

ПРОЕКТ

ПО

АЛГЕБРЕ

- ▣ **Решение уравнений высших степеней с помощью теоремы Безу.**
- ▣ **Выполнила ученица 9 класса Зингейской СОШ
Батраканова Махабат.**

ЦЕЛИ ПРОЕКТА:

1. ОВЛАДЕТЬ СПОСОБОМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ БЕЗУ.
2. ИСПОЛЬЗОВАТЬ РЕСУРСЫ ИНТЕРНЕТА.
3. СОЗДАТЬ ПРЕЗЕНТАЦИЮ, ИСПОЛЬЗУЯ СОБРАННЫЙ МАТЕРИАЛ

- Только в 11 веке таджикский поэт и ученый Омар Хаям впервые решил уравнение III степени.
- Установить, существует ли формула для нахождения корней любого уравнения, пытались многие.
- Но в конце 18 века французский ученый Луи Лагранж пытался доказать невозможность алгоритма общих уравнений, а в начале 19 века француз Галуа развил идею Лагранжа.
- С тех пор математика пошла другим путем.
- Ученые стали искать другие методы решения уравнений высших степеней.
- Одним из них является метод разложения многочлена на множители с использованием теоремы Безу.

ЭТЬЕН БЕЗУ

- Французский ученый-математик, член Парижской Академии наук.
- Годы жизни: 1733-1783гг.
- Изучал системы алгебраических уравнений высших степеней;



ЭТЬЕН БЕЗУ

- Установил общие методы решения уравнений высших степеней;
- Знаменитость ему принесла теорема.
- Алгебраические работы Безу опубликованы в мемуарах Академии

ТЕОРЕМА БЕЗУ:

При решении целых уравнений бывает полезна теорема о корнях многочлена.

ТЕОРЕМА 1 о корнях многочлена

Если число a является корнем многочлена

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n, \text{ где } a_0 \neq 0,$$

то этот многочлен можно представить в виде произведения $(x - a)P_1(x)$, где $P_1(x)$ — многочлен $n - 1$ -й степени.

Эта теорема позволяет решение целого уравнения n -й степени для которого известен один из корней, свести к решению уравнения $n - 1$ -й степени, в частности, от уравнения третьей степени перейти к квадратному.

Если целое уравнение с одной переменной, с целыми коэффициентами имеет целый корень, то его можно найти, используя теорему о целых корнях целого уравнения.

ТЕОРЕМА 2 о целых корнях целого уравнения

Если уравнение

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

в котором все коэффициенты — целые числа, причем свободный член отличен от нуля, имеет целый корень, то этот корень является делителем свободного члена.

$$X^4 + 4X^3 - 18X^2 - 12X + 9 = 0$$

Найдем делители свободного члена и выясним, при каком из них левая часть равна нулю.

Делители: -1; 1; -3; 3; -9; 9.

$$P(-1) =$$

$$P(1) =$$

$$P(-3) =$$

$$P(3) = \text{ и т.д.}$$

$$\square P(-1) = 1 - 4 - 18 + 12 + 9 = -22 + 22 = 0.$$

Вывод: «-1» – корень уравнения.

$$X^4 + 4X^3 - 18X^2 - 12X + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 12x + 9 & x+1 \\
 \underline{-x^4 + x^3} & \underline{x^3 + 3x^2 - 21x + 9} \\
 3x^3 - 18x^2 & \\
 \underline{-3x^3 + 3x^2} & \\
 -21x^2 - 12x & \\
 \underline{-21x^2 - 21x} & \\
 9x + 9 & \\
 \underline{-9x + 9} & \\
 0 &
 \end{array}$$

$$X^4 + 4x^3 - 12x + 9 = (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 21x + 9) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 21x + 9) = 0$$

$$x+1=0 \text{ или } x^3 + 3x^2 - 21x + 9 = 0$$

$$x = -1 \quad | \quad \text{Делители } 9 : \pm 1; \pm 3; \pm 9$$

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 + 3x^2 - 21x + 9 & x-3 \\
 \underline{-x^3 + 3x^2} & \underline{x^2 + 6x - 3} \\
 6x^2 - 21x & \\
 \underline{-6x^2 + 18x} & \\
 -3x + 9 & \\
 \underline{-3x + 9} & \\
 0 &
 \end{array}$$

**ЗНАЧИТ, ДАННОЕ УРАВНЕНИЕ МОЖНО РАЗЛОЖИТЬ НА
СЛЕДУЮЩИЕ МНОЖИТЕЛИ**

$$x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 12x + 9 = (x+1)(x-3)(x^2+6x-3) = 0$$

$$x+1=0 \text{ или } x-3=0 \text{ или } x^2+6x-3=0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 3$$

$$D = 36 + 12 = 48$$

$$x_{3,4} = -3 \pm 2\sqrt{3}$$

Ответ: $x_1 = -1$ $x_2 = 3$ $x_{3,4} = -3 \pm 2\sqrt{3}$

$$x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 12x + 9 = 0$$

КАК РЕШАЮТ ЭТИ УРАВНЕНИЯ:

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4 = 0$$

- Делители **4** : 1; -1; 2; -2; 4; -4
- $P(1) = 1 - 2 - 7 + 4 + 4 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4 & x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} & \hline -x^3 - 7x^2 & \\ \underline{-x^3 + x^2} & \\ -8x^2 + 4x & \\ \underline{-8x^2 + 8x} & \\ -4x + 4 & \\ \underline{-4x + 4} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(x^3 - x^2 - 8x - 4) = 0$$

- Делители **4** : 1; -1; 2; -2; 4; -4
- $P(-2) = -8 - 4 + 16 - 4 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 8x - 4 & x+2 \\ \underline{x^3 + 2x^2} & \hline -3x^2 - 8x & \\ \underline{-3x^2 - 6x} & \\ -2x - 4 & \\ \underline{-2x - 4} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(x+2)(x^2 - 3x - 2) = 0$$

$x-1=0$ или $x+2=0$ или $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $x_1=1$ $x_2=-2$ $D=9+8=17$

$$x_3 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \quad x_4 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $x_1=1$; $x_2=-2$; $x_3 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$; $x_4 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$

$$x^3 - 6x^2 + 6x + 8 = 0$$

- Делители 8: 1; -1; 2; -2; 4; -4; 8; -8;
- $P(4) = 64 - 96 + 24 + 8 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 + 6x + 8 & x - 4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & \\ \hline -2x^2 + 6x & \\ -2x^2 + 8x & \\ \hline -2x + 8 & \\ -2x + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x-4)(x^2-2x-2) &= 0 \\ x-4=0 \quad \text{или} \quad x^2-2x-2 &= 0 \\ x_1=4 \quad \quad \quad D=4+8=12 & \\ x_{2,3} &= 1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

ОТВЕТ: $x_1=4, x_{2,3}=1 \pm \sqrt{3}$

$$X^3 - 8X^2 + 13X - 2 = 0$$

- Делители **2**: -1; 1; -2; 2
- $P(2) = 8 - 32 + 26 - 2 = 0$

$$\begin{array}{r|l} -x^3 - 8x^2 + 13x - 2 & x-2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & \\ \hline -6x^2 + 13x & \\ -6x^2 + 12x & \\ \hline -x - 2 & \\ -x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 - 6x + 1) = 0$$

$$x-2=0 \quad \text{или} \quad x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$D = 36 - 4 = 32$$

$$x_{2,3} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{ОТВЕТЫ: } x_1 = 2, \quad x_{2,3} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$X^3 - 4X^2 + 3X + 2 = 0$$

- Делители **2**: -1; 1; -2; 2
- $P(2) = 8 - 16 + 6 + 2 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + 3x + 2 & x - 2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & \\ \hline -2x^2 + 3x & \\ - & \\ -2x^2 + 4x & \\ \hline -x + 2 & \\ - & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-2)(x^2-2x-1)=0$$

$$X - 2 = 0 \text{ или } x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$X_1 = 2$$

$$D = 4 + 4 = 8$$

$$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\text{ОТВЕТ : } x_1 = 2,$$

$$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = 0$$

- Делители **2**: -1; 1; -2; 2
- $P(-1) = -1 + 2 - 3 + 2 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 + 3x + 2 & x + 1 \\ \hline x^3 + x^2 & \\ \hline x^2 + 3x & \\ \hline x^2 + x & \\ \hline 2x + 2 & \\ \hline 2x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x^2+x+2)=0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2+x+2=0$$

$$x_1 = -1$$

$$D = -7$$

корней нет

Ответ: $x_1 = -1$.

$$X^3 + 4X^2 + X - 6 = 0$$

- Делители **6**: 1; -1; 2; -2; 3; -3; 6; -6
- $P(1) = 1 + 4 + 1 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 + x - 6 & x-1 \\ \underline{x^3 - x^2} & \\ \hline -5x^2 + x & \\ \underline{5x^2 - 5x} & \\ \hline 6x - 6 & \\ \underline{6x - 6} & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(x^2+5x+6)=0$$

$$x-1=0 \text{ или}$$

$$x^2+5x+6=0$$

$$x_1=1$$

$$D=25-24=1$$

$$x_2 = -2, x_3 = -3$$

Ответ: -3, -2; 1.

$$x^3 + 6x^2 - x - 6 = 0$$

- Делители **6**: 1; -1; 2; -2; 3; -3; 6; -6
- $P(1) = 1 + 6 - 1 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 6x^2 - x - 6 & x - 1 \\ \underline{x^3 - x^2} & \hline 7x^2 - x & x^2 + 7x + 6 \\ \underline{7x^2 - 7x} & \\ 6x - 6 & \\ \underline{6x - 6} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(x^2+7x+6)=0$$

$$x-1=0 \quad \text{или} \quad x^2+7x+6=0$$

$$x_1=1$$

$$D=49-24=25$$

$$x_2=-6 \quad x_3=-1$$

Ответ: -6; -1; 1.

$$X^3+4X^2-9X-36=0$$

- Делители **36**: 1; -1; 2; -2; 3; -4; 6; -6; 9; -9; 12; -12; 18; -18; 36; -36
- $P(-3)=27-36-27+36=0$

$$\begin{array}{r|l} x^3+4x^2-9x-36 & x+3 \\ \hline x^3+3x^2 & \\ \hline x^2-9x & \\ & x^2+x-12 \\ \hline & x^2+3x & \\ \hline & -12x-36 & \\ \hline & -12x-36 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$(x+3)(x^2+x-12)=0$$

$$\begin{array}{l} x+3=0 \quad \text{или} \quad x^2+x-12=0 \\ x_1=-3 \quad \quad \quad D=1+48=49 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x_2=3 \quad x_3=-4 \end{array}$$

Ответ: -4; -3; 3.