Предмет та метод економетрії Однофакторна лінійна економетрична модель

Предмет та метод економетрії

- За класичним визначенням ***економетрія* – *це наука що вивчає кількісні закономірності та взаємозв’язки економічних об’єктів і процесів за допомогою математико-статистичних методів та моделей.*** Економетрія є інструментом, який дозволяє перейти від якісного рівня аналізу до кількісного (використовуючи статистичні дані досліджуваних величин). ***Методом*** економетрії є статистичні методи (дисперсійний та кореляційний аналіз і метод регресії).

План лекції

1. Регресійна та економетрична модель, їх інформаційна база та етапи побудови.
2. Причини введення в модель $y = \alpha + \beta x + u$ випадкового доданку u.
3. Знаходження статистичних оцінок однофакторної економетричної моделі методом найменших квадратів (МНК).

- 1. Регресійна та економетрична модель, їх інформаційна база та етапи побудови.

Регресія починається там, де є ряд спостережень над досліджуваними величинами

y	y_1 y_2 … y_n
x	x_1 x_2 … x_n

який є рядом даних, а x і y – випадкові величини, при цьому x_i, y_i – їх практичні реалізації або можливі значення, n – кількість спостережень.

При вимірюванні кількісних ознак можуть бути отримані два типи рядів даних – динамічні та варіаційні.

Динамічний ряд – це послідовність спостережень за процесом або явищем у рівновіддалені проміжки часу. Якщо x_i – значення деякої ознаки економічного процесу в i–й проміжок часу, то динамічний ряд x_1, x_2, …, x_i,…, x_n можна отримати, вимірюючи значення цієї ознаки в рівновіддалені проміжки часу

Варіаційні ряди – це ряди даних, які показують кількісну міру певної ознаки всіх об'єктів однієї сукупності, наприклад, оцінки за екзамен студентів однієї групи.

Етапи побудови регресійної моделі

1. Ідентифікація змінних
2. Специфікація моделі
3. Оцінка параметрів моделі
4. Аналіз моделі по залишках

Першим етапом побудови регресійної моделі є *ідентифікація змінних* (спостережуваних величин). Треба визначити яка із спостережуваних величин є ознакою (залежною величиною, пояснюваною змінною, функцією), а які величини є незалежними (аргументами, пояснюючими змінними, факторами). Якщо ми записуємо

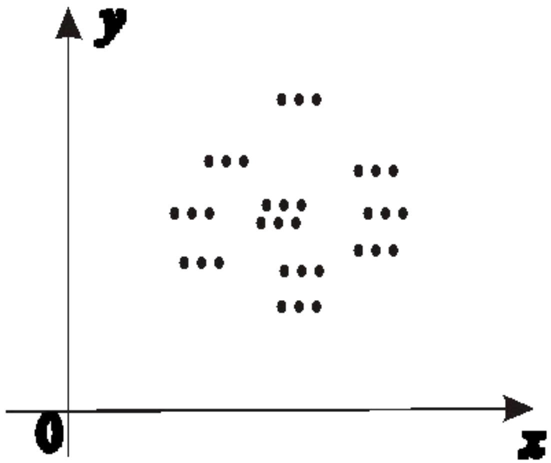
$$y=f(x), \tag{1}$$

то вважаємо, що змінні є ідентифіковані і y, в цьому випадку, пояснювана змінна, x – пояснююча.

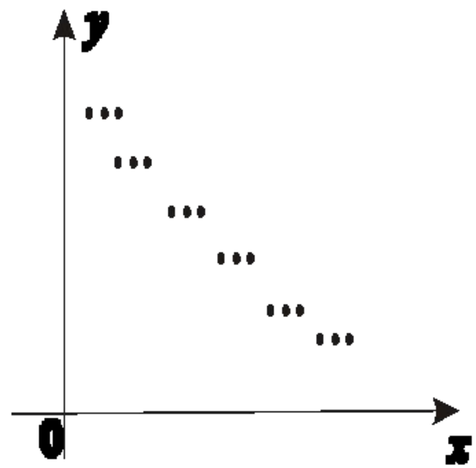
Другим етапом до побудови регресійної моделі є ***специфікація моделі***, а саме: на основі даних ряду досліду потрібно визначити аналітичну форму зв'язку (1).

Найчастіше специфікацію проводять з допомогою хмарки точок (діаграми розсіювання). На осі абсцис відзначають значення незалежної змінної (x), на осі ординат − значення залежної змінної (y).

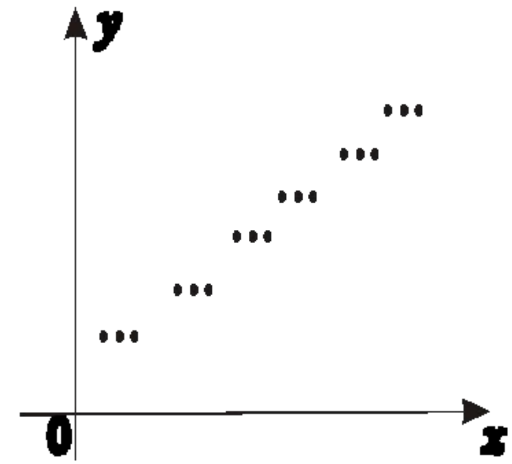
За виглядом діаграми розсіювання можна висунути гіпотезу про лінійність чи нелінійність зв’язку між змінними.



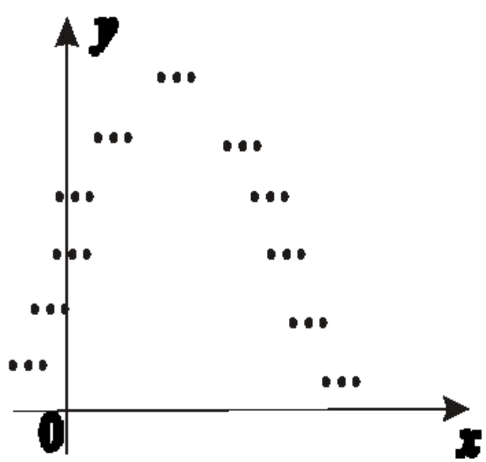
а)



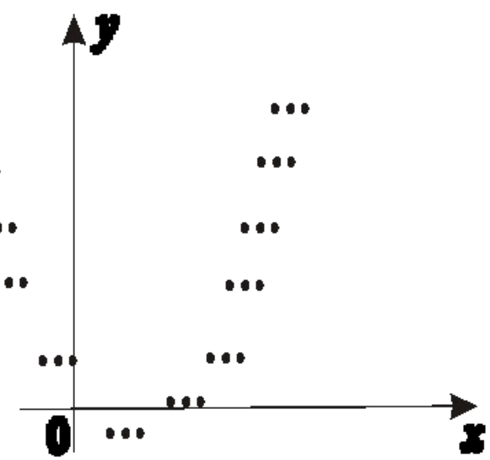
б)



в)



г)



д)

Нехай залежність між y та x – лінійна, тоді (1) набере вигляду:

$$y = \alpha + \beta x + u \tag{2}$$

де α, β – невідомі детерміновані параметри; y – вектор спостережень за залежною змінною, $y = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$; x – вектор спостережень за незалежною змінною, $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$; u – випадкова складова, збурення, $u = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$.

Рівняння (2) – називається *економетричною моделлю*, якщо y та x є кількісними показниками деяких економічних явищ чи процесів. Таким чином, рівняння регресії перетворюється в економетричне, якщо воно налагоджує зв'язок між кількісними показниками об'єктів економіки.

2) Причини введення випадкового доданку *u*

1) в економетричних моделях на ознаку діє така кількість факторів, яка значно перевищує кількість дослідів, замірів, об'єм. По тій причині з ситуації виходять так: з усіх змінних виділяють 1, 2 чи 3 значущих, а решту об'єднують в одну, яку називають випадковою величиною.

2) полягає в тому, що предметом економетрії є людське суспільство з його багатогранністю смаків і уподобань, які неможливо нічим, крім випадкової величини відобразити.

3) полягає у похибці вимірювання.

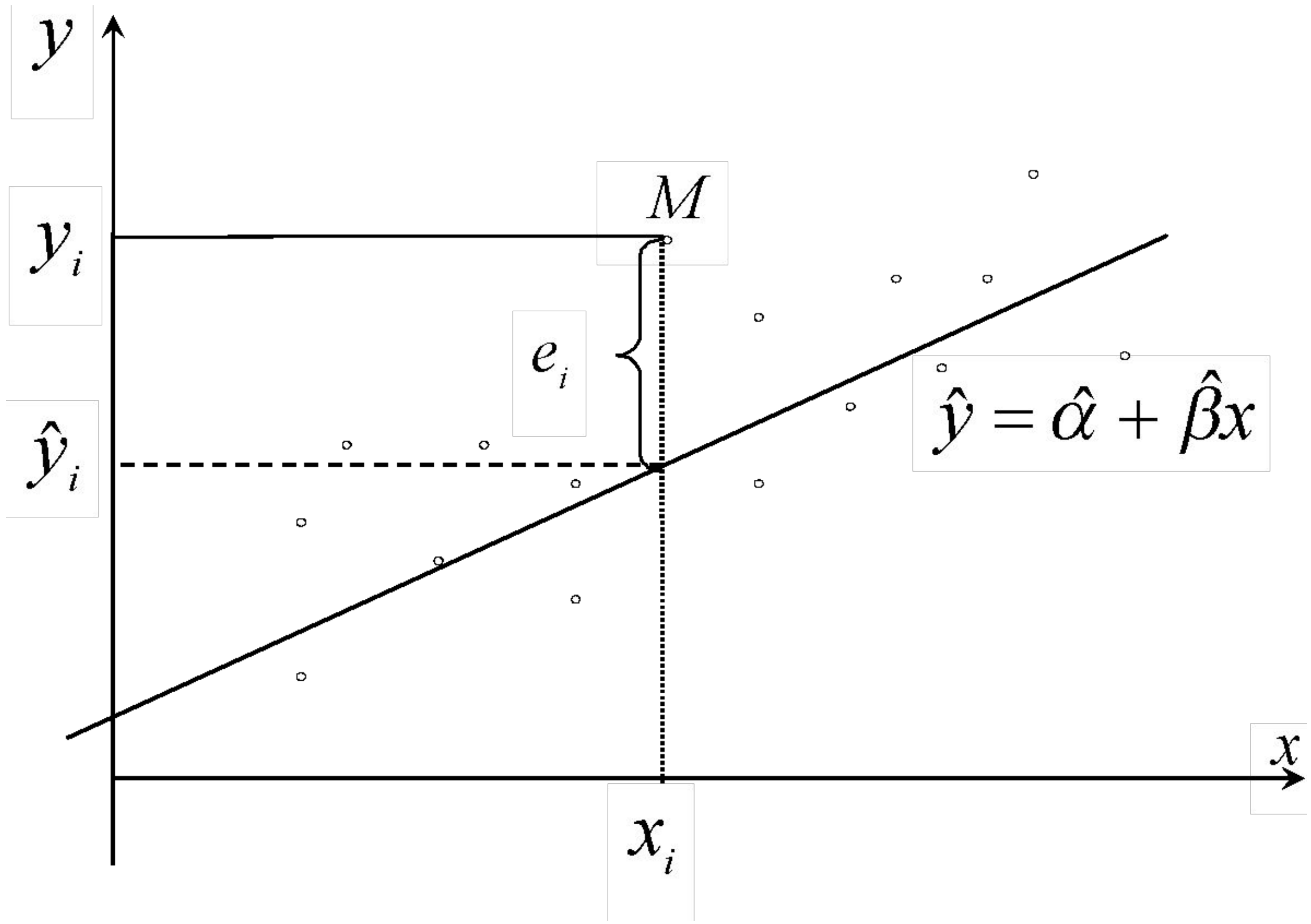
3) Знаходження статистичних оцінок однофакторної економетричної моделі методом найменших квадратів (МНК).

3-ій етап – знаходження оцінок параметрів моделі. Практично моделі (2) не існує, її потрібно оцінити деяким рівнянням

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x, \qquad (3)$$

де $\hat{\alpha}$ та $\hat{\beta}$ називаються статистичними оцінками параметрів α та β і знаходяться на основі вибіркових даних.

$\hat{\alpha}$ – перетин прямої з віссю ординат, $\hat{\beta}$ –нахил прямої до осі абсцис. $\hat{\beta}$ також визначає зміну результативного показника при зміні x на одиницю. Значення $\hat{y}_i$ показують середнє значення залежної змінної y при заданому x_i у припущенні, що єдиною причиною зміни y є змінна x, а випадкова збурена змінна u прийняла значення, рівне нулеві. Розкид спостережених значень змінної y довкола $\hat{y}_i$ зумовлений впливом множини неврахованих факторів. Різниця між y_i і розрахунковим $\hat{y}_i$ називається *залишком* (відхиленням), який дає числову оцінку значення збурення u. Отже, він визначається $e_i = y_i - \hat{y}_i$, $i = \overline{1,n}$. Чим менше значення e_i, тим краще підібрана пряма.



y
M
y_i
e_i
$\hat{y}_i$
$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$
x
x_i

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i \right)^2 = f\left(\hat{\alpha}, \hat{\beta}\right) \to \min$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} e_i^2 \right)}{\partial \hat{\alpha}} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i \right) = 0;$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} e_i^2 \right)}{\partial \hat{\beta}} = -2 \sum_{i=1}^{n} x_i \left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i \right) = 0.$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum_{i=1}^{n} x_i; \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i = \hat{\alpha} \sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta} \sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2}, \end{cases} \qquad (4)$$

(4) – система нормальних рівнянь МНК

Обчислення статистичних оцінок МНК через прирости (відхилення від середніх арифметичних)

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\,\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}, \quad \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

$$\overline{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\,\overline{x}. \qquad (6)$$

Віднімемо (6) від (3):

$$\hat{y}_i - \overline{y} = \hat{\beta}(x_i - \overline{x})$$

$$\hat{y}_i = \overline{y} + \hat{\beta}(x_i - \overline{x}) \qquad (6')$$

$y_i - \overline{y} = \Delta y_i, \quad x_i - \overline{x} = \Delta x_i,$ тоді $\hat{y}_i = \overline{y} + \hat{\beta}\Delta x_i.$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y} - \hat{\beta}\Delta x_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\Delta y_i - \hat{\beta}\Delta x_i\right)^2 = f\left(\hat{\beta}\right) \to \min$$

$$\frac{d\left(\sum_{i=1}^{n} e_i^2\right)}{d\hat{\beta}} = -2\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i\left(\Delta y_i - \hat{\beta}\Delta x_i\right) = 0.$$

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \Delta y_i = \hat{\beta}\sum_{i=1}^{n}\Delta^2 x_i .$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \Delta y_i}{\sum_{i=1}^{n}\Delta^2 x_i}, \qquad (7) \qquad \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}. \qquad (7')$$

$$\hat{\beta} = \frac{\mathrm{cov}(x, y)}{\mathrm{var}(x)},\ \mathrm{cov}(x, y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}),$$

$$\sigma^2(x) = \mathrm{var}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 .$$

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТЕМИ

1. Однофакторна економетрична модель:

$$y = \alpha + \beta x + u.$$

2. Оціночне рівняння:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x.$$

3. МНК:

3.1
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum_{i=1}^{n} x_i; \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i = \hat{\alpha}\sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2}, \end{cases}$$

3.2
$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Delta y_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta^2 x_i}, \quad \hat{\alpha} = \overline{y} - \hat{\beta}\overline{x}.$$

СТАТИСТИЧНА ПЕРЕВІРКА ОЦІНОК ОДНОФАКТОРНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ

План

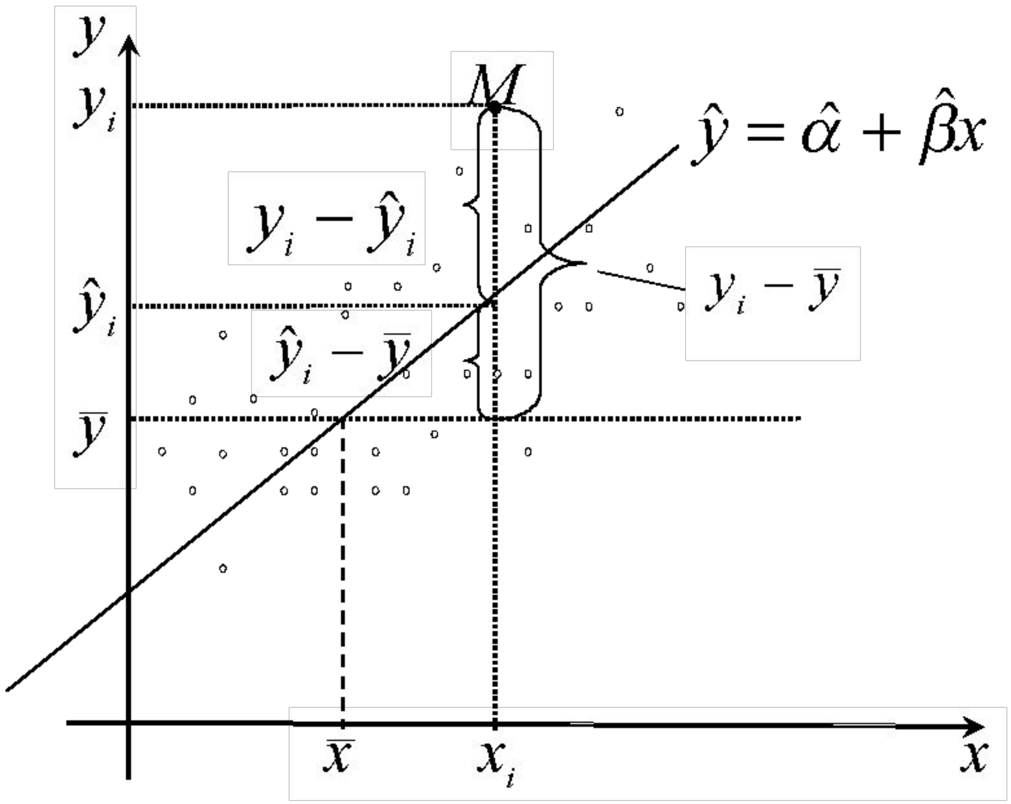
1. Стандартна похибка оцінки за рівнянням економетричної моделі.
2. Коефіцієнт детермінації та коефіцієнт кореляції.
3. Основні припущення при використанні МНК.
4. Загальні відомості про статистичні оцінки.
5. Незміщеність і ефективність оцінок МНК.
6. Перевірка нульових гіпотез стосовно r.
7. Побудова інтервалів довір'я рівняння економетричної моделі.
8. Перевірка нульових гіпотез і довірчі інтервали параметрів α і β.
9. Перевірка моделі на адекватність

1. Стандартна похибка оцінки за рівнянням економетричної моделі.

Основна ідея аналізу оцінок базується на тому, що значення змінної y визначаються двома компонентами:

1.Систематичною складовою $\alpha + \beta x$;

2. Випадковою складовою u.



Розклад відхилення ендогенної змінної на систематичну

і випадкову складову

$$(y_i - \overline{y}) = (\hat{y}_i - \overline{y}) + (y_i - \hat{y}_i) \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2 + 2\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})(y_i - \hat{y}_i) + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{9}$$

$$СКЗ = СКП + СКН$$

де $СКЗ = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$ – загальна сума квадратів;

$СКП = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2$ – пояснена сума квадратів;

$СКН = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ – непояснена сума квадратів.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n} = \sigma^2_{заг.}$$ – *загальна* дисперсія;

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2}{n} = \sigma^2_{поясн.}$$ – *пояснена* дисперсія;

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n} = \sigma^2_{непоясн.}$$ – *непояснена* дисперсія.

$$\sigma^2_{заг.} = \sigma^2_{поясн.} + \sigma^2_{непоясн.} \qquad (10)$$

Середні квадрати $СКП$ і $СКН$:

$$\overline{СКП} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2}{1} \qquad \overline{СКН} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}.$$

Стандартна похибка оцінки за рівнянням економетричної моделі:

$$\sigma_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}. \qquad (11)$$

$$0 \le \sigma_{yx} \le \sigma_{заг.}$$

2.Коефіцієнти детермінації та кореляції

$$1 = \frac{\sigma^2_{поясн.}}{\sigma^2_{заг.}} + \frac{\sigma^2_{непоясн.}}{\sigma^2_{заг.}}. \qquad (12)$$

Коефіцієнт детермінації

$$d = r^2 = \frac{\sigma^2_{поясн.}}{\sigma^2_{заг.}} \qquad (13)$$

$$0 \le d \le 1$$

Коефіцієнт кореляції

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}, \qquad (14)$$

$$-1 \le r \le 1$$

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{\sqrt{\operatorname{var}(x)\operatorname{var}(y)}} = \hat{\beta}\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \qquad (15)$$

$$d = r^2. \qquad (16)$$

$$r = \pm\sqrt{d} = \pm\sqrt{\frac{\sigma^2_{\text{поясн.}}}{\sigma^2_{\text{заг.}}}} = \pm\sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{\text{непоясн.}}}{\sigma^2_{\text{заг.}}}} \qquad (17)$$

3. Основні припущення при використанні МНК

Припущення 1. $M(u_i) = 0,\ i = \overline{1, n}.$

Припущення 2. $M(u_i^2) = \mathrm{var}(u_i) = \sigma^2.$

Припущення 3. $M(u_i u_j) = 0,\ i \neq j$

або $\mathrm{cov}(u_i, u_j) = 0,\ i \neq j.$

Припущення 4. $M(x_i u_i) = 0$ або $\mathrm{cov}(x_i, u_i) = 0.$

Припущення 5. Випадкова змінна *u* розподілена по нормальному закону.

4. Загальні відомості про статистичні оцінки

Точковою оцінкою оцінюваного параметра називається знайдене значення оцінки (в нашому випадку це $\hat{\alpha}$ і $\hat{\beta}$).

Інтервальною оцінкою оцінюваного параметра називається інтервал, в межах якого з наперед заданою імовірністю лежить істинне значення параметра.

Незміщеною оцінкою оцінюваного параметра α називається така оцінка $\hat{\alpha}$ математичне сподівання якої дорівнює оцінюваному параметру, тобто

$$M(\hat{\alpha}) = \alpha .$$

Ефективною оцінкою оцінюваного параметра α називається така оцінка $\hat{\alpha}$, яка при заданому об'ємі вибірки має найменшу дисперсію (σ^2). Ефективна оцінка забезпечує стійкість економетричної моделі на предмет відсутності систематичних додатних чи від'ємних відхилень розрахункових значень від фактичних при малих виходах за границі вибірки.

Спроможною оцінкою оцінюваного параметра α називається така оцінка $\hat{\alpha}$, яка при збільшенні об'єму вибірки до нескінченності по імовірності як завгодно близько наближається до параметра α:

$\lim\limits_{n \to \infty} p\left(\left|\hat{\alpha} - \alpha\right| < \varepsilon\right) = 1$, де ε – як завгодно мале число.

5.Незміщеність і ефективність оцінок МНК

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i \,, \qquad (20)$$

де $w_i = \dfrac{(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$. $\sum_{i=1}^{n} w_i = 0,$ $\quad \sum_{i=1}^{n} w_i^{\,2} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2},$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i = 1.$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x} w_i\right) y_i \qquad (21)$$

$$M(\hat{\beta}) = M(\sum_{i=1}^{n} w_i y_i) = M\left[\sum_{i=1}^{n} w_i(\alpha + \beta x_i + u_i)\right] =$$

$$= M\left[\alpha\sum_{i=1}^{n} w_i + \beta\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + \sum_{i=1}^{n} w_i u_i)\right] =$$

$$= M\left[\alpha \cdot 0 + \beta \cdot 1 + \sum_{i=1}^{n} w_i u_i)\right] =$$

$$= M(\beta) + \sum_{i=1}^{n} w_i M(u_i) = \beta .$$

$$\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i)y_i = \sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i)\cdot(\alpha + \beta x_i + u_i) =$$

$$= \alpha - \alpha\bar{x}\sum_{i=1}^{n} w_i + \beta\bar{x} - \beta\bar{x}\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i\right)\cdot u_i =$$

$$+ \alpha + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i\right)\cdot u_i$$

$$M(\hat{\alpha}) = M\left[\alpha + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i\right)\cdot u_i\right] =$$

$$= M[\alpha] + M\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i\right)\cdot u_i\right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n} - \bar{x}w_i\right)\cdot M(u_i) + \alpha = \alpha .$$

$$\sigma_{\hat{\beta}}^2 = M\left[(\hat{\beta} - \beta)^2\right] = M\left[\sum_{i=1}^{n}(w_i u_i)^2\right] = \sigma_e^2 \sum_{i=1}^{n}(w_i)^2 =$$

$$= \frac{\sigma_e^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{22}$$

де $\sigma_e^2 = \dfrac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \dfrac{\sum e^2}{n-2}$.

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = M\left[(\hat{\alpha} - \alpha)^2\right] = \sigma_e^2 \sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{n} - \bar{x} w_i)^2 =$$

$$= \sigma_e^2 \left(\frac{1}{n} - \bar{x}^2 \sum_{i=1}^{n}(w_i)^2 - \frac{2\bar{x}}{n} \sum_{i=1}^{n} w_i\right)$$

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_e^2}{n \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}. \qquad (23)$$

Примітка. При розв'язуванні контрольних і лабораторних робіт для спрощення розрахунків можна використовувати для обрахунків дисперсій $\sigma_{\hat{\alpha}}^2$ і $\sigma_{\hat{\beta}}^2$ наступні формули:

$$\sigma_{\hat{\beta}}^2 = \frac{\sigma_{непоясн.}^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}, \qquad \sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_{непоясн.}^2}{n \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}.$$

6.Перевірка нульових гіпотез стосовно r

$H_0 : r_{\text{ген}} = 0$

H_1: $r_{\text{ген}} \neq 0$, між змінними y та x є суттєвий зв'язок.

$$t_{емп} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

$t_{кр}$ ($k=n-2$, γ) за таблицями розподілу Стьюдента.

$|t_{емп}| > t_{кр}$ – H_0 слід відкинути, прийняти H_1, вибірковий коефіцієнт кореляції r вважати статистично значущим.

7. Побудова інтервалів довір'я рівняння економетричної моделі

$$P(\hat{\theta} - k\sigma_{\hat{\theta}} \le \theta \le \hat{\theta} + k\sigma_{\hat{\theta}}) = 1 - \gamma$$

Гранична похибка *оцінки за рівнянням економетричної моделі*

$$\Delta_{yx} = \sigma_{yx} \cdot t_p, \qquad (24)$$

де t_p – імовірнісний коефіцієнт

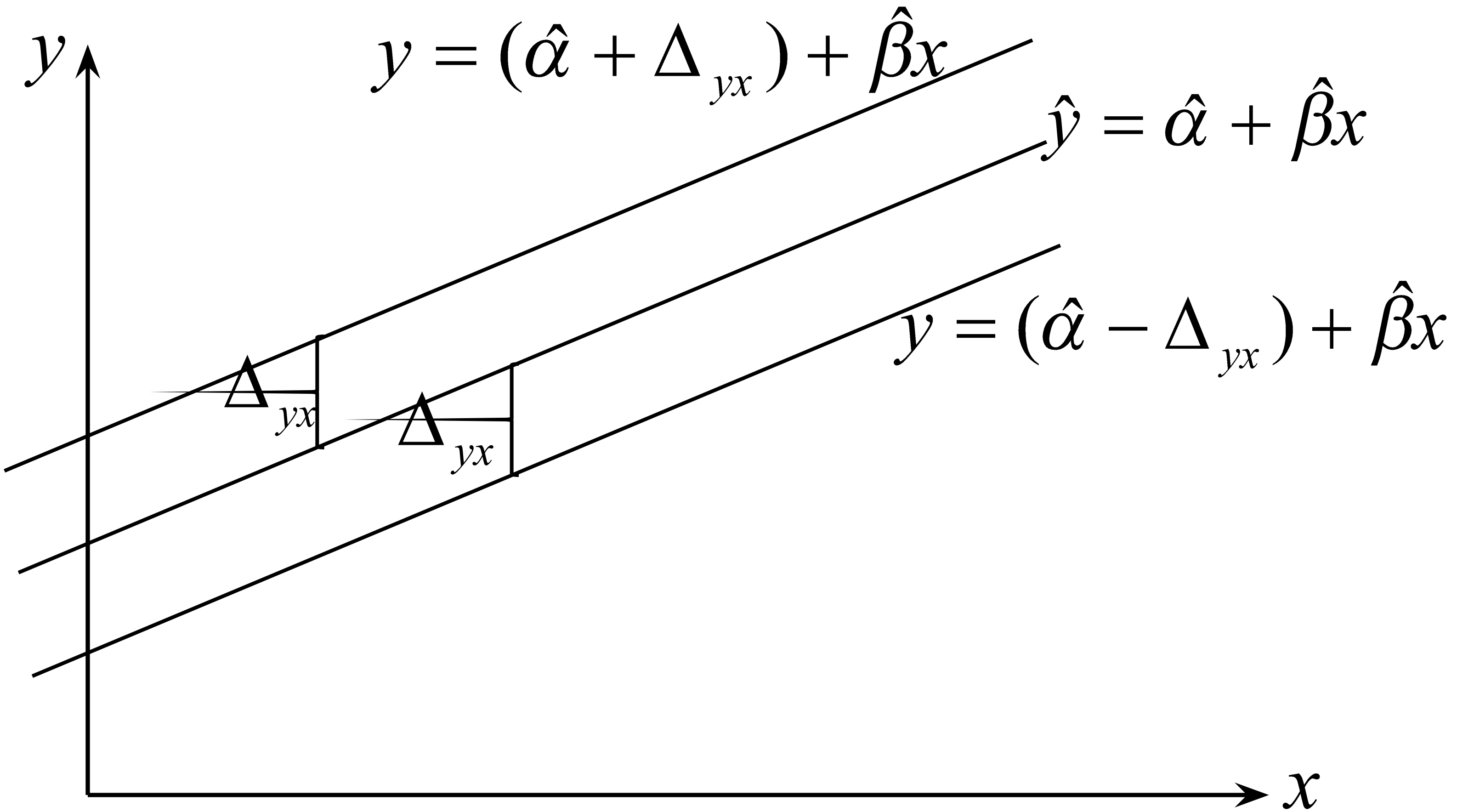
($2\Phi(t_p) = p$, де $\Phi(t_p)$ – функція Лапласа).

$$\hat{y}_i - \Delta_{yx} \le y_i \le \hat{y}_i + \Delta_{yx} \qquad (25)$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i - \Delta_{yx} \le y_i \le \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i + \Delta_{yx},$$

$$(\hat{\alpha} - \Delta_{yx}) + \hat{\beta}x_i \le y_i \le (\hat{\alpha} + \Delta_{yx}) + \hat{\beta}x_i. \qquad (26)$$

Графічне представлення інтервалу довір'я



8. Перевірка нульових гіпотез і довірчі інтервали параметрів α і β

$$H_0 : \alpha = 0. \; H_1 : \alpha \neq 0.$$

$$H_0 : \beta = 0. \; H_1 : \beta \neq 0.$$

$$t_{емп} = \frac{|\hat{\beta}|}{\sigma_{\hat{\beta}}}, \qquad t_{емп} = \frac{|\hat{\alpha}|}{\sigma_{\hat{\alpha}}}.$$

$|t_{емп}| > t_{кр}(\gamma, \quad k = n-2)$ - відповідну оцінку вважають статистично значущою.

$|t_{емп}| \leq t_{кр}$ то оцінка є статистично не значущою.

$$\Delta_{\hat{\alpha}} = \boldsymbol{\sigma}_{\hat{\alpha}} \boldsymbol{t}_p, \qquad \Delta_{\hat{\beta}} = \boldsymbol{\sigma}_{\hat{\beta}} \boldsymbol{t}_p,$$

де $\boldsymbol{t}_p$ – імовірнісний коефіцієнт, який знаходиться за таблицями нормального розподілу; $\boldsymbol{\sigma}_{\hat{\alpha}}^2$, $\boldsymbol{\sigma}_{\hat{\beta}}^2$ – дисперсії оцінок $\hat{\alpha}$ та $\hat{\beta}$

Довірчий інтервал для α:

$$\hat{\alpha} - \Delta_{\hat{\alpha}} \leq \alpha \leq \hat{\alpha} + \Delta_{\hat{\alpha}}$$

Довірчий інтервал для β:

$$\hat{\beta} - \Delta_{\hat{\beta}} \leq \beta \leq \hat{\beta} + \Delta_{\hat{\beta}}.$$

9.Перевірка моделі на адекватність

1) Розраховуємо величину F-відношення:

$$F = \frac{\overline{СКП}}{\overline{СКН}} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{1}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}} = \frac{(n-2)\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2} =$$

$$= \frac{r^2}{1-r^2}\frac{n-2}{1}. \quad (27)$$

2) Задаємо рівень значущості γ (або $\gamma \cdot 100\%$).

1) Знаходимо $F_{кр}$ за стат. таблицями F–розподілу Фішера з $(1, n-2)$ ступенями вільності і γ.
2) Якщо $F > F_{кр}$, то ми відкидаємо H_0 з ризиком помилитися не більше ніж в γ% випадків, і приймаємо, що побудоване рівняння економетричної моделі адекватне реальній дійсності. В протилежному випадку $F \le F_{кр}$ – H_0 приймаємо і вважаємо, що побудована модель неадекватна. Тоді необхідно, можливо, будувати нелінійну модель або ввести додаткові фактори.

Прогнозування

$$\hat{y}_{n+1} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_{n+1}.$$

$$(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_{n+1}) \pm t_{\gamma} \cdot \sigma_{yx} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{n+1} - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}}.$$

(Нижня межа інтервалу *песимістичний* прогноз, верхня – *оптимістичний*).

$$M(y_{n+1}) = \alpha + \beta x_{n+1}.$$

$$(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_{n+1}) \pm t_{\gamma} \cdot \sigma_{yx} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_{n+1} - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}}$$