

Решение олимпиадных задач



ЧЕТНОСТЬ

4. Если предметы можно **разбить на пары**, то их количество **четно**.

5. Сумма любого количества четных чисел четна.

6. Сумма четного числа нечетных чисел четна;
сумма нечетного числа нечетных чисел нечетна.

7. Разность двух четных чисел – четна.















Разность двух нечетных - четна.

Разность четного и нечетного чисел в любом порядке – нечетна.

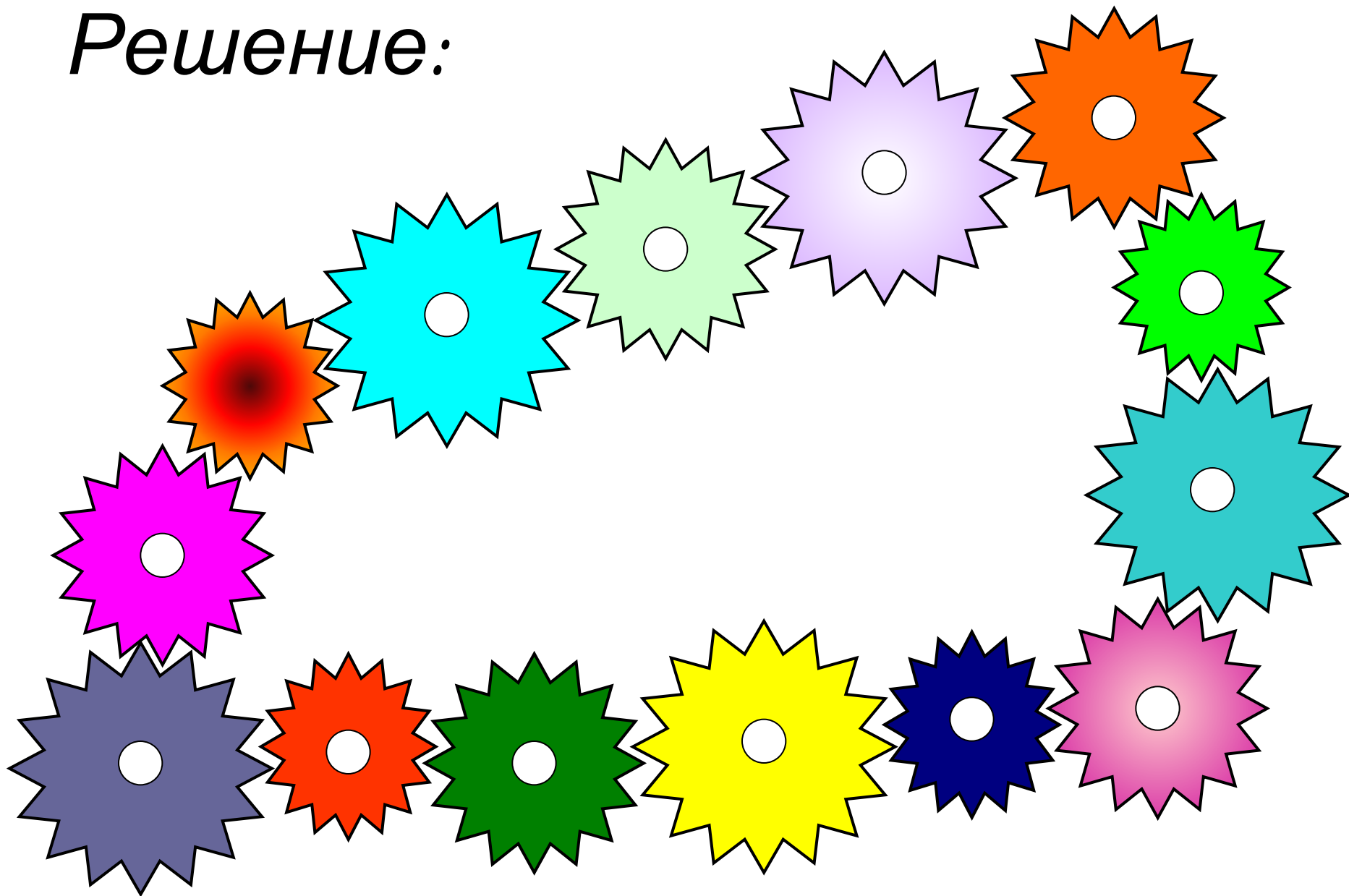
Задача 1. На плоскости расположено 13 шестеренок, соединенных по цепочке. Могут ли все шестеренки вращаться одновременно?

А если шестеренок 14?

Решение:

1-	2-	3-	4-	5-	6-	7-	8-	9-	10	11	12	13	14
я	я	я	я	я	я	я	я	я	-я	-я	-я	-я	-я
													

Решение:



Задача 2. 16 корзин расположили по кругу.

Можно ли в них расположить 55 арбузов так, чтобы количество арбузов в любых двух соседних корзинах отличалось на 1?

Решение.

1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я	7-я	8-я	9-я	10-я	11-я	12-я	13-я	14-я	15-я	16-я
Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н

$$\text{Ч} + \text{Ч} + \dots + \text{Ч} = \text{Ч}$$

8 - раз

$$\text{Н} + \text{Н} + \dots + \text{Н} = \text{Ч}$$

8 - раз

$$\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$$

По условию всего арбузов – **55**, а это **нечетное** число.

Значит, разложить нельзя.

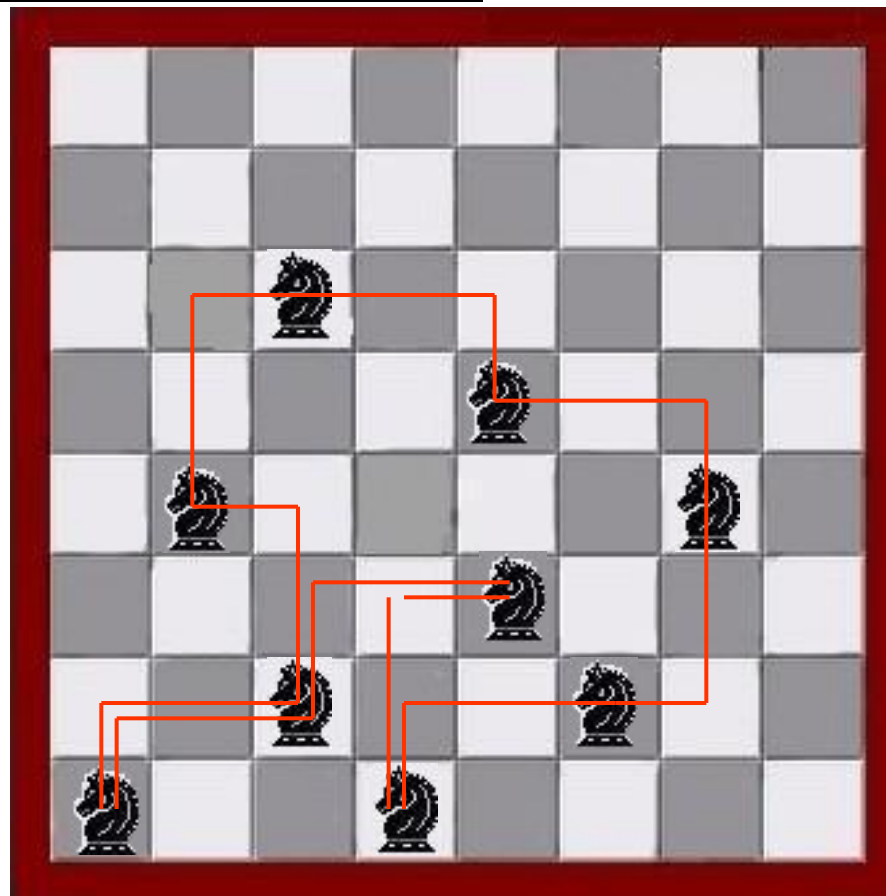
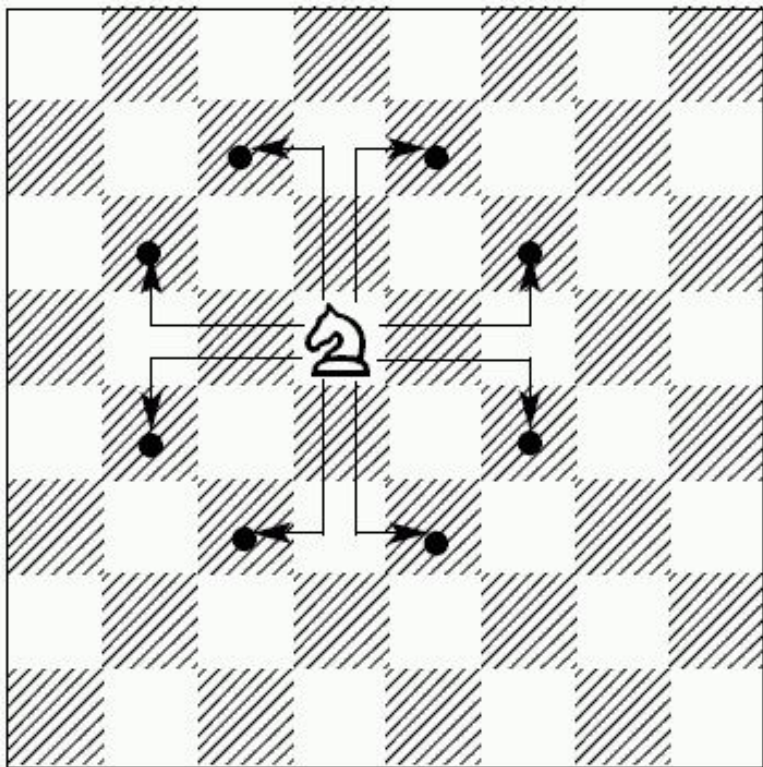
Задача 3. Учитель написал на листе бумаги число 10. 25 учеников передают листок друг другу, и каждый прибавляет к числу или отнимает от него единицу - как хочет. Может ли в результате получиться число ноль?

I раз				
Было	10	Четное		
Стало	11 или 9	Нечетное		
II раз				
Было	11	9	Нечетное	
Стало	12 или 10	10 или 8	Четное	
III раз				
Было	12	10	8	Четное
Стало	13 или 11	11 или 9	9 или 7	Нечетное
...

Поэтому, если **25 раз (нечетное число)** менять характер четности числа 10, то в результате получится **нечетное** число.

Следовательно, число **0** получится не может.

Задача 4. Шахматный конь вышел с поля $a1$ и через несколько ходов вернулся на него. Докажите, что он сделал четное число ходов.



Задача 5. Разность двух целых чисел умножили на их произведение.

Могло ли получиться число **45 045** ?

Решение:

Пусть $45\ 045 = (x-y) \cdot x \cdot y$.

Рассмотрим случаи:

1. **x- четное, y- четное**

$(x-y)$ - четное и $x \cdot y$ - четное, а произведение двух четных чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

2. **x-нечетное, y- четное** или **y – нечетное, x-четное**

$(x-y)$ -нечетное и $x \cdot y$ - четное, а произведение нечетного и четного чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

3. **x-нечетное, y- нечетное**

$(x-y)$ - четное и $x \cdot y$ -нечетное, а произведение нечетного и четного чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

Вывод: **Не могло получиться 45 045.**

Задача 6. На доске записано 15 чисел: 8 нулей и 7 единиц. Вам предлагается 14 раз подряд выполнить такую операцию: зачеркнуть любые два числа и если они одинаковые, то допишите к оставшимся числам ноль, а если они разные, то единицу. Какое число останется на доске?

	I вариант		II вариант		III вариант	
Вид числа	«0»	«1»	«0»	«1»	«0»	«1»
Было	8	7	8	7	8	7
Сумма всех чисел	7		7		7	
Вычеркнули	-2			-2	-1	-1
Дописали	1		1			1
Стало	7	7	9	5	7	7
Сумма всех чисел	7		5		7	
Количество чисел	14		14		14	



Спасибо за