^2 + x - 1.$





Правильные решения!

а) $y = x^2 - 4.$

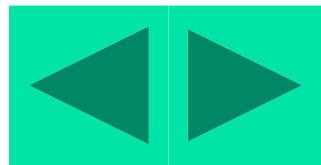
$y=0$ $x^2 - 4 = 0,$

$x^2 = 4,$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{4},$

$x_{1,2} = \pm 2.$

Ответ: $x_1 = 2, x_2 = -2.$





Правильные решения!

$$6) y = x^2 - x,$$

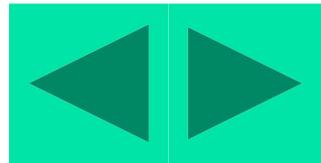
$$y=0 \quad x^2 - x = 0,$$

$$x(x - 1) = 0,$$

$$x_1 = 0, \quad x - 1 = 0,$$

$$x_2 = 1.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 0, \quad x_2 = 1.$$





Правильные решения!

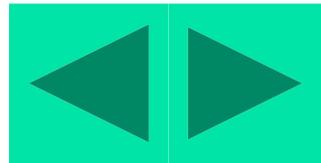
$$\begin{aligned} \text{в) } y &= 2x^2 + x - 1, \\ y &= 0, \quad 2x^2 + x - 1 = 0, \\ D &= 1^2 - 4 * 2 * (-1) = 1 + 8 = 9, \end{aligned}$$

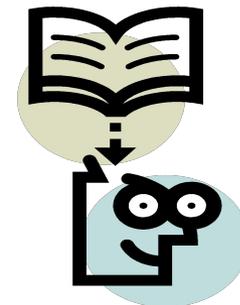
$$x_{1;2} = \frac{-1 \pm 3}{4},$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$x_2 = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1.$$

Ответ: $x_1 = 1/2, x_2 = -1.$



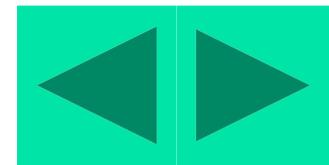


Задание №2

**Найти координаты
вершины параболы**

а) $y(x) = x^2 - 4x - 5,$

б) $y(x) = -x^2 - 2x + 5.$



Внимание!

Правильные решения!

$$а) y(x) = x^2 - 4x - 5$$

$$a = 1, b = -4,$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a},$$

$$x_0 = \frac{4}{2 * 1} = 2,$$

$$y_0 = y(2) = 2^2 - 4 * 2 - 5 = \\ = 4 - 8 - 5 = -4 - 5 = -9,$$

(2; -9)-координаты
вершины параболы

$$б) y(x) = -x^2 - 2x + 5,$$

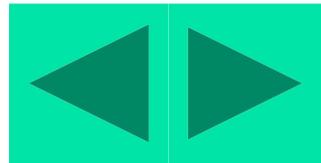
$$a = -1, b = -2,$$

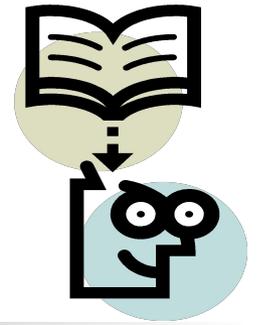
$$x_0 = \frac{-b}{2a},$$

$$x_0 = \frac{2}{2 * (-1)} = -1,$$

$$y_0 = y(-1) = -(-1)^2 - 2 * \\ (-1) + 5 = -1 + 2 + 5 = -1 + \\ + 7 = 6;$$

(-1; 6)-коорд.
верш. параб.



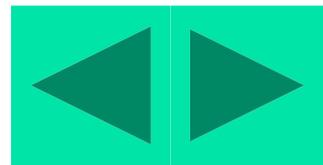


Задание №3

*Найти координаты точек
пересечения параболы с
осями координат?*

(с осью Ox , с осью Oy)

а) $y=x^2-3x+5$, б) $y=-2x^2+8$.





Правильные решения!

а) $y = x^2 - 3x + 5,$

1) С осью Ox : $y = 0$

$$x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 * 1 * 5 = 9 - 20 = -11,$$

$D < 0$ нет **корней**,

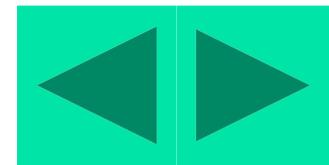
У функции нет **нулей**,

У параболы нет **точек пересечения**
с осью Ox

2) С осью Oy : $x = 0$

$$y(0) = 0^2 - 3 * 0 + 5 = 5$$

$(0; 5)$



Правильные решения!

$$y = -2x^2 + 8,$$

1) С осью Ox : $y = 0,$

$$-2x^2 + 8 = 0,$$

$$-2x^2 = \dots -8,$$

$$x^2 = 4,$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{4},$$

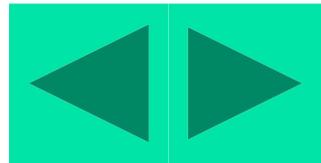
$$x_{1,2} = \pm 2;$$

2) С осью Oy : $x = 0$

$$y = y(0) = -2 * 0^2 + 8 = 8$$

$(0; 8)$ -координаты точки перес. с осью Oy .

$(2; 0); (-2; 0)$ -координаты точек пересечения с осью Ox



Самостоятельная работа

В-1

В-2

1. Найти нули квадратичной функции
(если они существуют).

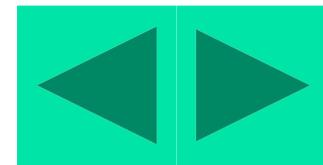
$$y=x^2+5x+6;$$

$$y=x^2-5x+4;$$

2. Найти координаты вершины параболы.

$$y=x^2-10x+9;$$

$$y=x^2-6x+8.$$



Правильные решения

В-1.

1. $y = x^2 + 5x + 6;$

$y = 0, \quad x^2 + 5x + 6 = 0;$

$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1;$

$$x_{1;2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2,$$

$$x_2 = \frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3.$$

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = -3.$

В-2.

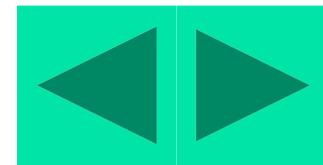
1. $y = x^2 - 5x + 4;$

$y = 0, \quad x^2 - 5x + 4 = 0;$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, & | & x_1 = 4, \\ x_1 \cdot x_2 = 4; & | & x_2 = 1. \end{cases}$$

(по теореме, обратной теореме Виета)

Ответ: $x_1 = 4, x_2 = 1$



Правильные решения

В-1.

$$2. y=x^2-10x+9 \quad (x_0; y_0)-?$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a};$$

$$x_0 = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_0 = 5^2 - 10 \cdot 5 + 9 = 25 - 50 + 9 = \\ = -25 + 9 = -16;$$

(5; -16)

Ответ: (5; -16).

В-2.

$$2. y=x^2-6x+8, \quad (x_0; y_0)-?$$

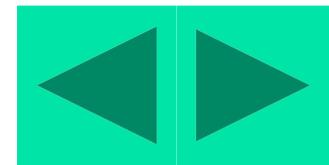
$$x_0 = \frac{-b}{2a};$$

$$x_0 = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_0 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 9 - 18 + 8 = \\ = 9 - 10 = -1;$$

(3; -1)

Ответ: (3; -1).



Построить график функции

$$y = x^2 - 4x + 3.$$

$a = 1 > 0$, ветви параболы – вверх.

➔ **1.** Вычислим координаты вершины параболы:

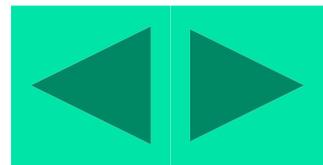
$$(x_0; y_0) \quad x_0 = -b/2a, \quad y_0 = y(x_0).$$

$$x_0 = 4/2 * 1 = 2,$$

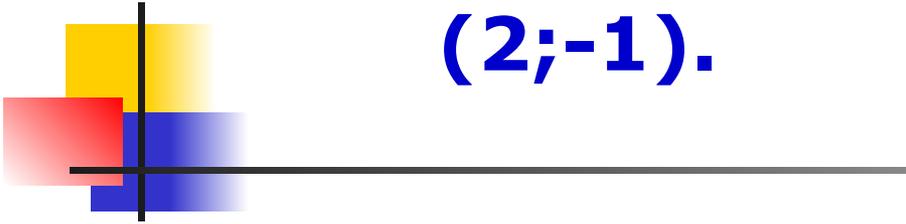
$$y_0 = y(2) = 2^2 - 4 * 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = 7 - 8 = -1.$$

$(2; -1)$ – координаты вершины параболы.

Построим точку $(2; -1)$

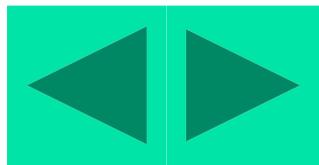
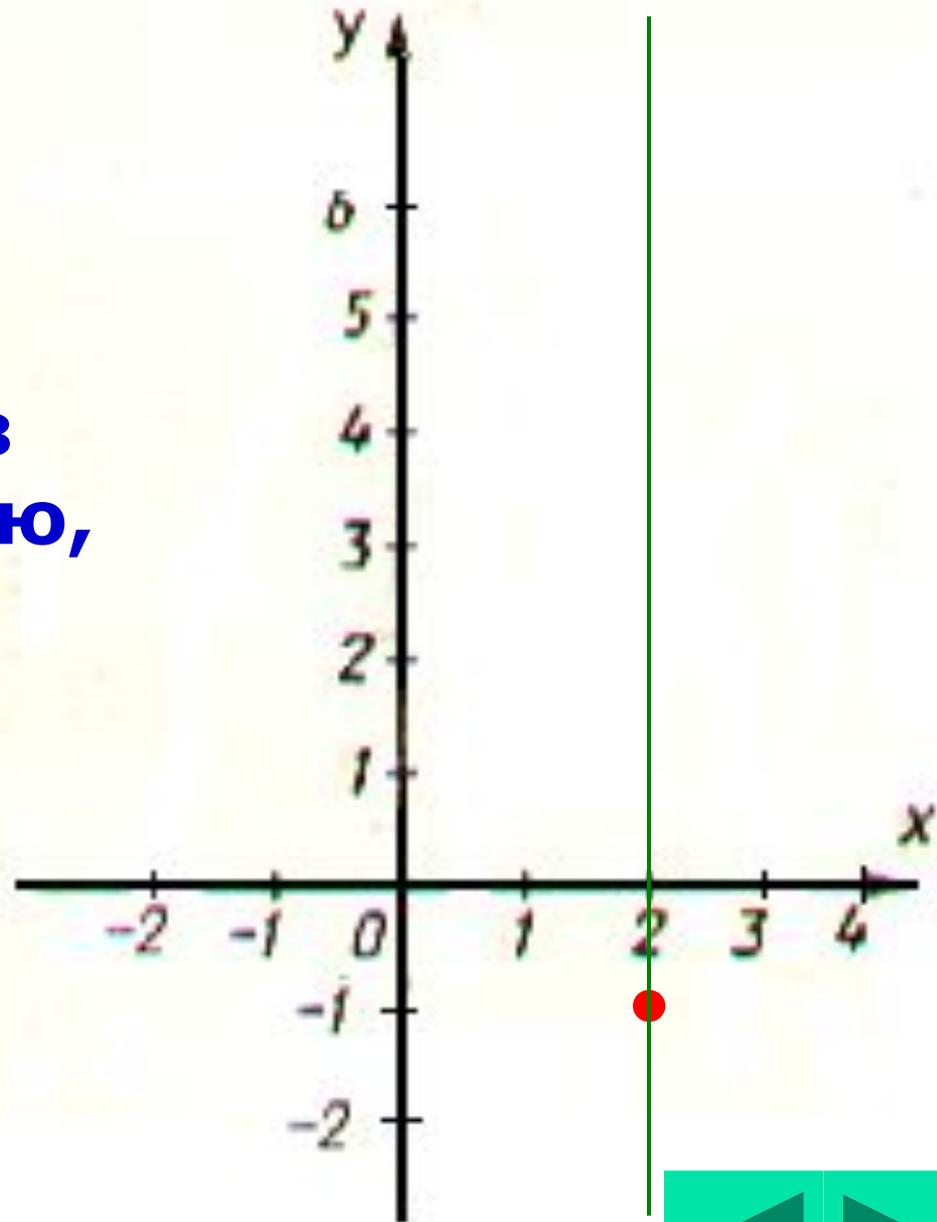


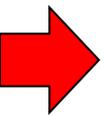
Построим точку
(2;-1).



→ **2.** Проведём через точку (2;-1) прямую, параллельную оси Oy , -ось симметрии параболы.

$x=2$ - ур-е оси симметр.





3. Найдём нули функции $y=x^2-4x+3$,
а для параболы- точки
пересечения с осью Ox .

$$y=0$$

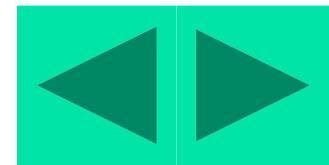
$$x^2-4x+3=0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 * x_2 = 3. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x_1 = 1, \\ x_2 = 3. \end{array}$$

нули функции

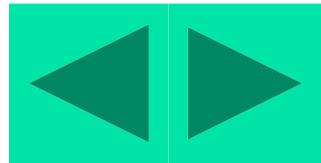
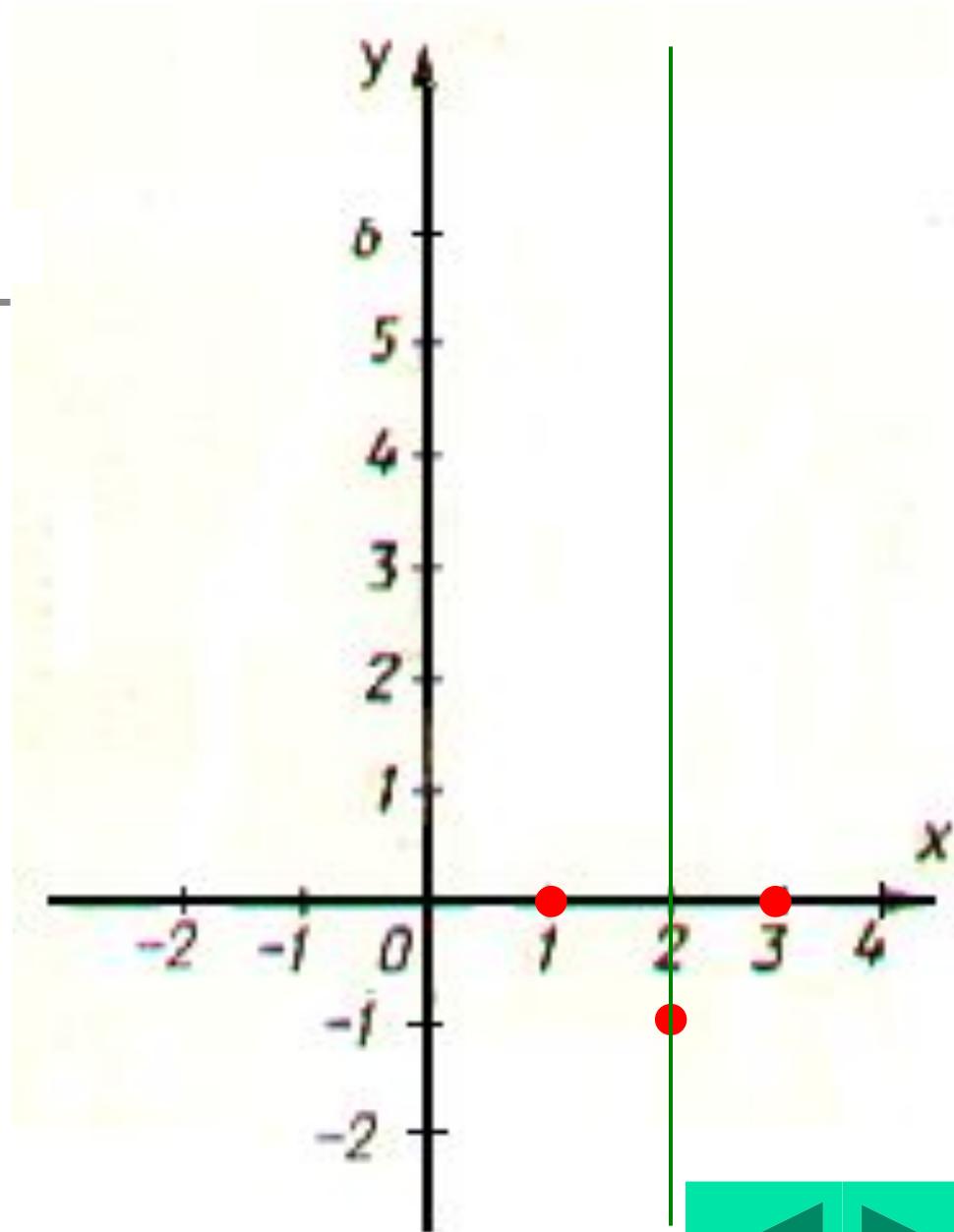
**$(1;0), (3;0)$ -коорд. точек пересеч.
параболы с осью Ox .**

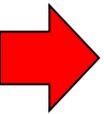
Построим точки $(1;0)$ и $(3;0)$.





**Построим точки
(1;0) и (3;0).**





4.

**Возьмём две точки на оси Ox ,
симметричные относительно
точки $x=2$, например,**

$$x_3=0, x_4=4.$$

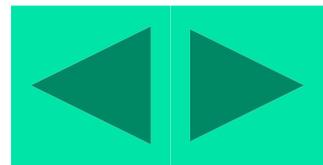
Вычислим значения функции

$$y=x^2-4x+3 \quad \text{в этих точках:}$$

$$y(0) = y(4) = 0^2 - 4 * 0 + 3 = 3$$

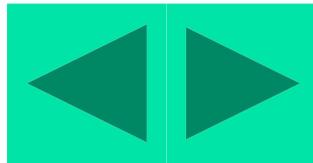
**Получим симметр.точки
(0;3),(4;3).**

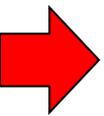
Построим их.





**Построим
симметричные точки
(0;3) и (4;3).**



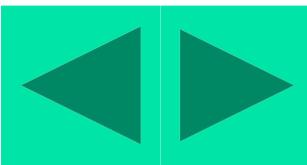
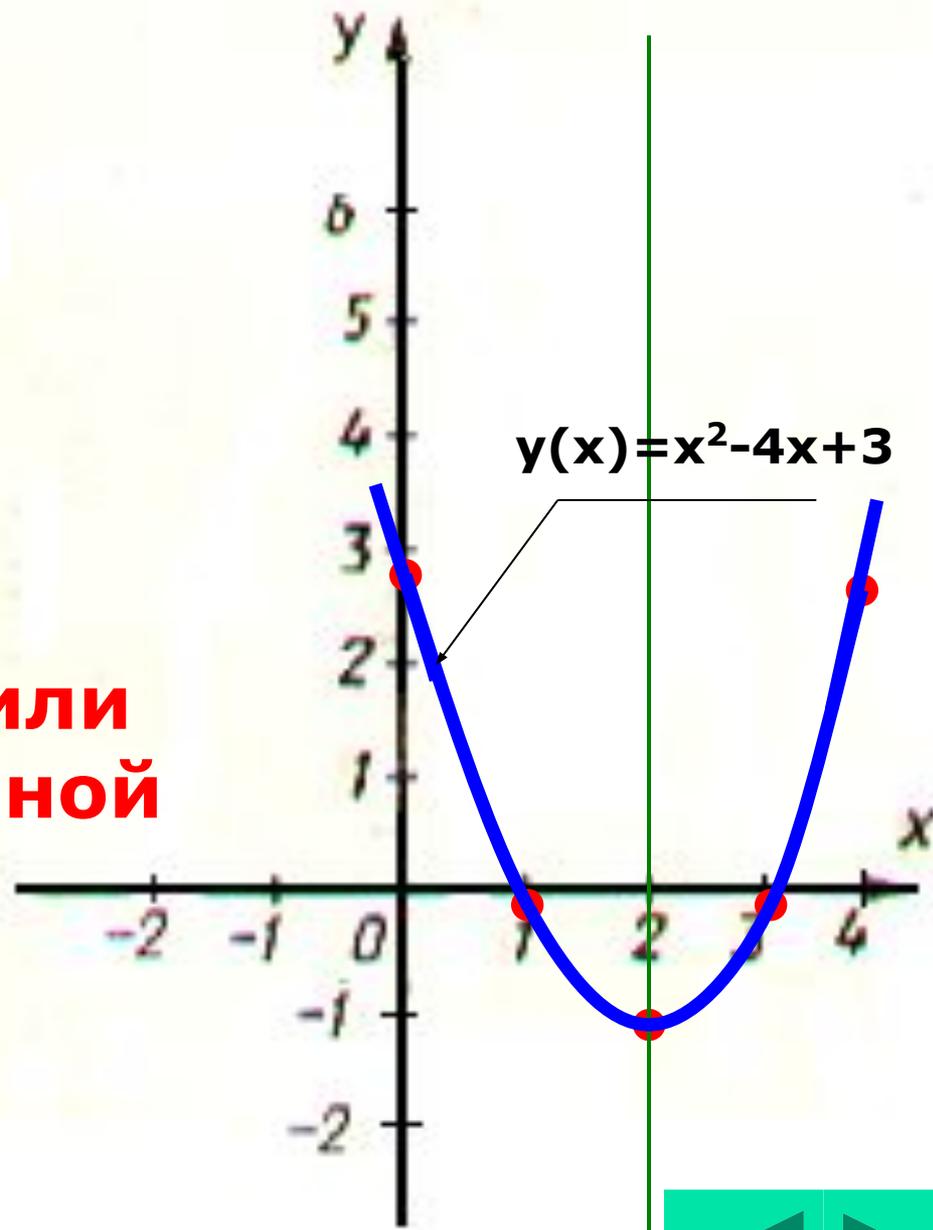


5.

Проведём
параболу
через
построенные
точки

Итак, мы изобразили
график квадратичной
функции

$$y(x) = x^2 - 4x + 3$$





АЛГОРИТМ

построения графика квадратичной
функции $y = ax^2 + bx + c$

Определить направление ветвей.

1. Вершина параболы (x_0, y_0)

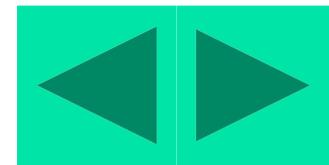
$$x_0 = -b/2a, y_0 = y(x_0).$$

2. Ось симметрии.

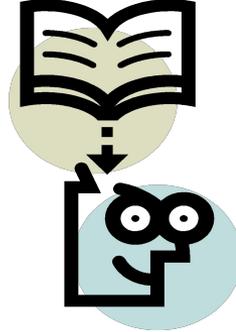
3. Нули функции, если они есть.

4. Симметричные точки.

5. Провести через построенные точки
параболу.



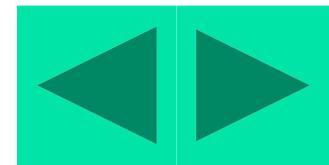
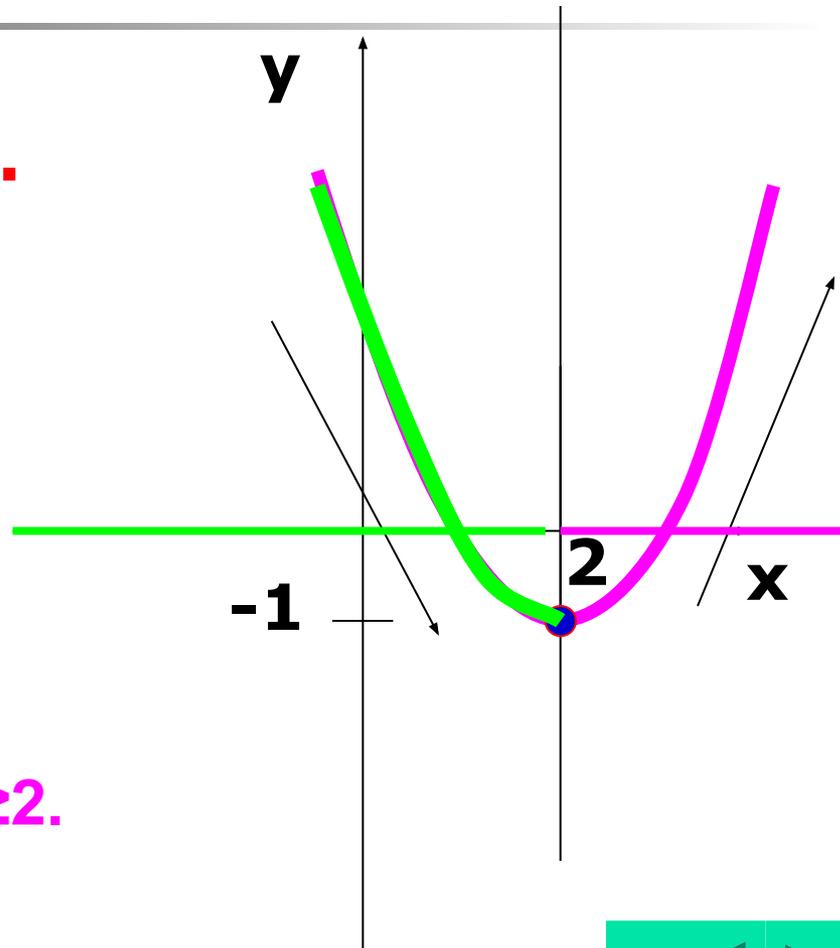
Исследование функции $y=x^2-4x+3$ (свойства данной функции)



1. Возраст. и убыван.

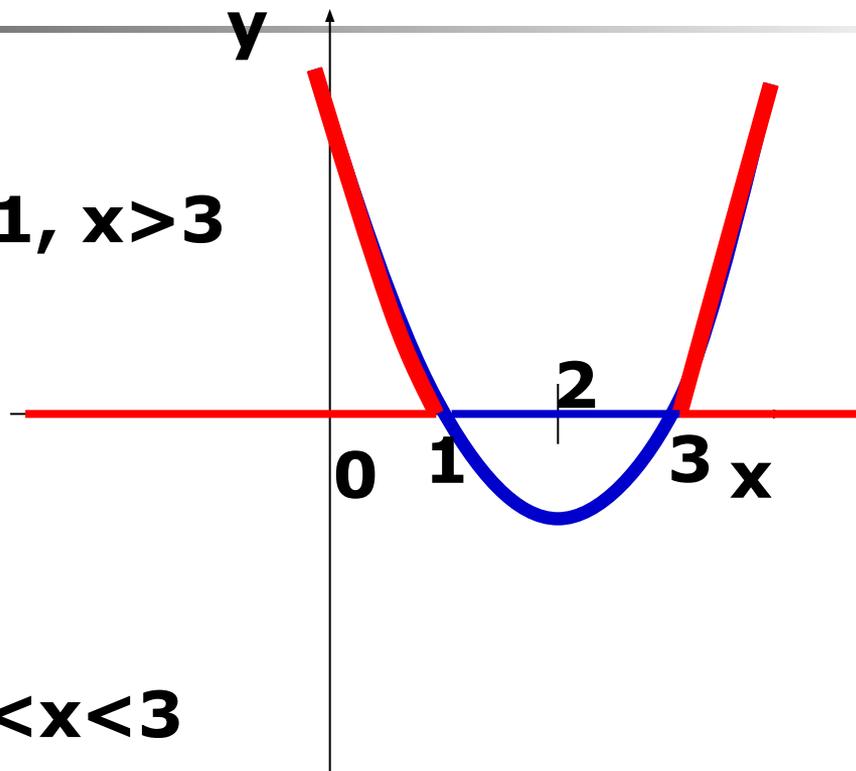
$y(x)$ убывает при $x \leq 2$,

$y(x)$ возрастает при $x \geq 2$.

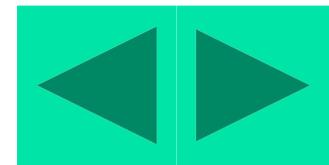


2. Положительные и отрицательные значения функции $y(x)=x^2-4x+3$.

$y(x) > 0$ при $x < 1, x > 3$



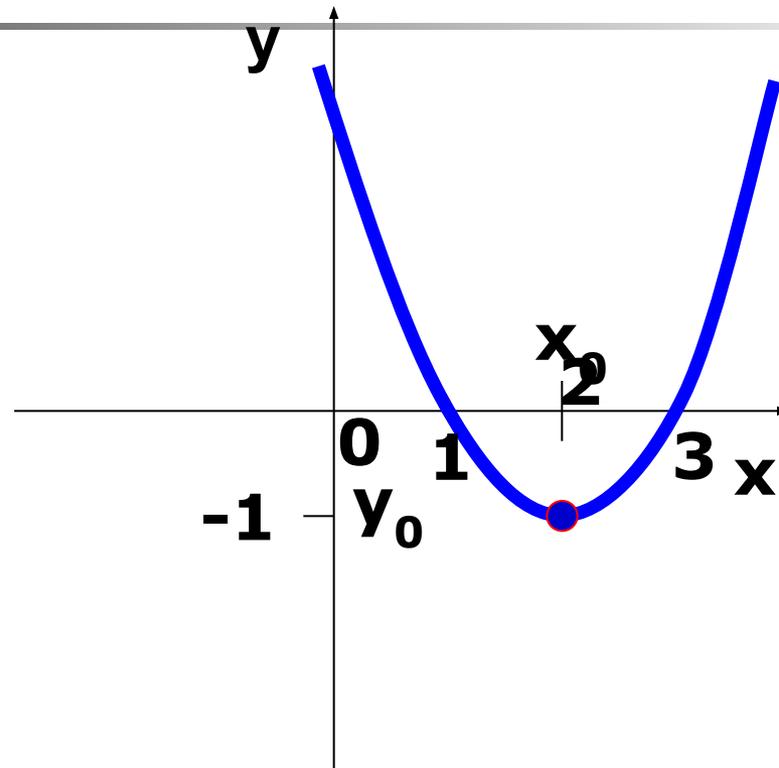
$y(x) < 0$ при $1 < x < 3$



3. Наибольшее или наименьшее значение функции

$$y(x) = x^2 - 4x + 3$$

У данной функции нет наибольшего значения



$$y_{\text{наим}} = -1$$

