Определите вид кривой
Z = - ctg(t) + i*3*Cossec(t)

1.1. t — аргумент, t € |R

z — функция

1.2. z € ₵

Z: |R →₵

1.3. Введём алгебраическую форму записи z(t) = x(t) + iy(t):

x = x(t) = Re z(t)

y = y(t) = Im z(t)

2.1

$$\begin{cases} x(t) = -ctg(t) \\ y(t) = 3\,Cosec(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{-\cos(t)}{\sin(t)} \\ y = \dfrac{3}{\sin(t)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = \dfrac{\cos(t)}{\sin(t)} \\ \dfrac{y}{3} = \dfrac{1}{\sin(t)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = \dfrac{\cos^2(t)}{\sin^2(t)} \\ \dfrac{y^2}{9} = \dfrac{1}{\sin^2(t)} \end{cases}$$

Вычитая почленно из 1-го равенства системы 2-ое можно избавиться от параметра

$$t: x^2 - \frac{y^2}{9} = \frac{\cos^2(t)}{\sin^2(t)} - \frac{1}{\sin^2(t)}$$

$$x^2 - \frac{y^2}{9} = \frac{1}{\sin^2(t)} - \frac{\sin^2(t)}{\sin^2(t)} - \frac{1}{\sin^2(t)}$$

$$x^2 - \frac{y^2}{9} = -1 (\textit{гипербола})$$

Построение гиперболы

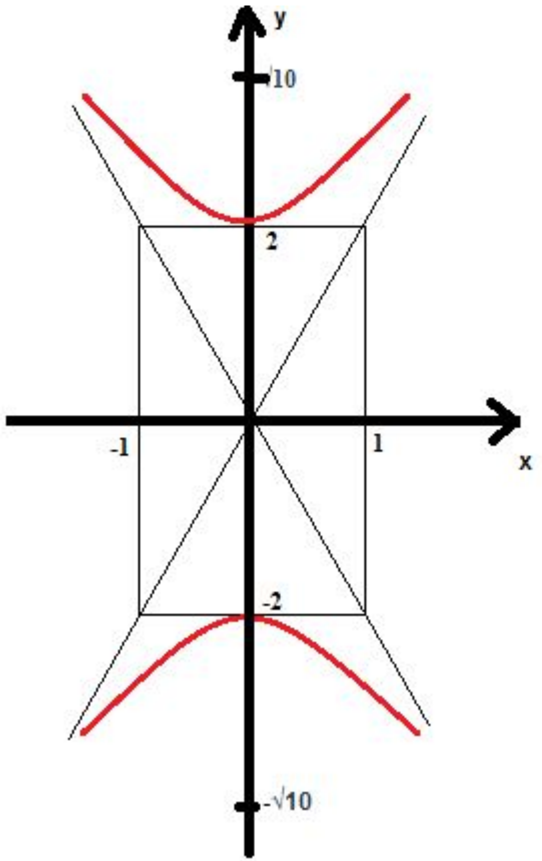
O (0;0) — центр гиперболы

$a^2 = 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow$ действительная полуось

$b^2 = 9 \rightarrow b = 3 \rightarrow$ мнимая полуось

$c^2 = a^2 + b^2 = 1 + 9 = 10 \rightarrow c = \sqrt{10}$

$c = \sqrt{10} \rightarrow 2c = 2\sqrt{10}$ (расстояние между фокусами)



Спасибо за внимание!