

Решение задач
экономического содержания
№ 19

№ 1. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6902000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

Решение.

Пусть $S = 6902000$ р., $b = 1,125$ (то есть 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент b). Тогда:

31.12.2015 год: $(Sb - X)$ – (сумма долга после первой выплаты)

31.12.2016 год: $(Sb - X)b - X$ - сумма долга после второй выплаты

31.12.2017 год: $(S^2 - xb - x)b - x = Sb^3 - xb^2 - xb - x$ - сумма долга после третьей выплаты

31.12.2018 год: $(Sb^3 - xb^2 - xb - x)b - x = 0$ - последняя сумма выплаты после четвертой выплаты

№ 1. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6902000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

$$(Sb^3 - xb^2 - xb - x)b - x = 0$$

$$Sb^4 - xb^3 - xb^2 - xb - x = 0$$

$$Sb^4 = x(b^3 + b^2 + b + 1)$$

$$X = \frac{Sb^4}{b^3 + b^2 + b + 1}$$

$$X = \frac{6902000 \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}}{\frac{729}{512} + \frac{81}{64} + \frac{9}{8} + 1} = \frac{862750 \cdot 81 \cdot 81}{64 \cdot 8} : \left(\frac{1377}{512} + \frac{17}{8} \right) = \frac{350 \cdot 81 \cdot 81 \cdot 512}{512 \cdot 2465} = 350 \cdot 81^2 = 2296350$$

Ответ: 2 296 350

№ 2.

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Олег переводит очередной транш. Если бы он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Олег взял деньги в банке?

Решение.

Пусть S – сумма кредита, a – годовой %, $b=1+0,01a$, $X_1=328050$ р., $X_2=587250$ р.

Рассчитаем кредит на 4 года:

$$31.12.2015: (Sb - X)$$

$$31.12.2016: (Sb - X)b - X$$

$$31.12.2017: (Sb^2 - xb - x)b - x = Sb^3 - xb^2 - xb - x$$

$$31.12.2018: (Sb^3 - xb^2 - xb - x)b - x = 0$$

№ 2.

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Олег переводит очередной транш. Если бы он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Олег взял деньги в банке?

$$Sb^4 = x(b^3 + b^2 + b + 1) \quad S = \frac{X(b^3 + b^2 + b + 1)}{b^4} \quad S = \frac{328050(b^3 + b^2 + b + 1)}{b^4}$$

Рассчитаем кредит на 2 года:

31.12.2015: $(Sb - X)$ **31.12.2016:** $(Sb - X)b - X = 0$

$$Sb^2 - Xb - X = 0$$

$$Sb^2 = Xb + X$$

$$S = \frac{X(b + 1)}{b^2}$$

$$S = \frac{587250(b + 1)}{b^2}$$

№ 2.

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Олег переводит очередной транш. Если бы он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Олег взял деньги в банке?

Так как сумма кредита одна и та же, то приравняем полученные равенства.

$$\frac{328050(b^3 + b^2 + b + 1)}{b^4} = \frac{587250(b + 1)}{b^2} \cdot b^4$$

$$328050(b^3 + b^2 + b + 1) = 587250(b^3 + b^2)$$

$$(b + 1)(b^2 + 1) \cdot 6561 = 11745b^2(b + 1)$$

$$6561b^2 + 6561 = 11745b^2$$

$$5184b^2 = 6561$$

$$b^2 = \frac{729}{576}$$

$$b = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$$

$$b = 1 + 0,01a$$

$$\frac{9}{8} = 1 + 0,01a$$

$$0,01a = \frac{1}{8}$$

$$a = 0,125 : 0,01$$

$$a = 12,5$$

Ответ: 12,5%

№ 3. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн.рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга, затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс.рублей.?

Решение:

1.01.2015 : взял 1,1 млн.руб

1.02.2015: 1,1 млн.-275000=725100 руб,

после начисления 1% : $725100+7251=732351$ руб.

1.03.2015: $732351-275000=457351$ руб.

после начисления 1% : $457351+4573,51=461924,51$ руб.

1.04.2015: $461924,51-275000=186924,51$ руб.

после начисления 1%: $186924,51+1869,2451=188793,7551$ руб.

1.05.2015: $188793,7551 < 275000$, следовательно Александр Сергеевич закрывает кредит.

Ответ: 5 месяцев

№ 4. Первоначально годовой фонд заработной платы столовой составлял 1500000 рублей. После увеличения числа клиентов, штатное расписание было увеличено на 9 человек, а фонд заработной платы возрос до 5250000 рублей. Средняя годовая заработная плата (относительно всех сотрудников) стала больше на 100 000 рублей. Какова стала средняя заработная плата (относительно всех сотрудников) после увеличения годового фонда?

Решение.

До увеличения числа клиентов:

Было: x (сотр), $x \in \mathbb{N}$

Годовой фонд з/п: 1 500 000 руб

Ср.год з/п 1 500 000 : x

После увеличения числа клиентов:

Стало: $(x+9)$ (сотр)

Годовой фонд з/п: 5 250 000 руб

Ср.год з/п 5 250 000 : $(x+9)$

Составим уравнение:

№ 4

$$\frac{5250000}{x+9} - \frac{1500000}{x} = 100000$$

$$\frac{525}{x+9} - \frac{150}{x} = 10$$

$$10x^2 - 285x + 1350 = 0$$

$$2x^2 - 57x + 270 = 0$$

$$D = 33^2$$

$$x = \frac{57 \pm 33}{4} = \begin{cases} 22,5 \\ 6 \end{cases}$$

$X=22,5$ не удовлетворяет условию задачи, следовательно было первоначально 6 сотрудников.

Средняя заработная плата после увеличения годового фонда стала:
 $5\,250\,000 : (9+6) = 350\,000$ руб.

Ответ: 350 000 руб.

№ 5

Холдинг «Вертолёты России» планирует выпустить в первом квартале 20% годового плана, во втором — увеличить производство в 1,5 раза, в четвёртом выпустить 102 вертолёта. В третьем квартале, во время отпусков, как показывает статистика, выпускается половина от среднего арифметического количества выпускаемых вертолётов во втором и четвёртом кварталах. Какое количество вертолётов планируется выпустить холдингом в третьем квартале?

Решение.

Пусть годовой план: x – 100%

В 1 квартале выпустили: $0,2x$ вертолетов,

Во 2 квартале: $0,2x * 1,5 = 0,3x$ вертолетов

В 3 квартале: $(102 + 0,3x) : 4 = 25,5 + 0,075x$ вертолетов

В 4 квартале по условию 102 вертолета.

Составим уравнение:

$$25,5 + 0,075x + 0,2x + 0,3x = x, \quad 0,425x = 127,5; \quad X = 300.$$

300 вертолетов – годовой план, значит в 3 квартале планируется выпустить:

$$(102 + 0,3 * 300) : 4 = 48 \text{ вертолетов.}$$

Ответ: 48 вертолетов