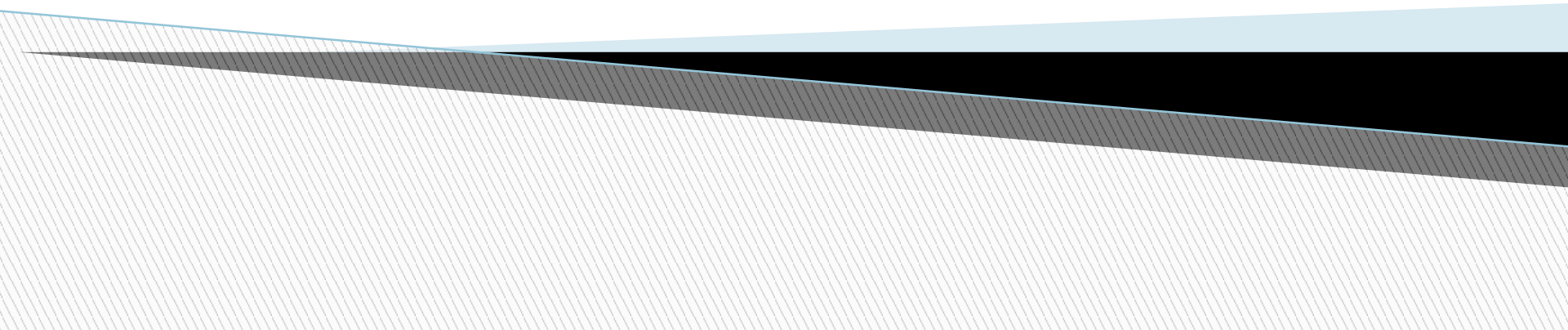


# ТРАНСПОРТНАЯ СЕТЕВАЯ ЗАДАЧА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Пешко А.И.  
Жуков П.Ю.  
Божко Д.С.



# Постановка задачи

Рассмотрим связную сеть  $S = \{I, U\}$  с множеством узлов  $I$  и множеством дуг  $U$  ( $|I| < \infty, |U| < \infty$ ).

Припишем элементам сети  $S$  следующие характеристики:

- $a_i$  интенсивность узла  $i \in I$
- $d_{ij}$  пропускная способность дуги  $(i, j) \in U$
- $x_{ij}$  – поток по дуге  $(i, j) \in U$
- $c_{ij}$  – стоимость потока по дуге  $(i, j) \in U$

Каждому дополнительному ограничению присваивается свой номер –  $\alpha_{ij}^k, \alpha_{ij}^k > 0, k \in K$ . Будем говорить, что на сети задан поток  $x = (x_{ij}, (i, j) \in U)$ , если дуговые потоки  $x_{ij}$  удовлетворяют условиям баланса:

$$\sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} x_{ij} = a_i, i \in I$$

$$I_i^+(U) = \{j \in I: (i, j) \in U\}, \quad I_i^-(U) = \{j \in I: (j, i) \in U\}$$

А также дополнительным ограничениям

$$\sum_{(i,j) \in U^k} \alpha_{ij}^k x_{ij} \leq d_k^0, k \in K = \{1, 2, \dots, |K|\}$$

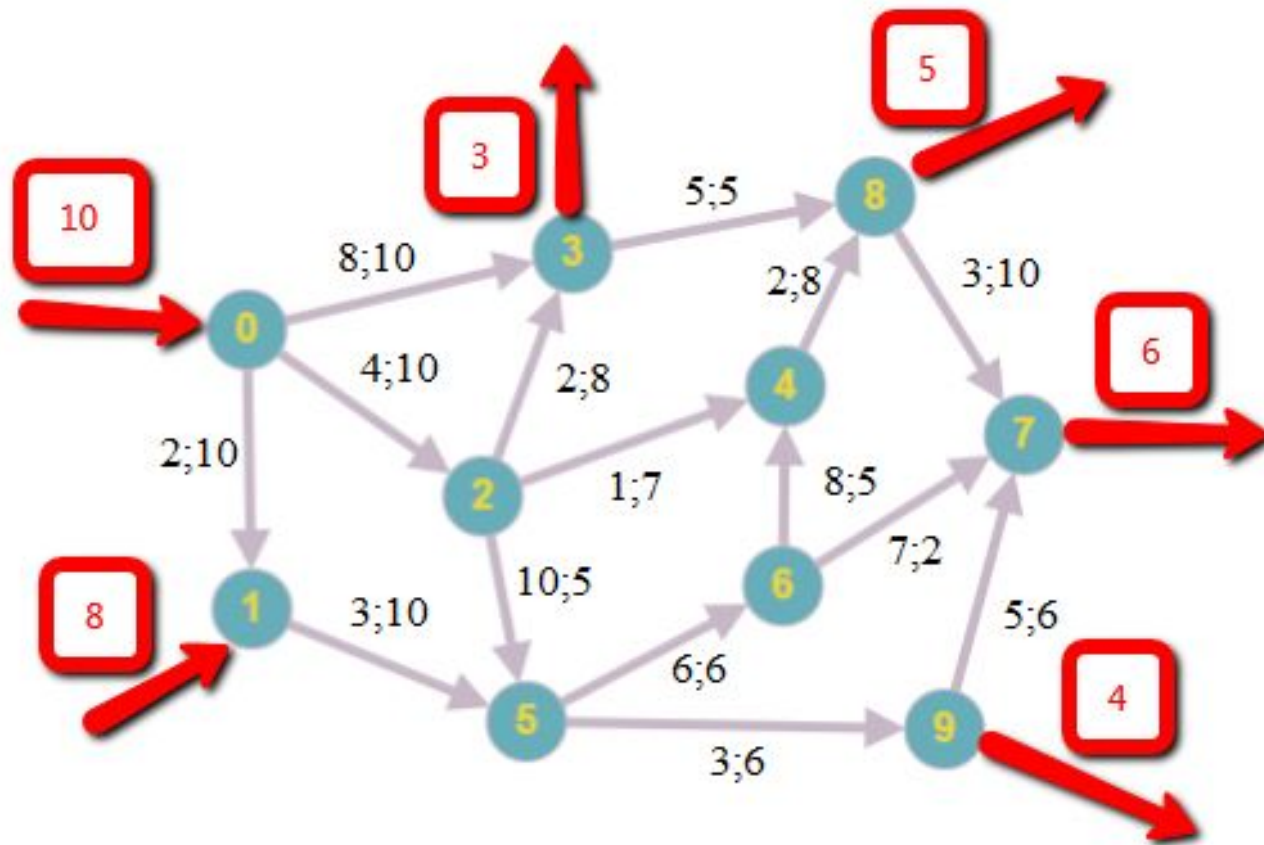
И прямым ограничениям  $0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}, (i, j) \in U$

Величину  $\sum_{(i,j) \in U} c'_{ij} x_{ij}$ , определенную на потоке  $x = (x_{ij}, (i, j) \in U)$ , назовем стоимостью потока.

Исследуется следующая математическая модель транспортной сетевой задачи с дополнительными ограничениями общего вида:

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j) \in U} c'_{ij} x_{ij} &\rightarrow \min && \text{— целевая функция} \\ \sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} x_{ij} &= a_i, i \in I \\ \sum_{(i,j) \in U^k} \alpha_{ij}^k x_{ij} &\leq d_k^0, k \in K = \{1, 2, \dots, |K|\} \\ 0 &\leq x_{ij} \leq d_{ij}, (i, j) \in U \end{aligned}$$

# Пример задачи



## Стоимость перевозки единицы товара

Узлы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2	4	8	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
2	0	0	0	2	1	10	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
5	0	0	0	0	0	0	6	0	0	3
6	0	0	0	0	8	0	0	7	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0

## Прямые ограничения

Узлы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	100000	10	10	10	0	0	0	0	0	0
1	0	100000	0	0	0	10	0	0	0	0
2	0	0	100000	8	7	5	0	0	0	0
3	0	0	0	100000	0	0	0	0	5	0
4	0	0	0	0	100000	0	0	0	8	0
5	0	0	0	0	0	100000	6	0	0	6
6	0	0	0	0	5	0	100000	2	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	100000	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	10	100000	0
9	0	0	0	0	0	0	0	6	0	100000





# Решим задачу

План перевоза товара между узлами														
	Предложение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	СУММА	СУММА	
Спрос					3				6	5	4	18	198	
0	10	18	0	7	3	0	0	0	0	0	0	28	28	
1	8	0	18	0	0	0	8	0	0	0	0	26	26	
2		0	0	11	1	6	0	0	0	0	0	18	18	
3		0	0	0	17	0	0	0	0	1	0	18	18	
4		0	0	0	0	12	0	0	0	6	0	18	18	
5		0	0	0	0	0	10	2	0	0	6	18	18	
6		0	0	0	0	0	0	16	2	0	0	18	18	
7		0	0	0	0	0	0	0	18	0	0	18	18	
8		0	0	0	0	0	0	0	2	16	0	18	18	
9		0	0	0	0	0	0	0	2	0	16	18	18	
СУММА	18	18	18	18	21	18	18	18	24	23	22			
СУММА	198	18	18	18	21	18	18	18	24	23	22			
СТОИМОСТЬ ПЕРЕВОЗОК		161			100	≤	100	d1						

**Спасибо за внимание**

