Теория и практика экспериментальных оценок качества партии изделий с учётом рисков

1.3 Затраты производителя при различных видах производства партии

Затраты производителя при различных видах производства партии

«Бездефектое» производство невозможно

Математическая модель затрат для *бездефектного производства* ($i = 0$) партии $(N, 0)$ имеет место при следующих параметрах (1.11): $\eta(\alpha^*, \beta^*)$, η^*, $\eta_{\Delta C}$, $\mathring{\eta}_k = 0$. Тогда получим $\varepsilon(x_i | \alpha, \beta)|_{x_i = 0} = 0$ и, следовательно, $S(N, 0) = C_0 N$. Однако реализовать такое производство практически невозможно.

Только затраты на компенсацию ε

Для *дефектного производства без сплошного контроля* изделий в партии (N, x_i) математическая модель затрат производителя определяется только приведенными затратами на компенсацию за дефектные изделия:

$$\varepsilon(x_i|\alpha, \beta) = \mathring{\eta}_k x_i.$$

Компенсация влечёт потери

Таким образом, при предъявлении потребителю технологической партии (N, x_i), $x_i > 0$ производитель несет дополнительные затраты, определяемые выражением $\mathring{\eta}_k x_i C_0 N$. Уменьшение этих затрат возможно только за счет снижения уровня дефектности x_i.

Условие выгоды контроля (нч)

Для *дефектного производства при реализации производителем сплошного контроля* качества изделий в партии (N, x_i) из (1.12) запишем условие, которое определяет экономическую целесообразность такого контроля:

$$\varepsilon(x_i | \alpha, \beta) = C_1 + (C_2 + \beta \mathring{\eta}_k) x_i \le \mathring{\eta}_k x_i. \tag{1.13}$$

Поиск условий целесообразности контроля

Найдем точку пересечения линейных функций

$$C_1 + (C_2 + \beta \mathring{\eta}_k) x_i \text{ и } \mathring{\eta}_k \, x_i .$$

Координату точки пересечения получим из выражения

$$\hat{x}_i = \frac{C_1}{\mathring{\eta}_k (1-\beta) - C_2} = \frac{\eta(\alpha^*, \beta^*) f(\alpha, \beta) + \eta^* \alpha}{\left[\mathring{\eta}_k - (\eta^* + \eta_{\Delta C})\right](1-\beta) + \eta^* \alpha}. \qquad (1.14)$$

Первая ситуация

Рассмотрим две ситуации.

1) $\hat{x}_i \geq 1$ (рис. 1.4, *а*). В этом случае

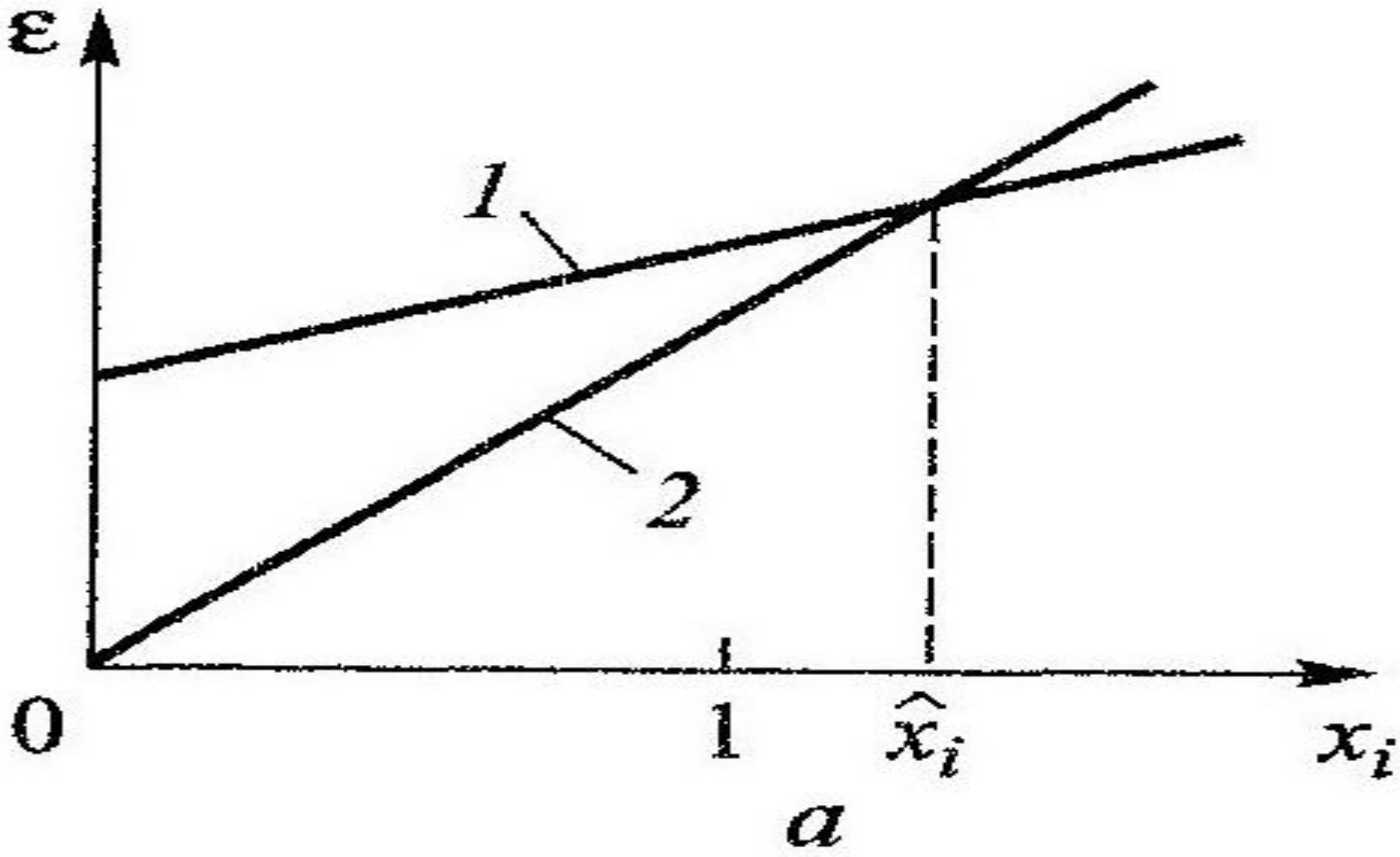
$$\eta(\alpha^*, \beta^*) f(\alpha, \beta) \geq \left[\mathring{\eta}_k - (\eta^* + \eta_{\Delta C})\right](1-\beta). \tag{1.15}$$

Из рисунка следует, что имеет место отношение

$$\varepsilon(x_i | \alpha, \beta) \geq \mathring{\eta}_k \, x_i \text{ для } \forall x_i \in [0, 1].$$

Это означает, что производителю выгодно отказаться от сплошного контроля качества изделий в партии и выплатить компенсацию за дефектные изделия.

Рис. 1.4. Расположение функции $\varepsilon(x_i|\alpha, \beta)$ (*1*) относительно прямой $\mathring{\eta}_k x_i$ (*2*) для: *а* — $\hat{x}_i \geq 1$



Вторая ситуация

2) $\hat{x}_i < 1$ (рис. 1.4, *б*). Эта ситуация возникает при условии, противоположном (1.15), а именно:

$$\eta(\alpha^*, \beta^*) f(\alpha, \beta) < \left[\overset{\circ}{\eta}_k - (\eta^* + \eta_{\Delta C}) \right] (1 - \beta).$$

Из рис. 1.4, *б* следует

$$\varepsilon(x_i | \alpha, \beta) \Rightarrow \begin{cases} \geq \overset{\circ}{\eta}_k x_i, \text{ если } x_i \leq \hat{x}_i, \\ < \overset{\circ}{\eta}_k x_i, \text{ если } x_i > \hat{x}_i. \end{cases} \tag{1.16}$$

Рис. 1.4. Расположение функции $\varepsilon(x_i|\alpha, \beta)$ (*1*) относительно прямой $\mathring{\eta}_k x_i$ (*2*) для: *б* — $\hat{x}_i < 1$

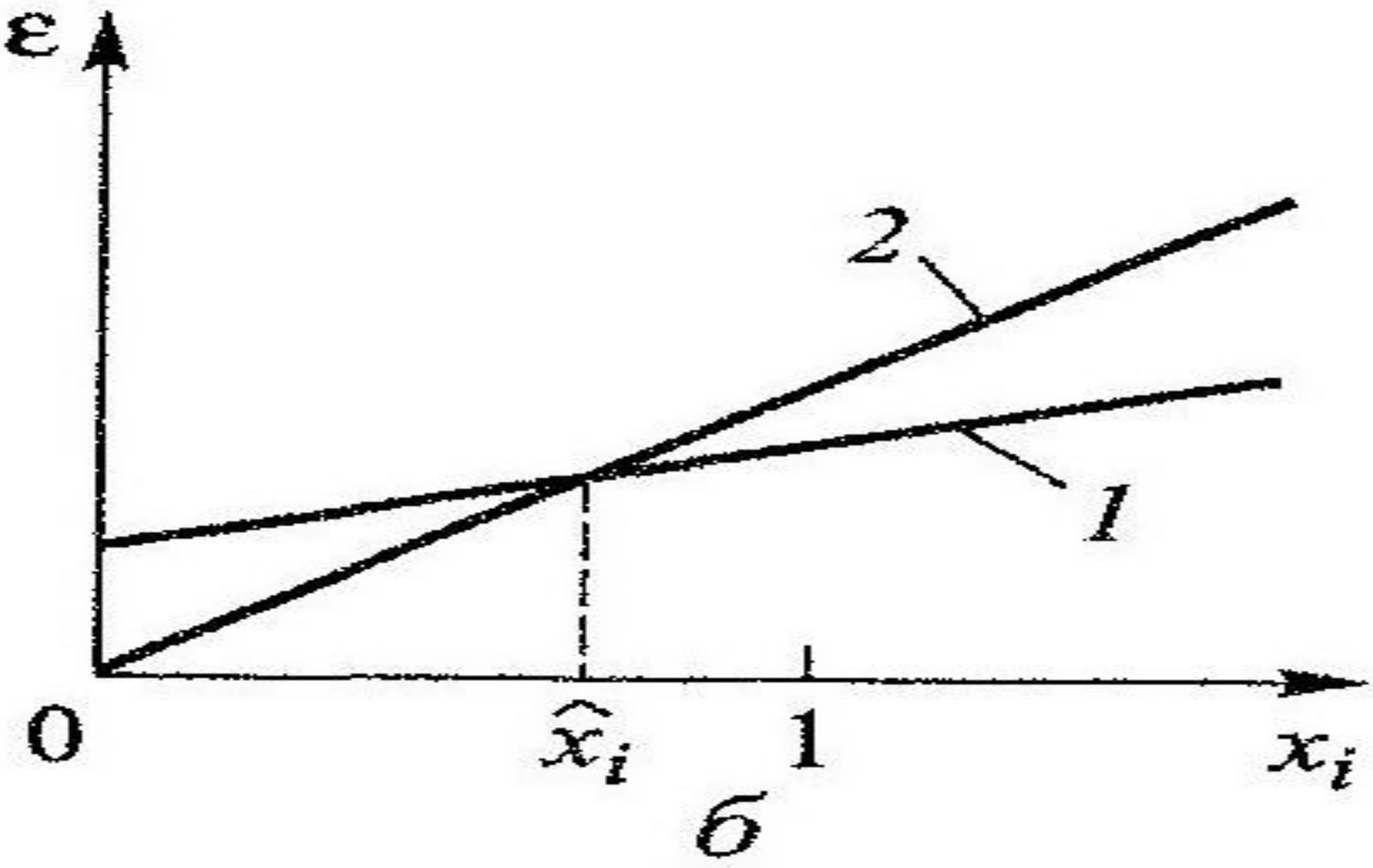
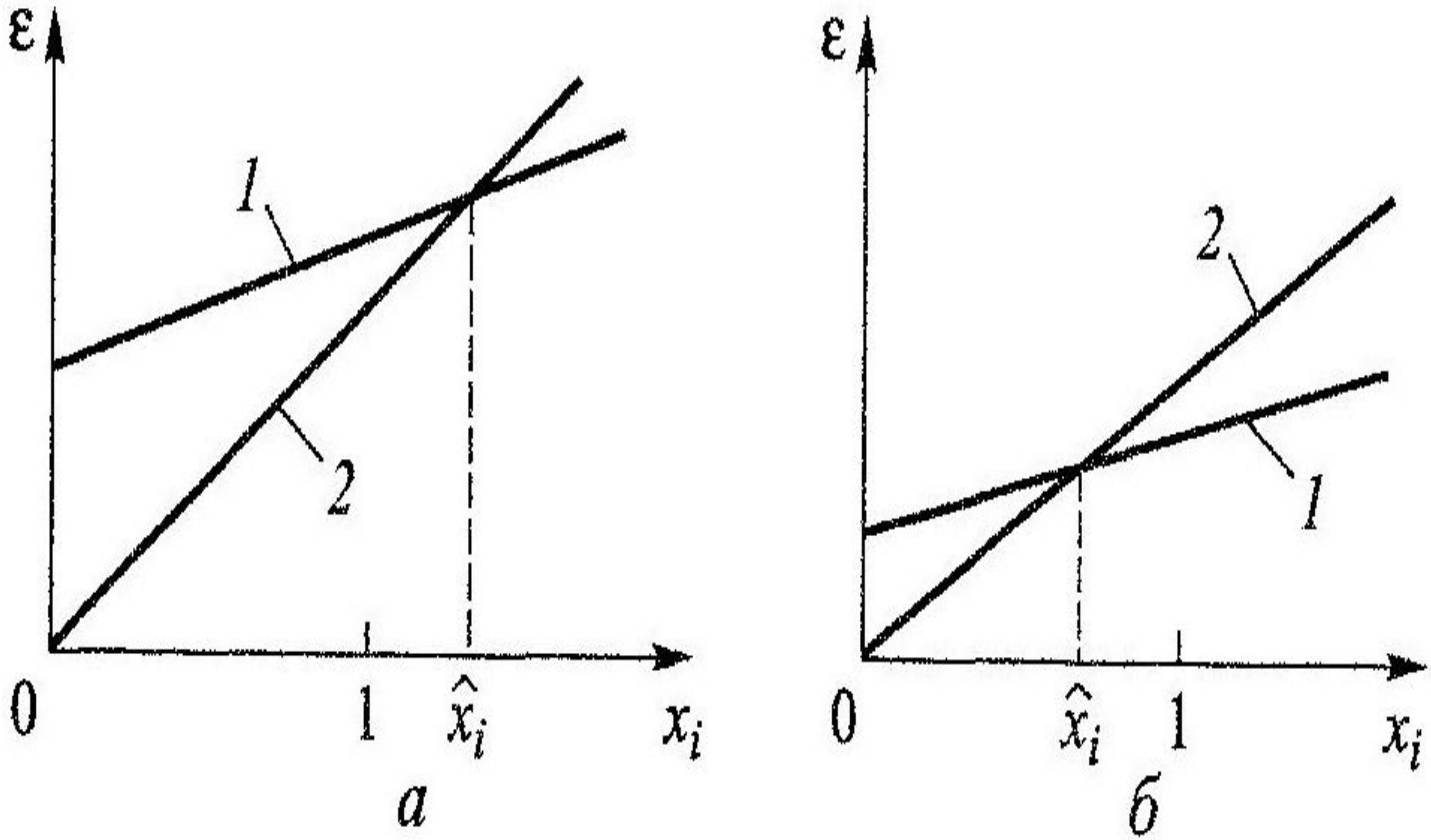


Рис. 1.4. Расположение функции $\varepsilon(x_i | \alpha, \beta)$ (*1*) относительно прямой $\mathring{\eta}_k x_i$ (*2*) для:
а — $\hat{x}_i \geq 1$; *б* — $\hat{x}_i < 1$



Когда выгоден сплошной контроль?

На основе отношений (1.16) можно утверждать, что для партий (N, x_i), $x_i \le \hat{x}_i < 1$ (с малым уровнем дефектности) производителю не следует использовать сплошной контроль качества изделий в партии, а для партий (N, x_i), $x_i > \hat{x}_i$ (с большим уровнем дефектности) такой контроль производителю выгоден.

Дано:

Пример 1.1. Исходные данные: $\alpha^* = \beta^* = 0,1$; $\alpha = \beta = 0,1$; $\mathring{\eta}_k = 2$; $\eta^* = 0,5$; $\eta_{\Delta C} = 1,0$; $\eta(\alpha^*, \beta^*) = 0,2$. Рассчитаем интервал, на котором производителю невыгодно осуществлять сплошной контроль изделий в партии.

Решение:

При таких данных по определению будем иметь

$$f(\alpha,\ \beta)\Big|_{\substack{\alpha=\alpha^* \\ \beta=\beta^*}} = 1.$$

Оценим условие (1.15):

$$\eta(\alpha^*,\ \beta^*)\,f(\alpha,\ \beta) = 0,2,$$

$$\left[\overset{\circ}{\eta}_k - (\eta^* + \eta_{\Delta C})\right](1-\beta) = (2-1,5)0,9 = 0,45 > 0,2 = \eta(\alpha^*,\ \beta^*)\,f(\alpha,\ \beta).$$

Вывод:

Условие не выполняется, т. е. имеет место ситуация, когда $\hat{x}_i < 1$. Используя выражение (1.14), получим

$$\hat{x}_i = \frac{\eta(\alpha^*, \beta^*) f(\alpha, \beta) + \eta^*\alpha}{\left[\overset{\circ}{\eta}_k - (\eta^* + \eta_{\Delta C})\right](1-\beta) + \eta^*\alpha} = \frac{0,2 + 0,5 \cdot 0,1}{0,45 + 0,5 \cdot 0,1} = \frac{0,25}{0,5} = 0,5.$$

Вывод. Для партий $(N,\ x_i)$, $x_i \le 0,5$ сплошной контроль изделий для производителя невыгоден, а для партий $(N,\ x_i)$, $x_i > 0,5$ — выгоден.

Приведённые затраты

Рассмотрим функцию приведенных затрат производителя (1.13)

$$\varepsilon(x_i|\alpha,\ \beta) = C_1 + (C_2 + \overset{\circ}{\eta}_k\,\beta)x_i,$$

где

$$C_1 = \eta(\alpha^*,\ \beta^*)f(\alpha,\ \beta) + \eta^*\alpha = 0,25,$$

$$C_2 = (\eta^* + \eta_{\Delta C})(1 - \ \beta) - \eta^*\alpha = 1,5\cdot 0,9 + 0,05 = 1,4,$$

$$C_2 + \beta\,\overset{\circ}{\eta}_k = 1,4 + 0,2 = 1,6$$

и, следовательно,

$$\varepsilon(x_i|\alpha,\ \beta) = 0,25 + 1,6x_i.$$

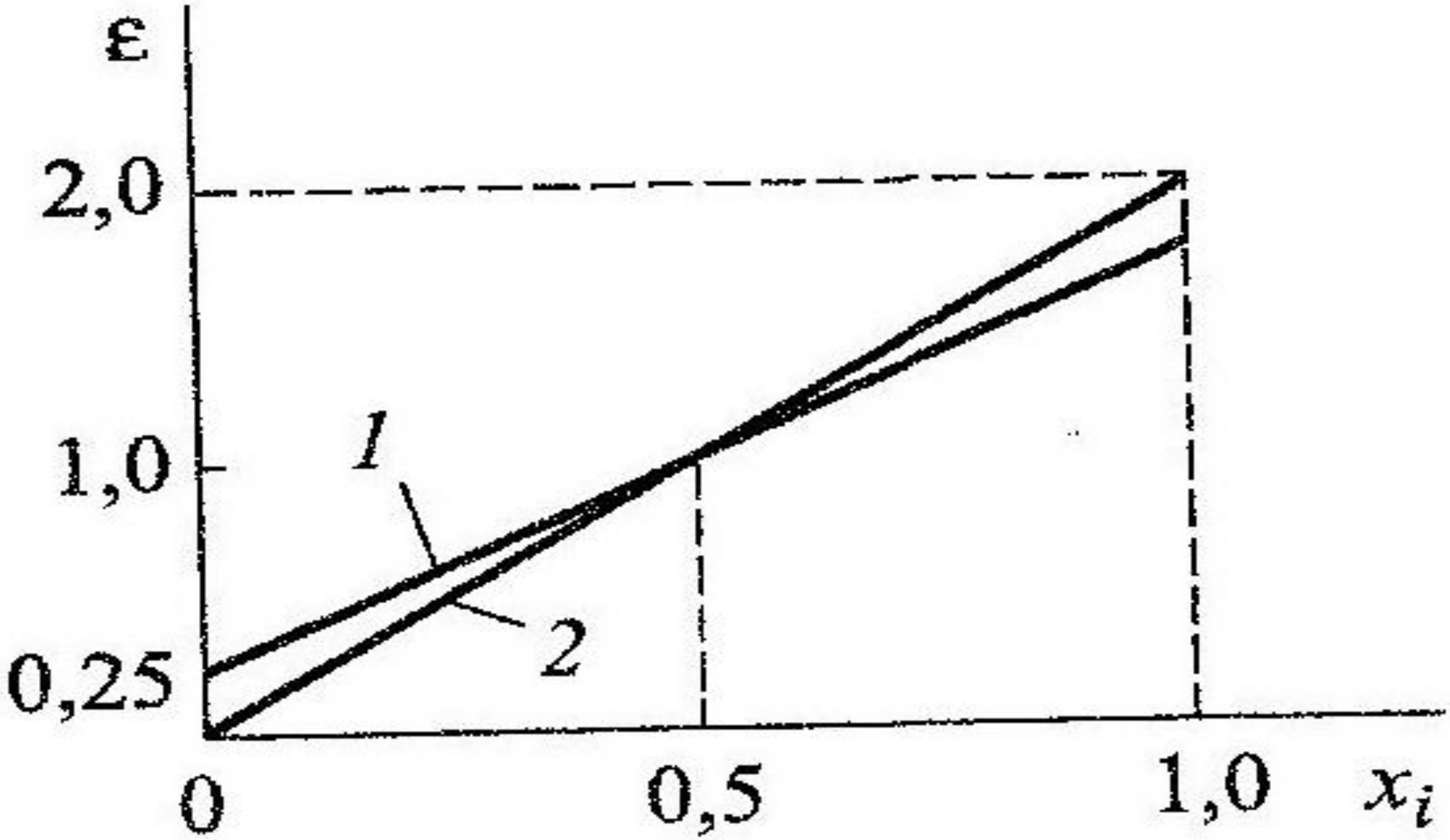
Графики функций затрат на компенсацию **ε** и дополнительных затрат **η**

Графическая интерпретация расположения функций, входящих в отношение (1.13), показана на рис. 1.5.

Непосредственно из этого рисунка видно, что

$$\varepsilon(x_i \,|\alpha,\ \beta) \Rightarrow \begin{cases} \geq \mathring{\eta}_k\, x_i, \text{ при } x_i \in [0;\ 0,5], \\ < \mathring{\eta}_k\, x_i, \text{ при } x_i \in (0,5;\ 1,0]. \end{cases}$$

Рис. 1.5. Расположение функции $\varepsilon(x_i|\alpha, \beta)$ (*1*) относительно прямой $\mathring{\eta}_k x_i$ (*2*)



Выводы - производителю выгодно:

- - на интервале $x_i \in [0;\ 0,5]$ не заниматься сплошным контролем изделий в партии, а *выплатить потребителю компенсацию за дефектные из*
- - на интервале $x_i \in (0,5;\ 1,0]$ *осуществить сплошной контроль изделий в партии до передачи её потребителю*.

XXX

1.3