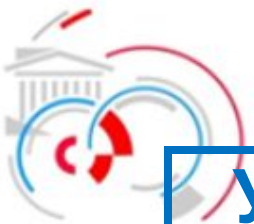




3. Типы условий оптимизации развития ЭЭС. Критерии принятия решений в условиях неопределенности



Условия оптимизации развития ЭЭС

Оптимальное планирование — способ получения оптимального плана развития системы.

Критерий — показатель, устанавливающий соответствие полученного решения поставленной цели, и осуществляющий сравнительную оценку качества различных планов.

Целевой функционал — математическое выражение критерия.

Критерий оптимальности — глобальный экстремум целевого функционала.

Многоцелевая оптимизация — оптимизация, преследующая несколько не сводимых одна с другой целей.

Управление — это совокупность воздействий на систему с целью достижения заранее поставленной цели.

Математическая модель системы — математическое описание основных свойств системы-оригинала.

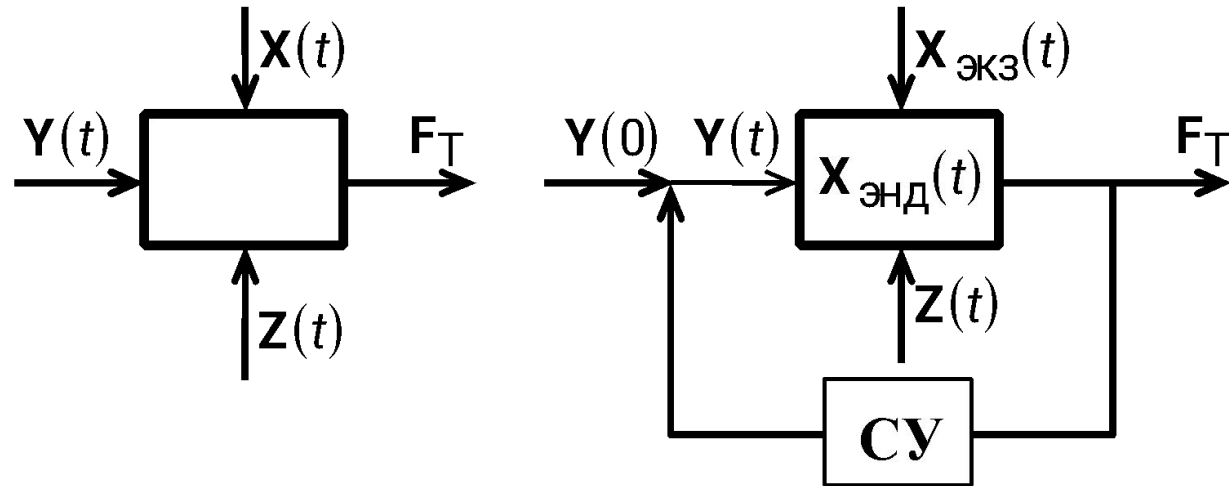
$$f_j \left(|x_{it}| \right) = 0, j = 1, 2, \dots, J; t = 1, 2, \dots, T; i = 1, 2, \dots, n.$$



Системный подход - принцип исследования больших систем

Системный анализ - реализация принципов системного подхода с применением методов анализа и выработки рекомендаций по развитию и функционированию больших систем.

Принципы решения задач развития больших систем энергетики



- $\bar{X}(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - параметры состояния системы;
- $\bar{Y}(t) = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ - параметры управления системой;
- $\bar{Z}(t) = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ - случайные внешние параметры.



Условия оптимизации развития ЭЭС

В задачах развития энергосистем решения приходится принимать в условиях многокритериальности.

Исследователь всегда стремится упростить постановку задачи, сводя ее к однокритериальной.

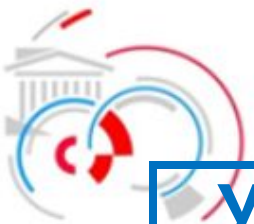
Результат решения зависит от свойств исходной информации о внешних условиях развития ЭЭС.

Вид информации определяет условия оптимизации.

Виды информации → **Условия оптимизации**

- 1. Детерминированная полная**
- 2. Детерминированная частично неопределенная**
- 3. Вероятностная полная**
- 4. Вероятностная частично неопределенная**

- 1. Детерминированные**
- 2. Вероятностные**
- 3. Неопределенные**



Условия оптимизации развития ЭЭС

Детерминированные условия оптимизации

$F(X, Y)$ оптимизируемая функция цели, оптимальное решение соответствует экстремуму целевого функционала, например $F(Y) \rightarrow \min$;

Y - параметр управления;

X - параметр внешних условий, имеет фиксированное значение и не влияет на результаты оптимизации

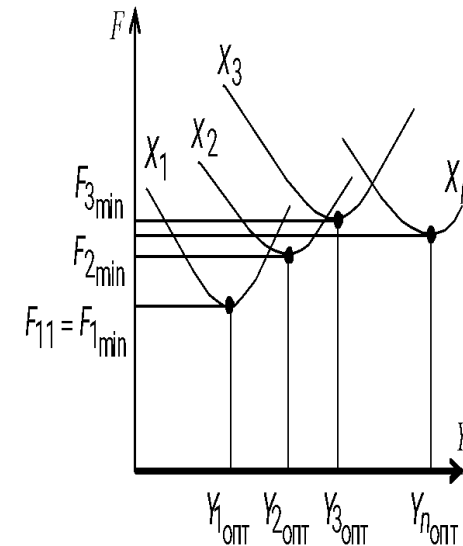
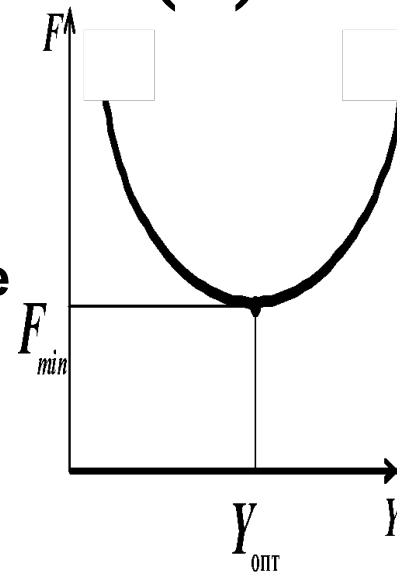
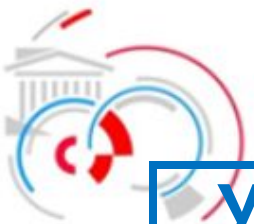


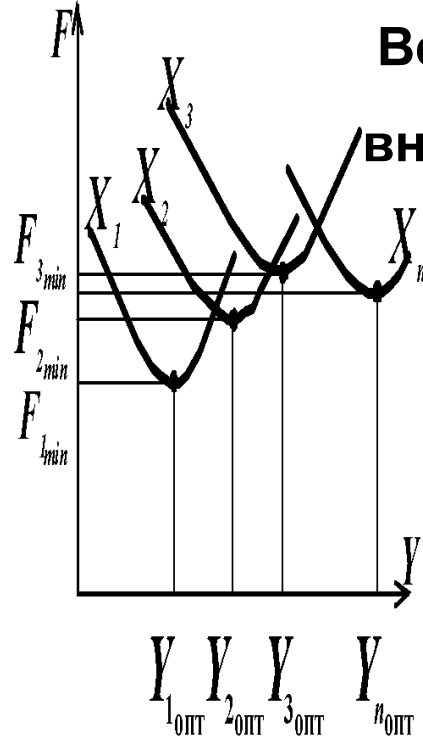
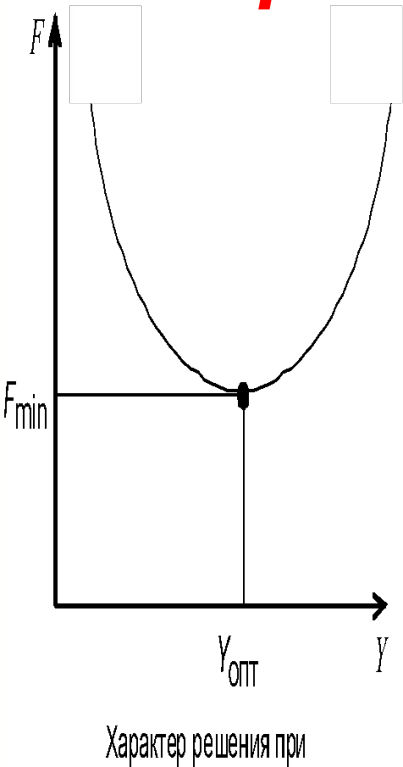
Иллюстрация вероятностных и неопределенных условий оптимизации

Решение единственно!



Условия оптимизации развития ЭЭС

Вероятностные условия оптимизации



Вероятности p_1, p_2, \dots, p_n появления внешних условий X_1, X_2, \dots, X_n ;
 Оптимальные управляющие воздействия $Y_{i\text{опт}}, i = \overline{1, n}$.

Математическое ожидание функционала цели

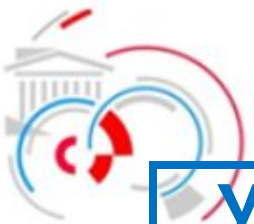
$$MF_i(Y_{i\text{опт}}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i\text{опт}})$$

Единственное

оптимальное решение



$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=\overline{1, n}} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i\text{опт}})$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Вероятностные условия оптимизации

Вероятности p_1, p_2, \dots, p_n появления условий X_1, X_2, \dots, X_n .

Затруднено получение оптимального управления, $Y_{i_{\text{опт}}}, i = \overline{1, n}$.

Дискретное изменение управляющего параметра, $Y_i, i = \overline{1, m}$.



Прямая оптимизация для всех допустимых значений Y .

Математическое ожидание функционала цели

$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=\overline{1, m}} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_i)$$

Единственное оптимальное решение



Вероятностные условия оптимизации

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	MF
	p_1	p_2	...	p_j	...	p_n	
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}	$MF_i = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$
...	
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}	$MF_i = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$
...	
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}	$MF_m = \sum_{j=1}^n p_j F_{mj}$

Критерий оптимальности $\min_{i=1,m} MF_i$



Вероятностные условия оптимизации

Задача 1. Капиталовложения в угольную КЭС имеют диапазон неопределенности 7250 – 7650 млн. руб., а годовые издержки на топливо 1810 – 1890 млн. руб. Для газовой КЭС эти показатели равны соответственно 5900 – 6300 и 2050 – 2250 млн. руб. Полагая, что сочетание минимальных капиталовложений и издержек на топливо имеет вероятность 0,15, максимальных – 0,25, а минимальных капиталовложений при максимальных издержках и наоборот – по 0,3, определить лучший вариант. Использовать метод годовых приведенных затрат при $E_H=0,2$ и $\alpha_{ам}=0,08$.

Решение. Годовые приведенные затраты

$$Z = E_H \cdot K + I_{\Sigma} = E_H \cdot K + \alpha_{ам} \cdot K + I_{топл}$$



Расчет приведенных затрат в угольную станцию

При максимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 7650 + 1890 = 4032 \text{ млн.руб.}$$

При максимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 7650 + 1810 = 3952 \text{ млн.руб.}$$

При минимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 7250 + 1890 = 3920 \text{ млн.руб.}$$

При минимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо 8.

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 7250 + 1810 = 3840 \text{ млн.руб.}$$



Расчет приведенных затрат в станцию на газе

При максимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 6300 + 2250 = 4014 \text{ млн.руб.}$$

При максимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 6300 + 2050 = 3814 \text{ млн.руб.}$$

При минимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 5900 + 2250 = 3902 \text{ млн.руб.}$$

При минимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо 8.

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 5900 + 2050 = 3702 \text{ млн.руб.}$$



Вероятностные условия оптимизации

$$MF(Y_{opt}) = \min_{i=1, m} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_i)$$

Вероятные приведенные затраты в станцию на угле

$$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij} = 0,25 \cdot 4932 + 0,3 \cdot 3952 +$$

$$0,05 \cdot 3820 + 0,15 \cdot 3840 = 4170,6$$

Вероятные приведенные затраты в станцию на газе

$$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij} = 0,25 \cdot 4014 + 0,3 \cdot 3814 +$$

$$0,05 \cdot 3802 + 0,15 \cdot 3702 = 3887,1$$



Оптимизация в вероятностных условиях

Платежная матрица, млн.руб

Вероятность события	$p = 0,25$	$p = 0,3$	$p = 0,3$	$p = 0,15$	Вероятностные условия оптимизации
Внешние условия	K_{\max}, I_{\max}	K_{\max}, I_{\min}	K_{\min}, I_{\max}	K_{\min}, I_{\min}	
Угольная КЭС	4932	3952	3920	3840	4170,6
Газовая КЭС	4014	3814	3902	3702	3887,1
Рекомендация по критерию	$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$				КЭС на газе

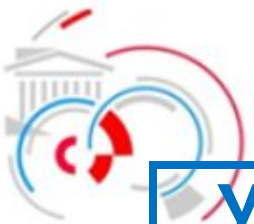


Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Наиболее распространенным в практике случаем являются условия неопределенности. Например, удастся дать прогноз диапазона перспективных нагрузок энергосистемы, но неизвестны вероятности наступления каждого значения нагрузки из этого диапазона.

Значения функционала цели F , получаемые для сопоставляемых вариантов (альтернатив) Y при различных внешних условиях X , образуют **платежную матрицу**.



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации Платежная матрица

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}
...
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}
...
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}

**Выбор стратегии выполняется по критериям
принятия в условиях неопределенности.**



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Рекомендации или правила выбора наилучшего решения в такой ситуации даются теорией принятия решений в условиях неопределенности.

Теория **не позволяет дать однозначный ответ** по выбору наилучшего решения, но позволяет выстроить **несколько** цепей логических рассуждений по обоснованию выбора по нескольким критериям, заимствованным из теории игр.

Критерии теории игр

1. Критерий минимаксных затрат (критерий Вальда).
2. Критерий недостаточного основания (критерий Лапласа).
3. Критерий минимаксного риска (критерий Севиджа).
4. Критерий Гурвица.



Условия оптимизации развития ЭЭС

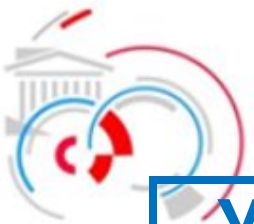
Неопределенные условия оптимизации

Критерий Вальда - критерий минимакса

Принцип принятия решения по критерию основан на ориентации, из осторожности, на наиболее неблагоприятные внешние условия $X_1, X_2 \dots X_j \dots X_n$ при реализации каждой альтернативы (варианта решения) $Y_1, Y_2 \dots Y_i \dots Y_m$.

Решение принимается на базе платежной матрицы в которой определяются значения критерия для каждой альтернативы максимальные $\max F_{ij}$ (при стремлении к минимизации критерия), затем выбирается альтернатива с минимальным значением критерия оптимальности (минимальное из максимальных).

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Критерий Вальда - критерий минимакса

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	$\max F_{ij}$
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}	$\max F_{1j}$
...	
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}	$\max F_{ij}$
...	
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}	$\max F_{mj}$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Пример принятия решения по критерию Вальда

	X_1	X_2	X_3	$\max F_{ij}$
Y_1	10	12,8	11,5	12,8
Y_2	10	11	13	13
Y_3	12	11	10,5	12
Y_4	11	10,5	12,5	12,5
Минимальное из максимальных значений $\min \max F_{ij}$				12
Оптимальное решение				Y_3

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$



Критерий Вальда - критерий минимакса

Недостатком критерия минимакса является его ориентация на учет только самой неблагоприятной ситуации. Такой критерий имеет безусловное преимущество, если выбор стратегии приходится делать в условиях, когда кто-то (противник) стремится создать неблагоприятные внешние условия при реализации всех альтернатив. Такие ситуации могут возникать в антагонистических играх двух лиц Y и X (теория игр).

В задачах развития энергетики нельзя представить внешние условия – сторону X сознательно стремящимися создать при развитии энергетики наиболее неблагоприятную обстановку. Значения X есть результат нашего недостаточного знания закономерностей природы, а природа может ставить перед нами сложные задачи, но она не злонамеренна. Поэтому при выборе стратегии развития энергетики логично **учитывать не только наиболее неблагоприятные условия, но и любые другие.**



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Критерий Лапласа - критерий недостаточного основания

Принятие решения по критерию основано на ориентации на **равные вероятности** наступления разных внешних условий, ибо нет основания отдать предпочтение какому-либо конкретному.

При этом в платежной матрице определяются средние значения критерия для каждой альтернативы и затем выбирается альтернатива с минимальным значением критерия оптимальности (минимальное из средних).

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Критерий Лапласа - критерий недостаточного основания

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij}$
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{1j}$
...	
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}	
...	
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{mj}$

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации Пример принятия решения по критерию Лапласа

	X_1	X_2	X_3	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij}$
Y_1	10	12,8	11,5	11,43
Y_2	10	11	13	11,33
Y_3	12	11	10,5	11,17
Y_4	11	10,5	12,5	11,33
Минимальное из максимальных значений				11,17
Оптимальное решение				Y_3

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

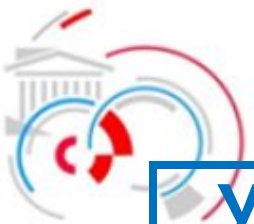
Неопределенные условия оптимизации

Критерий Севиджа - критерий минимаксного риска

Принцип принятия решения по критерию основан на преобразовании платежной матрицы в матрицу риска и последующем применении к ней минимаксного критерия.

Получение матрицы риска R основано на определении перерасхода ресурса в каждой альтернативе Y по сравнению с лучшей для каждого из вариантов внешних условий X .

Элементы матрицы риска $R_{ji} = F_{ji} - F_{\min i}$.



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Критерий Севиджа - критерий минимаксного риска

Построение матрицы риска

Элементы матрицы риска $R_{ji} = F_{ji} - F_{\min i}$

Платежная матрица

Матрица риска R

	X_1	X_2	X_3
Y_1	10	12,8	11,5
Y_2	10	11	13
Y_3	12	11	10,5
Y_4	11	10,5	12,5

	X_1	X_2	X_3
Y_1	0	$12,8 - 10,5 = 2,3$	1
Y_2	0	$11 - 10,5 = 0,5$	2,5
Y_3	$12 - 10 = 2$	$11 - 10,5 = 0,5$	0
Y_4	$11 - 10 = 1$	0	2



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Пример принятия решения по критерию Севиджа

	X_1	X_2	X_3	$\max R_{ij}$
Y_1	0	2,3	1	2, 3
Y_2	0	0,5	2,5	2,5
Y_3	2	0,5	0	2
Y_4	1	0	2	2
Минимальный риск максимальных значений				2
Оптимальное решение				Y_3 , Y_4

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} R_{ij}$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

Критерий Гурвица - взвешенный критерий

Принцип принятия решения по критерию основан на том, что в задачах развития энергетики ситуации внешних условий складываются стихийно. Это приводит к критерию оптимальности, взвешенно учитывающему как наиболее благоприятные, так и наиболее неблагоприятные внешние условия X при реализации каждой альтернативы (варианта решения) Y .

В платежной матрице определяются значения критерия F_i для каждой альтернативы на основе выбранных значений коэффициентов «пессимизма - α » и «оптимизма $1 - \alpha$ ». В качестве критерия оптимальности выбирается минимальное из значения критерия для всех альтернатив

$$F = \min_{i=1, m} \left[\alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right]$$



Условия оптимизации развития ЭЭС

Неопределенные условия оптимизации

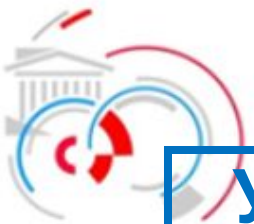
Критерий Гурвица - взвешенный критерий

В качестве критерия оптимальности выбирается минимальное из значения критерия для всех альтернатив

$$F = \min_{i=1, m} \left[\alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right]$$

Наиболее трудным является выбор величины α

С учетом больших экономических потерь от неверных решений по развитию систем энергетики и высокую инерционность инвестиционного комплекса энергетики, рекомендуется выбирать значение коэффициента пессимизма в диапазоне $0,5 \leq \alpha \leq 1$.

**Условия оптимизации развития ЭЭС****Неопределенные условия оптимизации**

Пример принятия решения по критерию Гурвица

	X_1	X_2	X_3	$0,7 \max F_i + 0,3 \min F_i$
Y_1	10	12,8	11,5	11,96
Y_2	10	11	13	12,10
Y_3	12	11	10,5	11,55
Y_4	11	10,5	12,5	11,90
Минимальное из максимальных значений				11,55
Оптимальное решение				Y_3

$$F = \min_{i=1, m} \left[\alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right], \quad \alpha = 0,7$$



Неопределенные условия оптимизации

Задача 2. Капиталовложения в угольную КЭС имеют диапазон неопределенности 7250 – 7650 млн. руб., а годовые издержки на топливо 1810 – 1890 млн. руб. Для газовой КЭС эти показатели равны соответственно 5900 – 6300 и 2050 – 2250 млн. руб. Рассмотрев ситуации взаимно независимых колебаний капиталовложений и издержек, одинаковые для обеих станций, дать рекомендацию по варианту проекта, используя метод годовых приведенных затрат с $E_n=0,12$ при годовых амортизационных отчислениях 0,08.

Решение. Годовые приведенные затраты

$$Z = E_n \cdot K + I_{\Sigma} = E_n \cdot K + \alpha_{ам} \cdot K + I_{топл}$$



Неопределенные условия оптимизации

Критерий Вальда

Платежная матрица, млн.руб

Внешние условия	K_{\max}, I_{\max}	K_{\max}, I_{\min}	K_{\min}, I_{\max}	K_{\min}, I_{\min}	Критерий Вальда
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3420
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3510
Рекомендация по критерию	$\underline{F} = \min_{i=1,m} \max_{j=1,n} F_{ij}$				КЭС на угле



Неопределенные условия оптимизации Критерий Лапласа

Платежная матрица, млн.руб

Внешние условия	K_{\max}, I_{\max}	K_{\max}, I_{\min}	K_{\min}, I_{\max}	K_{\min}, I_{\min}	Критерий Лапласа
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3340
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3370
Рекомендация по критерию	$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$				КЭС на угле



Неопределенные условия оптимизации

Критерий Гурвица

Платежная матрица, млн.руб

$$\alpha = 0,7$$

Внешние условия	K_{\max}, I_{\max}	K_{\max}, I_{\min}	K_{\min}, I_{\max}	K_{\min}, I_{\min}	Критерий Гурвица
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3372
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3426
Рекомендация по критерию	$\bar{F} = \min_{i=1,m} \left[\alpha \max_{j=1,n} F_{ij} + (1-\alpha) \max_{j=1,n} F_{ij} \right]$				КЭС на угле



Неопределенные условия оптимизации Критерий Севиджа

Матрица рисков, млн.руб

Внешние условия	K_{\max}, I_{\max}	K_{\max}, I_{\min}	K_{\min}, I_{\max}	K_{\min}, I_{\min}	Критерий Гурвица
Угольная КЭС	0	30	0	30	30
Газовая КЭС	90	0	90	0	90
Рекомендация по критерию	$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} R_{ij}$				КЭС на угле



УрФУ
Кафедра «Автоматизированные электрические системы»



Уральский
федеральный
университет
имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !