Спецификация моделей

Третий принцип спецификации моделей.

Рассмотренные нами модели записаны при молчаливом допущении, что они остаются неизменными во времени. Из теории известно, что все переменные объекта изменяются со временем. Этот факт должен быть отражен в моделях. Для этого каждой переменной, которая изменяется со временем добавляется индекс “t”.

Например, Y^d_t означает, что переменная уровень спроса относится к текущему моменту времени.
С учетом сказанного модель (1.4) конкурентного рынка должна иметь вид:

$$
\begin{aligned}
&Y^d_t = a_0 + a_1 \bullet p_t + a_2 \bullet x_t \\
&Y^s_t = b_0 + b_1 \bullet p_t \qquad\qquad (2.1) \\
&Y^s_t = Y^d_t \\
&(a_0, a_2, b_0, b_1) > 0 \\
&a_1 < 0
\end{aligned}
$$

Определение. Экономические модели, значения переменных которых привязаны к моменту времени, называются динамическими.
Определение. Переменные, связанные с моментом времени, называются датированными.

Спецификация моделей

- Дополнительно необходимо учесть, что экономические объекты обладают инертностью, т.е. не все переменные объекта «успевают» за временем. Например, производитель не может мгновенно реорганизовать производство, чтобы увеличить или уменьшить выпуск продукции в соответствии с изменившимся спросом.

Для учета этого факта в моделях применяются переменные, отнесенные к прошлому периоду времени.

С учетом сказанного, модель (2.1) следует записать в виде:

$$
\begin{aligned}
&Y^d_t = a_0 + a_1 \bullet p_t + a_2 \bullet x_t \\
&Y^s_t = b_0 + b_1 \bullet p_{t-1} \qquad\qquad (2.2) \\
&Y^s_t = Y^d_t \\
&(a_0, a_2, b_0, b_1) > 0 \\
&a_1 < 0
\end{aligned}
$$

В модели (2.2) переменная p_{t-1} значение цены на продукцию в предыдущий период времени.

Замечание. Модель (2.2) получила название «расширенная паутинная модель конкурентного рынка».

Спецификация моделей

- **Определение.** Переменные модели, отнесенные к предыдущим моментам времени, называются **«лаговыми»**.
- **Определение.** Все лаговые переменные (эндогенные и экзогенные) и текущие экзогенные переменные составляют группу **«предопределенных»** переменных.
- **Уточнение.** В приведенной форме модели каждая текущая эндогенная переменная должна быть выражена через предопределенные переменные.

В модели (2.2) второе уравнение получила приведенную форму на этапе спецификации. Для полного преобразование модели (2.2) к приведенной форме достаточно найти выражения для p_t и Y^d_t:

$$p_t = \frac{b_0 - a_0}{a_1} - \frac{a_2}{a_1} \bullet x_t + \frac{b_1}{a_1} \bullet p_{t-1} \qquad (2.3)$$

$$Y_t^d = b_0 + b_1 \bullet p_{t-1}$$

$$Y_t^s = b_0 + b_1 \bullet p_{t-1}$$

Зная значения параметров модели и значение цены на товар в предшествующем периоде, можно дать прогноз равновесной цены и уровней спроса и предложения в текущем периоде времени.

Спецификация моделей

- В экономике часто встречаются такие факторы , которые носят качественный характер.

Например. Уровень образования («начальное», «среднее», «высшее», «незаконченное высшее».

Для использования таких факторов в моделях применяются «фиктивные» переменные.

Определение. Фиктивной переменной модели называют переменную, которая вводится для учета качественных факторов и принимающая дискретные числовые значения.

Например. Переменная К качество образования:

К =0 – «начальное образование»,

К =1 – «среднее образование»,

К =2 – «незаконченное высшее образование»,

К =3 – «высшее образование»

Фиктивные переменные участвуют в моделях одновременно с другими типами переменных.

Спецификация моделей

- Общий вид структурной формы экономической модели:

$$a_{10}y_0+a_{11}y_1+a_{12}y_2+\ldots+a_{1m}x_m+b_{10}x_0+b_{11}x_1+b_{12}x_2\ldots+b_{1n}x_n=0$$
$$a_{20}y_0+a_{21}y_1+a_{22}y_2+\ldots+a_{2m}x_m+b_{20}x_0+b_{21}x_1+b_{22}x_2\ldots+b_{2n}x_n=0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{i0}y_0+a_{i1}y_1+a_{i2}y_2+\ldots+a_{im}x_m+b_{i0}x_0+b_{i1}x_1+b_{i2}x_2\ldots+b_{in}x_n=0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{m0}y_0+a_{m1}y_1+a_{m2}y_2+\ldots+a_{mm}x_m+b_{m0}x_0+b_{m1}x_1+b_{m2}x_2\ldots+b_{mn}x_n=0$$

Или в каноническом матричном виде:

$$\mathbf{AY + BX = 0} \qquad \mathbf{(2.4)}$$

где: A – матрица коэффициентов при эндогенных переменных;
Y – вектор-столбец эндогенных переменных;
B – матрица коэффициентов при предопределенных переменных;
X – вектор столбец предопределенных переменных.

- Общий вид приведенной формы экономической модели:

$$\mathbf{Y = MX} \qquad \mathbf{(2.5)}$$

где: M – матрица коэффициентов при предопределенных переменных;
X – вектор столбец предопределенных переменных.

Спецификация моделей

- **Переход из структурной к приведенной форме модели:**

$$\mathbf{M = -A^{-1} \bullet B} \qquad (2.6)$$

где: A^{-1} –матрица обратная матрице A.

Пример. Рассмотрим модель конкурентного рынка (2.2).

$$Y^d_t = a_0 + a_1 \bullet p_t + a_2 \bullet x_t$$

$$Y^s_t = b_0 + b_1 \bullet p_{t-1}$$

$$Y^d_t = Y^s_t$$

$$(a_0, a_2, b_0, b_1) > 0, \; a_1 < 0$$

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} Y^d_t \\ Y^s_t \\ p_t \end{pmatrix}; \quad \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ p_{t-1} \\ x_t \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -a_0 & 0 & -a_2 \\ -b_0 & -b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{a_1}\begin{pmatrix} 0 & a_1 & a_1 \\ 0 & a_1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad M = -\frac{1}{a_1}\begin{pmatrix} 0 & a_1 & a_1 \\ 0 & a_1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -a_0 & -a_2 & 0 \\ -b_0 & 0 & -b_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = -\frac{1}{a_1}\begin{pmatrix} -a_1 b_0 & 0 & a_1 b_1 \\ -a_1 b_0 & 0 & a_1 b_1 \\ (a_0 - b_0) & a_2 & -b_1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ p_{t-1} \\ x_t \end{pmatrix}$$

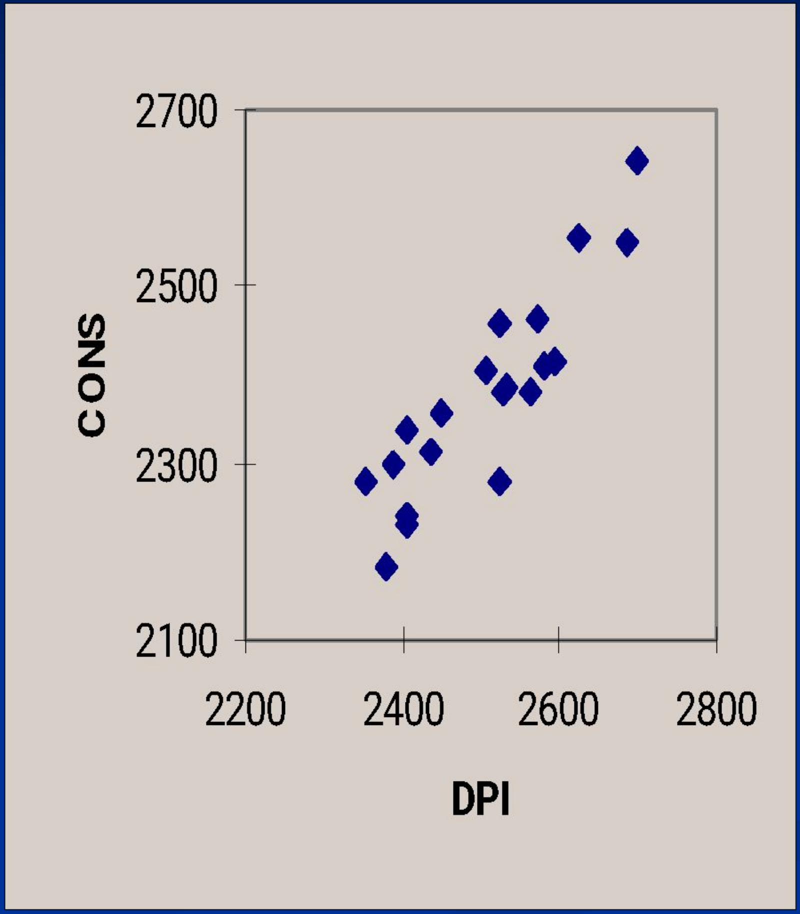
Спецификация моделей

- **<u>Замечание.</u>** Структурная и приведенная формы модели это две различные формы записи одной модели.
- **<u>Замечание.</u>** Следует иметь в виду, что переход от структурной формы модели к приведенной возможен всегда и однозначно. Обратное не верно!
- Рассмотренные модели относятся к классу экономических моделей. Их особенность в том, что они определяют однозначную связь между переменными объекта.

На практике это не так!

Спецификация моделей

Номер наблюдения	Доход Долл. **DPI**	Потреб Долл **CONS**	Номер наблюдения	Доход Долл.	Потреб долл
1	2508	2406	11	2432	2311
2	2572	2564	12	2354	2278
3	2408	2336	13	2404	2240
4	2522	2281	14	2381	2183
5	2700	2641	15	2581	2408
6	2531	2385	16	2529	2379
7	2390	2297	17	2562	2378
8	2595	2416	18	2624	2554
9	2524	2460	19	2407	2232
10	2685	2549	20	2448	2356



Результаты наблюдений за расходами

Диаграмма рассеяния.

Спецификация моделей

- Причина неоднозначной связи между располагаемым доходом и расходами:
  - Индивидуальные особенности домашних хозяйств
  - Влияние неучтенных факторов.
- **Выводы:**
  - Невозможно построить модель вида Y=f(x), с помощью которой возможно однозначно определить связь между расходами и доходами.
  - Зависимость между доходами и расходами домашних хозяйств имеет элемент случайности.

Спецификация моделей

- Для учета случайного характера экономических процессов, модель записывают в виде:

$$\mathbf{Y = f(X) + \varepsilon} \qquad (2.7)$$

где: Y – эндогенная переменная;

X – вектор предопределенных переменных;

f(X) – детерминированная математическая функция, определяющая закономерность между эндогенной и предопределенными переменными;

ε – случайная величина, учитывающая влияние неучтенных факторов и индивидуальные особенности конкретного объекта.

Модель (2.7) называют эконометрической моделью.

Правая часть (2.7) называется обобщенной функциональной или регрессионной зависимостью.

Функцию f(X) называют уравнением регрессии.

Элементы вектора X называют **регрессорами.**

ε – случайное возмущение или центрированный остаток.

Будем полагать, что среднее значение ε=0, а ее дисперсия постоянна во всем диапазоне изменения регрессоров.

В этом случае f(X) функция изменения среднего значения Y.

Спецификация моделей

- Примеры эконометрических моделей.
- Паутинная модель конкурентного рынка:

$$Y^d_t = a_0 + a_1 \cdot p_t + a_2 \cdot x_t + u_t$$
$$Y^s_t = b_0 + b_1 \cdot p_{t-1} + v_t$$
$$Y^d_t = Y^s_t$$
$$E(u_t|_X)=0$$
$$\sigma^2(u_t|_X)=\sigma_u$$
$$E(v_t|_X)=0$$
$$\sigma^2(v_t|_X)=\sigma_v$$

Общий вид эконометрического уравнения:

$$AY + BX = U$$

где: U – вектор столбец случайных возмущений.

Случайные возмущения сохраняются в приведенной форме модели. Их вычисление производится по формуле:

$$V = A^{-1}U$$

Замечание. Необходимость учета в моделях влияние случайных возмущений является четвертым принципом спецификации эконометрических моделей.

Спецификация моделей

Модели временных рядов.

Временным рядом называют такую экономическую модель, в которой эндогенная переменная Y_t является функцией целочисленного аргумента t.

Спецификация моделей

Спецификация моделей временных рядов.

$$y_t = T_t + S_t + u_t \qquad (2.8)$$

$$y_t = T_t \cdot S_t + u_t \qquad (2.9)$$

В моделях (2.8) и (2.9) функция T_t отражает влияние факторов, оказывающих «вековые» (лежащие за пределами изучения) влияние на эндогенную переменную. Направление их влияния не изменяется в течении изучаемого отрезка времени. Ее называют временным трендом.

Функция S_t учитывает влияние факторов, которые оказывают циклическое влияние на эндогенную переменную в изучаемый отрезок времени. U_t отражает влияние случайных факторов, которые с большой скоростью меняют направление и интенсивность влияния.

Модель (2.8) называют аддитивной, а (2.9) мультипликативной.

Аддитивная модель используется в случаях, когда амплитуда циклической составляющей не зависит от времени.

В противном случае рекомендуется пользоваться мультипликативной моделью.

Спецификация моделей

- Примеры наиболее часто используемых функций в спецификациях временных рядов.

Тренды:

$T_t = a_0 + a_1 \cdot t$, $a_0 \cdot t^{a1}$, $a_0 + a_1 \cdot \ln(t_0 + t)$, $a_0 \cdot \exp(a_1 \cdot t)$, $a_0 \cdot \exp(-t^{a1})$.

Циклические функции:

$$St = \alpha + \beta \cdot \sin(2\pi \cdot t/p) + \gamma \cdot \cos(2\pi \cdot t/p) \qquad (2.10)$$

где: α, β, γ– параметры модели;

p – период тригонометрических функций;

$a = (\beta^2 + \gamma^2)^{½}$ - амплитуда колебаний.

Функция (2.10) называется первой гармоникой.

В общем случае используется отрезок ряда Фурье:

$$S_t = \alpha + \sum_{i=1}^{m} \{ \beta_i \cdot \sin(i \cdot 2\pi \cdot t/p) + \gamma_i \cdot \cos(i \cdot 2\pi \cdot t/p)\} \qquad (2.11)$$