Министерство образования и науки Алтайского края
КГБПОУ «Алтайская академия гостеприимства»

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ

Тема проекта: Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

Выполняла студентка гр. Т-1812
Ложкина Виктория

Тема проекта актуальна на данный момент, потому что бином Ньютон применяется для решения примеров и задач, в том числе комбинаторных; в комбинаторике, в том числе, в математической статистике и логике; к исследованию функций и приближенным вычислениям. Изучение обобщающих формул развивает дедуктивное-математическое мышление и общие мыслительные способности.

Цель исследования: обобщить формулы сокращенного умножения, показать их применение к решению задач.

Задачи исследования:

1) изучить применении бинома Ньютона.

2) привести примеры задач на применение бинома Ньютона и формул суммы и разности степеней.

Объекты исследования: бином Ньютона, формулы суммы и разности степеней.

Предмет исследования: применение бинома Ньютона и формул суммы и разности при решении примеров.

Слово «бином» означает двучлен, т.е. сумму двух слагаемых. Из школьного курса известны так называемые формулы сокращенного умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Обобщением этих формул является формула, называемая формулой бинома Ньютона. Используются в школе и формулы разложения на множители разности квадратов, суммы и разности кубов.

Слово «бином» в переводе с латыни означает и двучлен. Формула эта имеет прямое отношение к комбинаторике.

Для удобства в выражении $(a + b)^n$ вынесем b^n за скобки и обозначим a/b через x. Получается $b^n(x + 1)^n$. На время забудем про множитель b^n и будем искать формулу для $(x + 1)^n$. Нетрудно догадаться, что после раскрытия скобок перед нами предстанет многочлен n-й степени.

Вывод формулы бинома Ньютона

Рассмотрим степени двучлена a + b.

$n = 0$, $(a+b)^0 = 1$

$n = 1$, $(a+b)^1 = 1a+1b$

$n = 2$, $(a+b)^2 = 1a^2+2ab+1b^2$

$n = 3$, $(a+b)^3 = 1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3$

$n = 4$, $(a+b)^4 = 1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4$

$n = 5$, $(a+b)^5 = 1a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+1b^5$

Заметим следующие закономерности:

- число членов получаемого многочлена на единицу больше показателя степени бинома;

- показатель степени первого слагаемого убывает от n до 0, показатель степени второго слагаемого возрастает от 0 до n;

- степени всех одночленов равны степени двучлена в условии;

- каждый одночлен является произведением первого и второго выражения в различных степенях и некоторого числа - биномиального коэффициента;

- биномиальные коэффициенты, равноотстоящие от начала и конца разложения, равны.

Обобщением этих формул является следующая формула, называемая формулой бинома Ньютона:

$(a+b)^n = C^0_n a^n b^0 + C^1_n a^{n-1}b + C^2_n a^{n-2}b^2 + \dots + C^{n-1}_n ab^{n-1} + C^n_n a^0 b^n$. (6)

Треугольник Паскаля

	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n											
0		1									
1		1	1								
2		1	2	1							
3		1	3	3	1						
4		1	4	6	4	1					
5		1	5	10	10	5	1				
6		1	6	15	20	15	6	1			
7		1	7	21	35	35	21	7	1		
8		1	8	28	56	70	56	28	8	1	
9		1	9	36	84	136	136	84	36	9	1

Связь ряда простых чисел и треугольника Паскаля.

Треугольник Паскаля

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

0: 1
1: 1 1
2: 1 2 1
3: 1 3 3 1
4: 1 4 6 4 1
5: 1 5 10 10 5 1
6: 1 6 15 20 15 6 1
7: 1 7 21 35 35 21 7 1
8: 1 8 28 56 70 56 28 8 1
9: 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10: 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
11: 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
12: 1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
13: 1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
14: 1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1

Подумаешь, Бином Ньютона

Оскар Хуторянский

"Подумаешь, Бином Ньютона"

Кот промяукал Бегемот

(Он Воланда слуга покорный),

Предсказывая жизни ход.

Все это только подтверждает

Ньютона гений, но давно

Бином известен был в Китае,

Арабы знали про него.

Но обобщил Ньютон решение,

Возвёл он в степень многочлен...

Избавил нас от всех сомнений

Других же нет у нас проблем.

Скажите нам совсем без прений

Зачем нам нужен тот бином?

Комбинаторику явлений

Мы без бинома не найдём.