

**Математическое
моделирование поведения
продавца в условиях
МОНОПОЛИИ**

Монополия - рыночная структура, когда одному производителю (продавцу) противостоит много покупателей.

Допущения:

- **отсутствие совершенных заменителей товара** (перекрестная ценовая эластичность спроса между продукцией монополиста и любым другим товаром близка к нулю),
- **отсутствие свободы входа** на рынок (отрасль)
- **совершенная информированность** монополиста о **кривой спроса** на свою продукцию (его кривая спроса совпадает с кривой рыночного спроса).

Совершенный конкурент

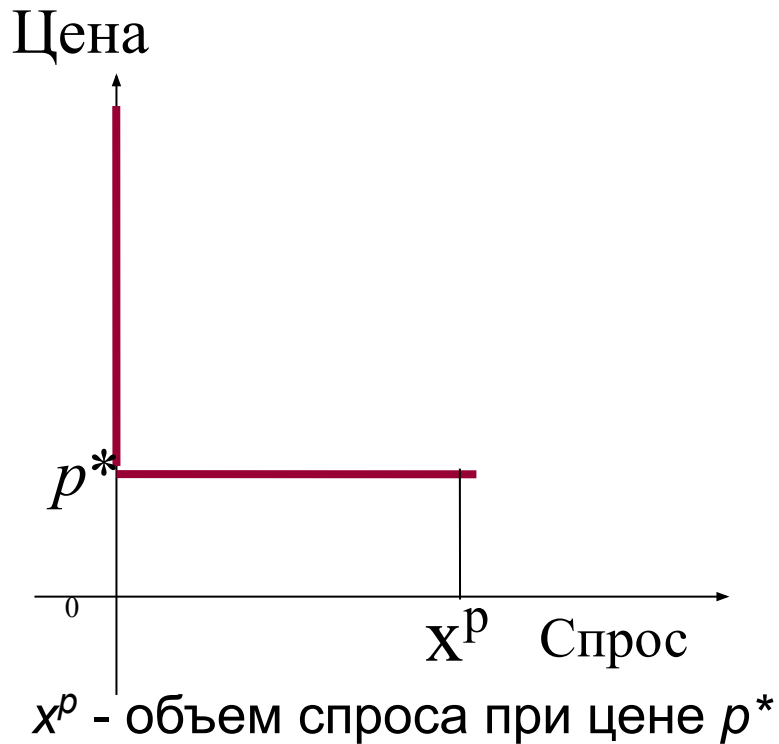
- кривая спроса на его продукцию горизонтальна
- цена совпадает с предельной выручкой
- цена совпадает со средней выручкой,
- доход растет пропорционально количеству проданного товара

Несовершенный конкурент

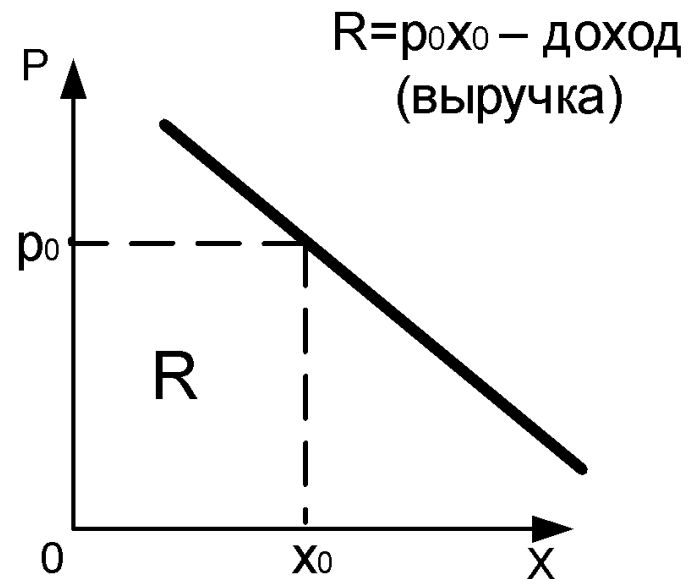
- кривая спроса понижающаяся
- предельная выручка ниже цены
- только при продаже первой единицы товара предельная выручка равна его цене
- цена устанавливается в соответствии с законом спроса $p=p(x)$
- выручка (доход) продавца составит $R(x) = xp(x)$

Кривая спроса на продукцию фирмы

при **совершенной конкуренции**

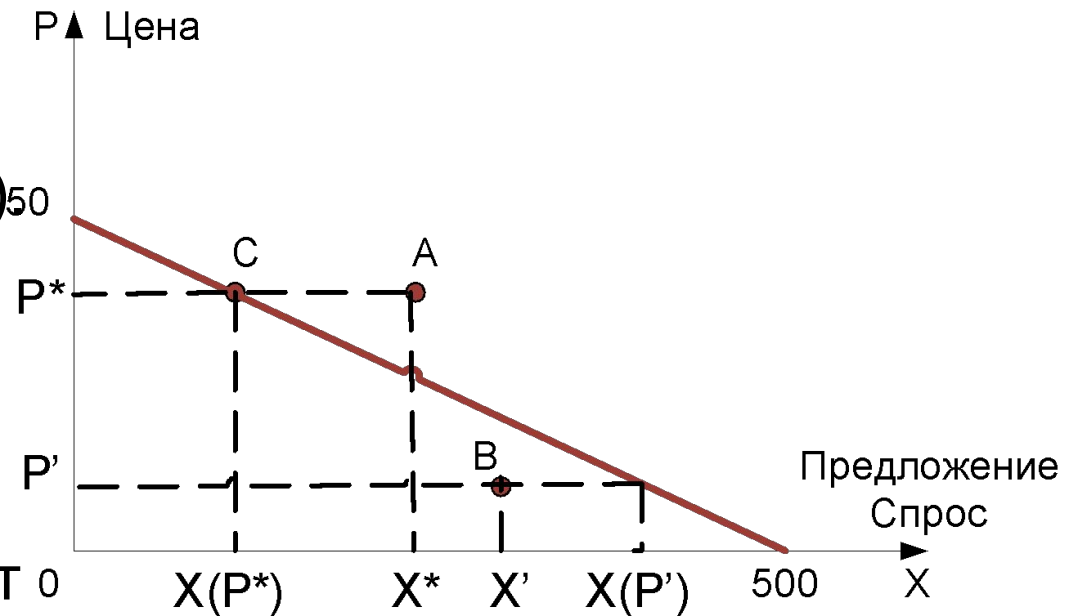


при **МОНОПОЛИИ**



Соотношение спроса и предложения при планировании

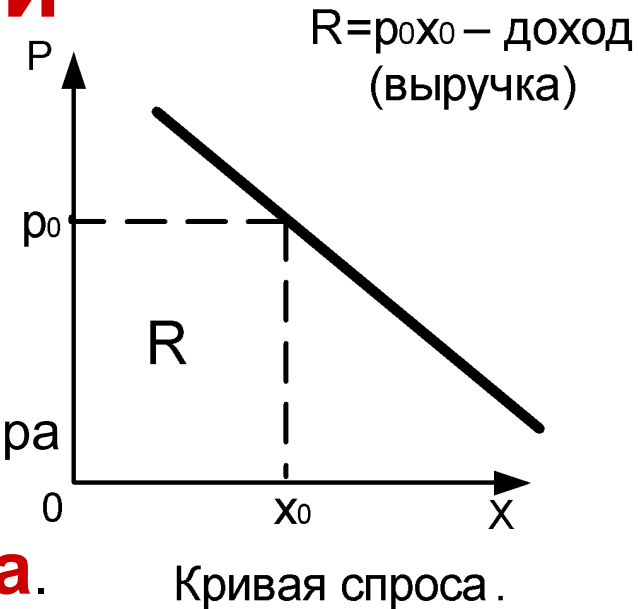
- план A (x^* , p^*) лежит **выше** кривой спроса. предложение (x^*) превышает спрос ($x(p^*)$).
- план B (x' , p'), лежит **ниже** кривой спроса, спрос ($x(p')$) превышает предложение (x').
- план C ($x(p^*)$, p^*), лежит **на кривой** спроса, предложение и спрос совпадают.



долговременное планирование при монополии

рассматриваются любые сочетания объема выпуска товара и цены его продажи.

- фирма намерена произвести x единиц товара и продать их по цене p .
- вектор **(x, p) - план монополиста.**



- любой план (x, p) , не принадлежащий кривой спроса, не может принести монополисту наибольшую прибыль.
- следует рассматривать только такие планы, при которых спрос совпадает с предложением.
- Переменные x и p не являются независимыми, поэтому в качестве оптимизируемой переменной надо выбрать одну из них, удобнее x .

Задача поиска оптимума МОНОПОЛИСТА

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = x p(x) - C(x) \rightarrow \max, \quad x \in [0, a],$$

где a – объем спроса на товар при $p=0$

- Решение существует (т. Вейерштрасса)
среди критических точек функции прибыли,
либо *на границе* : при $x=0$ или при $x = a$.
- Максимум прибыли не может быть при $x = a$,
поскольку такое количество товара можно
реализовать только бесплатно

$$\pi(a) = -C(a) < -C(0) = \pi(0)$$

Алгоритм поиска оптимального плана монополиста

- найти критические точки функции прибыли $\pi(x)$ из уравнения $\pi'(x)=0$,
- вычислить значение прибыли продавца в этих точках
- сравнить полученные результаты с его постоянными издержками

Необходимое условие максимальной прибыли МОНОПОЛИСТА:

продавец получит наибольшую прибыль при таком объеме предложения товара, при котором его **предельный доход совпадает с предельными издержками.**

$$MR(x^*) = MC(x^*).$$

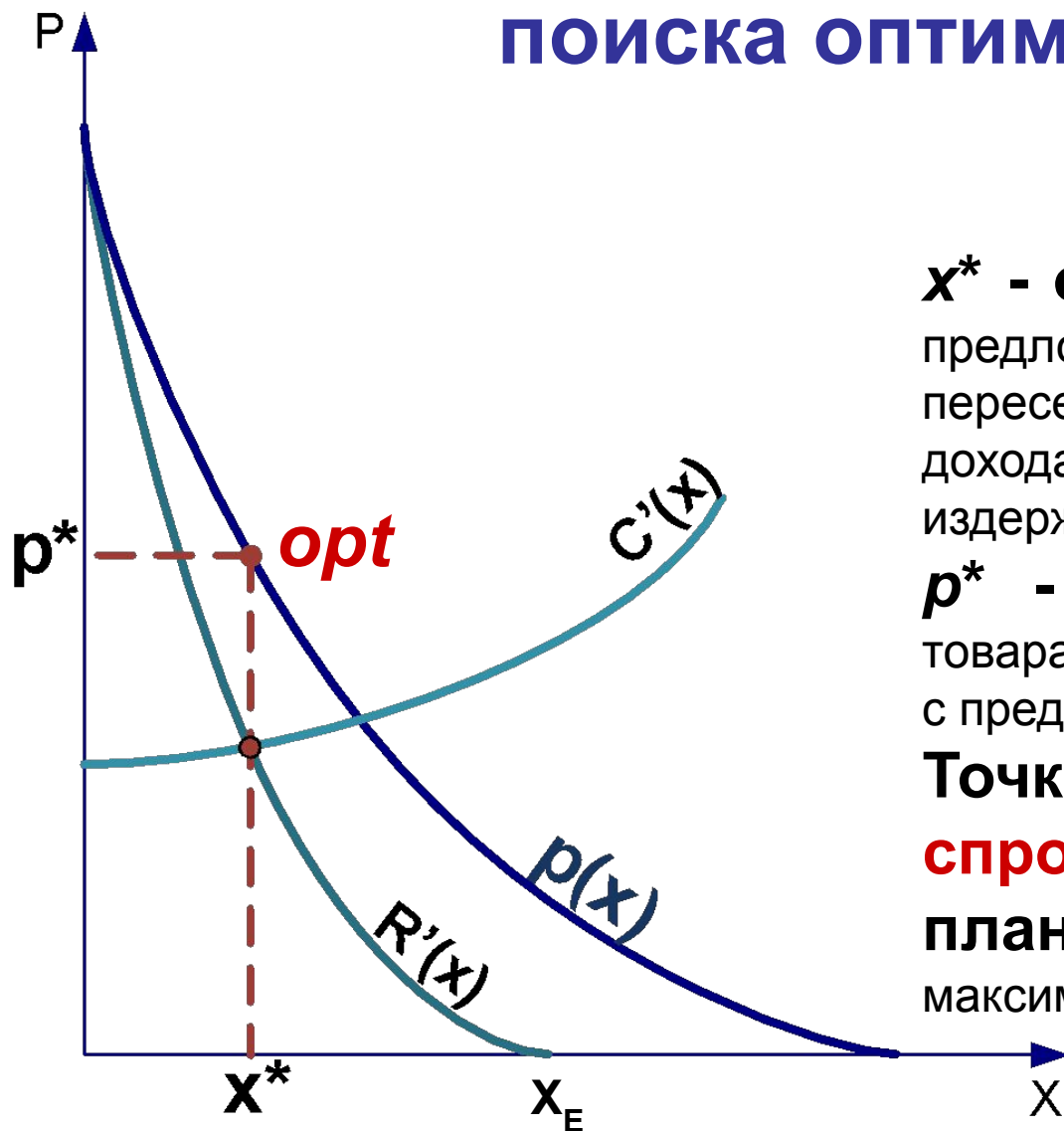
$$R'(x^*) = C'(x^*)$$

Условие максимума прибыли второго порядка

$$\pi''(x^*) < 0 \iff R''(x^*) < C''(x^*)$$

- *Выполнение условия максимума прибыли π второго порядка в критической точке гарантирует, что эта найденная точка x^* и есть оптимальный объем*

Геометрическое решение задачи поиска оптимального плана монополиста



x^* - оптимальный объем предложения - абсцисса точки пересечения кривой предельного дохода с кривой предельных издержек

p^* - оптимальная цена товара, при которой спрос совпадает с предложением

Точка (x^*, p^*) на кривой спроса есть оптимальный план монополиста, дающий максимальную прибыль.

Связь предельного дохода с эластичностью спроса

$$MR = R'(p) = x(p) + px'(p) = x(p)[1 + e_p(x)]$$

- Выручка продавца достигает максимального значения при цене, когда

$$MR=0 \longleftrightarrow 1 + e_p(x) = 0 \longleftrightarrow e_p(x) = -1, \\ \text{(нейтральный спрос).}$$

- При этом соответствующий объем спроса точка x_E - точка пересечения кривой предельного дохода с осью ОХ.
- При **неэластичном** спросе $1 + e_p(x) < 0$ предельный доход отрицательный, а предельные затраты всегда положительны, поэтому необходимое условие максимальной прибыли невыполнимо. **MR < 0**
MC > 0
- прибыль монополиста может быть максимальной лишь при **эластичном** спросе $1 + e_p(x) > 0$ ($e > 1$) и достигает своего наибольшего значения при меньшем объеме предложения, чем доход (на рис. **точка x^* левее x_E**).

Кривая предложения в условиях совершенной конкуренции

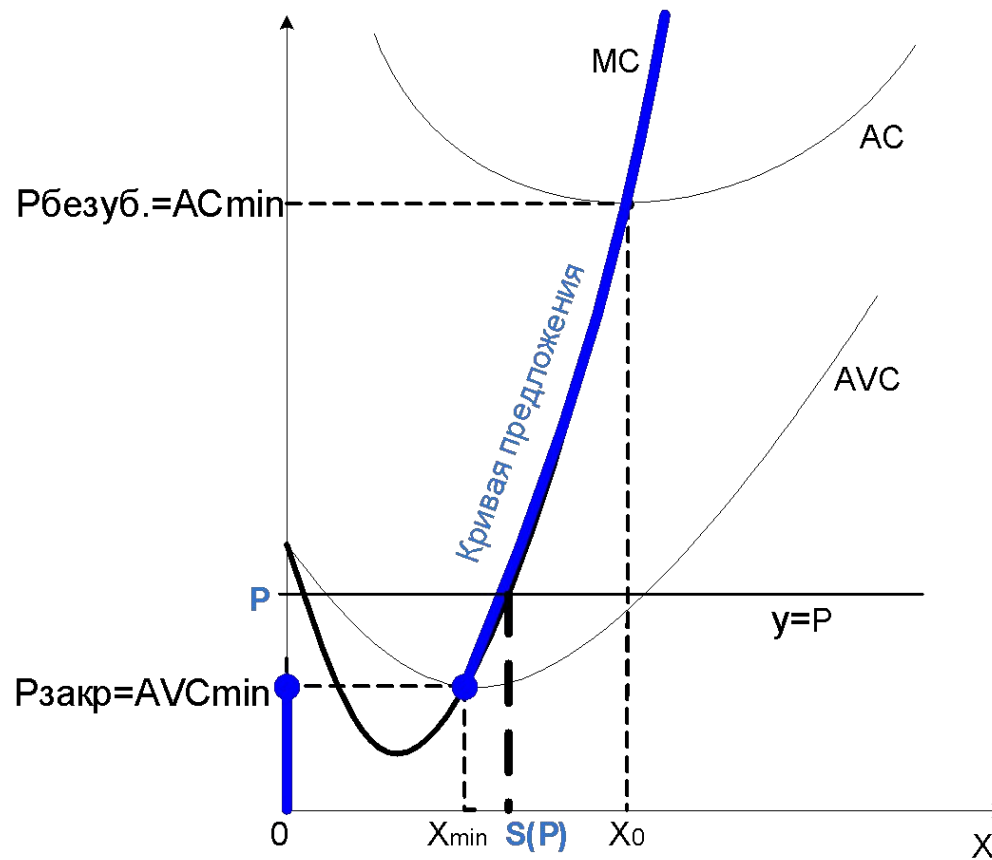


Рис. 2. Кривая предложения фирмы .

?

- **функцией предложения монополиста является функция спроса?**

Анализ безубыточности

Точки x_1 и x_2 - **объемы предложения**, при которых доход продавца в точности равен его общим издержкам, называются **точками безубыточности**.

Найти их **аналитически** - решить уравнение:

$$R(x) = C(x)$$

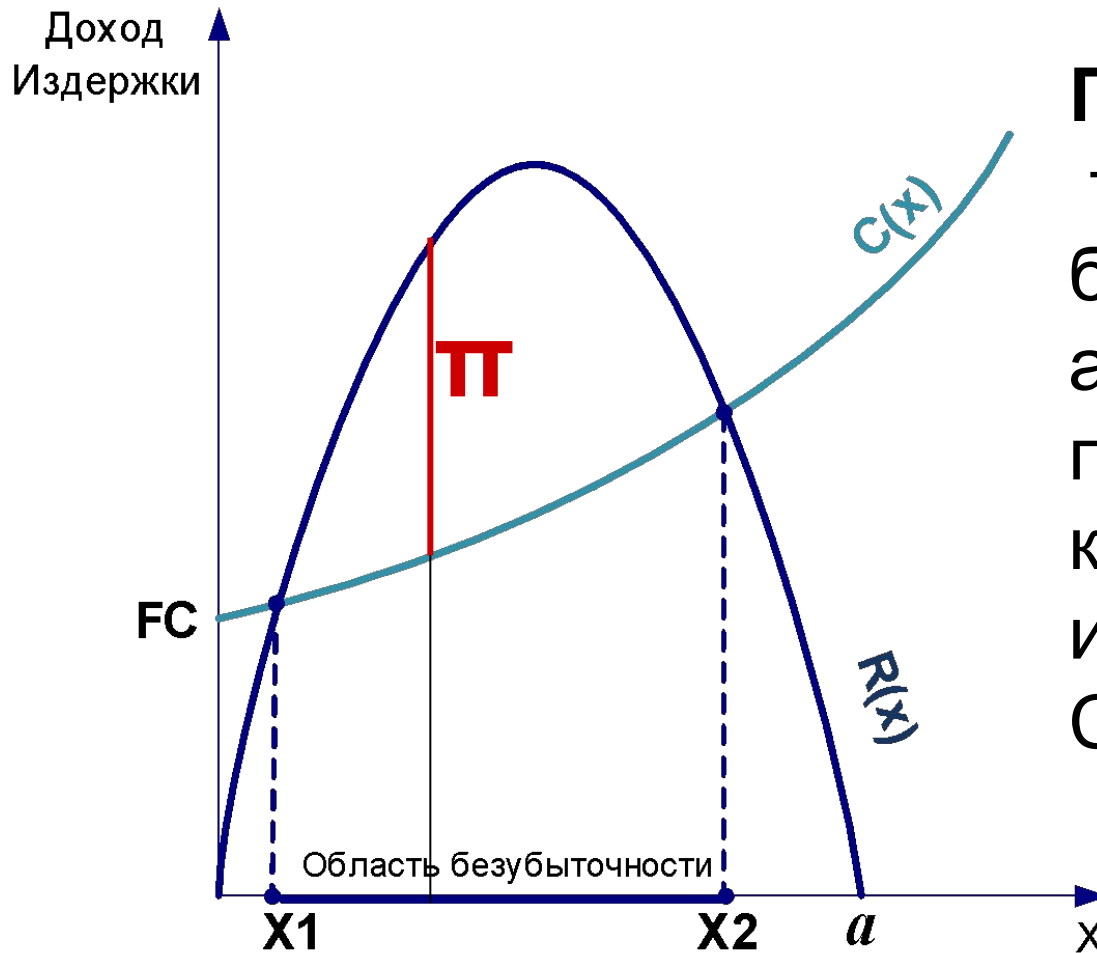
доход = издержки



Прибыль $\Pi =$

0

Анализ прибыльности с помощью точек безубыточности



Графически
точки
безубыточности -
абсциссы точек
пересечения
кривых дохода $R(x)$
и общих издержек
 $C(x)$,

ПРИМЕР.

Рассмотрим фирму, монопольно выпускающую и продающую товар, спрос на который задан обратной функцией рыночного спроса:

$$p(x) = 50 - 0,1x.$$

Общие издержки монополиста заданы формулой

$$C(x) = 0,02x^2 + 14x + 800$$

- Найти аналитически и геометрически оптимальный план монополиста
- Провести анализ безубыточности
- Найти эластичность спроса при оптимальной цене

Решение

- Продавец решил закупить x единиц товара ($x \leq 500$).
- Весь товар будет реализован, если на него назначить **цену**

$$p = p(x) = 50 - 0,1x.$$

- При этом **выручка** (доход) продавца

$$R(x) = x p(x) = x(50 - 0,1x) \text{ ден.}$$

единиц,

- **Прибыль**

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = x(50 - 0,1x) - (0,02x^2 + 14x + 800)$$

Задача поиска плана монополиста как задача математического программирования

$$\mathbf{\Pi}(x) = x(50 - 0,1x) - (0,02x^2 + 14x + 800) \rightarrow \mathit{max}, \quad x \in [0, 500].$$

$$\pi'(x) = 50 - 0,2x - 0,04x - 14 = 36 - 6x/25 = 0$$

- единственная **критическая точка $x=150$**
- **$\mathbf{\Pi}(150) = 1900 > -800$.**

$$\mathbf{argmax} \pi(x) = 150, \quad \mathbf{\Pi}_{max} = 1900.$$

- При этом в соответствии с обратной функцией спроса цена товара составит

$$\mathbf{p(150) = 50 - 15 = 35.}$$

Итак: продажа товара в объеме 150 единиц по цене 35 ден. ед. за ед. товара принесет продавцу наибольшую прибыль 1900 ден. единиц.

ПРИМЕР

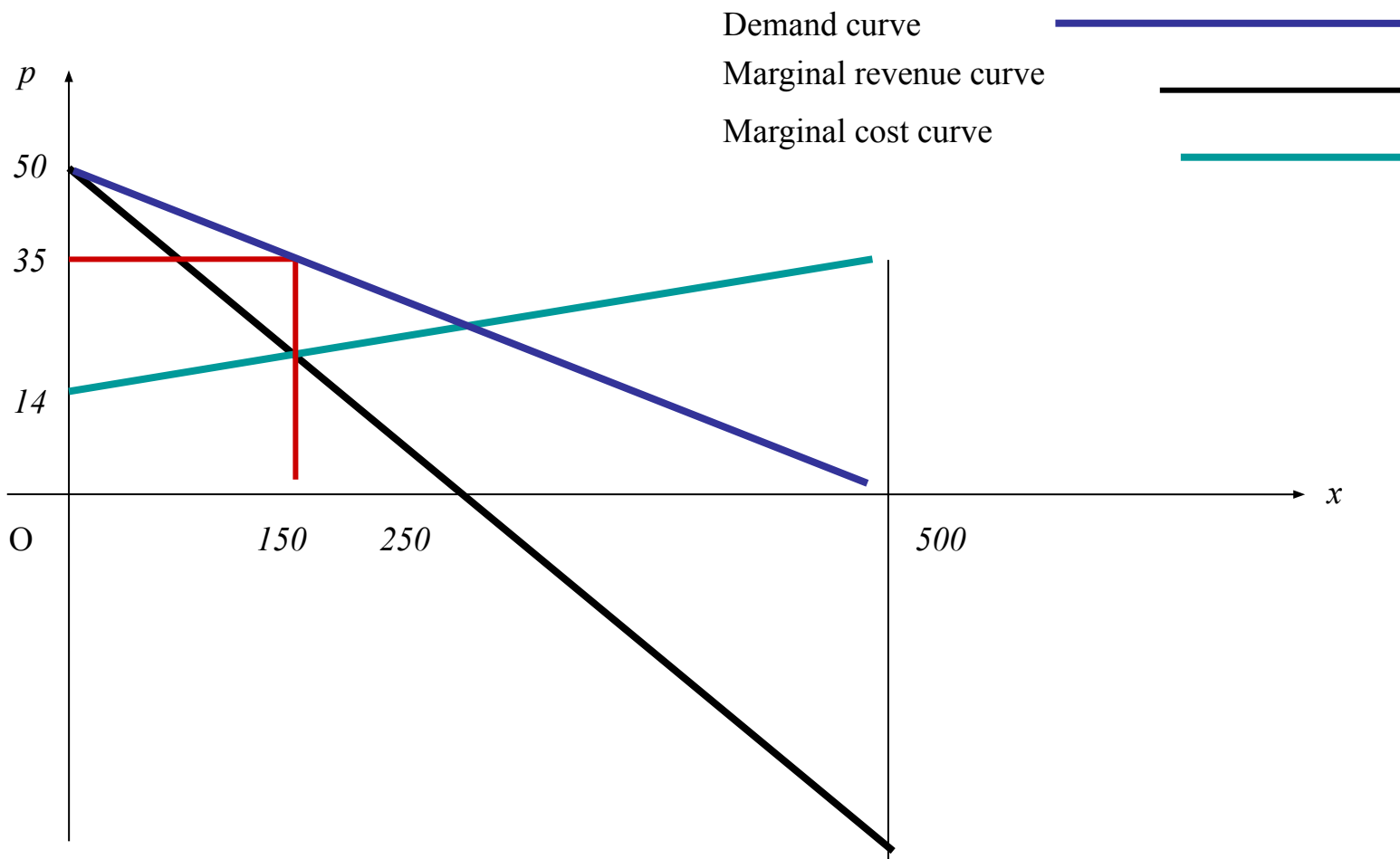
- функции предельного дохода и предельных издержек:

$$R'(x) = [x(50 - 0,1x)]' = 50 - 0,2x;$$

$$C'(x) = [0,02x^2 + 14x + 800]' = 0,04x + 14$$

ПРИМЕР

Геометрическое решение задачи нахождения оптимального плана монополиста



Анализ безубыточности

$$R(x) = x(50 - 0,1x) = 0,02x^2 + 14x + 800 = C(x)$$

$$x_{1,2} = 150 \pm \frac{50}{3} \sqrt{57} \approx 150 \pm 126 \Rightarrow x_1 \approx 24, x_2 \approx 276.$$

предложение товара в размере от 24 до 276 единиц товара позволит получить фирме положительную прибыль, иное предложение приведет к убыткам.

Эластичность спроса

- Преобразовав обратную функцию спроса в **прямую функцию спроса** $x = 500 - 10p$, вычислим ценовую эластичность спроса:

$$e_p(x) = \frac{p}{500 - 10p} (-10) = -\frac{p}{50 - p}.$$

- Найдем ценовую эластичность спроса при цене $p = 35$.

$$e_p(x) = -7/3.$$

- Это означает, что **при цене $p = 35$ увеличение ее на один процент приведет к падению спроса примерно на $7/3$ процента.**
- при цене, назначенной в условиях монополии, спрос на товар является **эластичным**.

Отличия

- Модель поведения совершенного конкурента
- Модель поведения несовершенного конкурента, в т.ч. монополиста