Моделирование экономического равновесия

1. Функция рыночного предложения.
2. Функция рыночного спроса.
3. Определение статического экономического равновесия

1.Функция рыночного предложения.

Статическое общее экономическое равновесие рассмотрим в рамках модели Эрроу-Дебре.

Описание модели в сфере производства:

1.Рассматриваемый рынок – рынок совершенной конкуренции.

2.На рынке функционируют n фирм F^j $(j = 1,\dots,n)$.

3. На рынке представлено r продуктов G^i $(i=1,\dots,r)$.

1.Функция рыночного предложения.

4. Каждая фирма производит продукты или затрачивает их в качестве ресурсов в объеме y_i^j.

$y_i^j > 0$ – если фирма производит продукт.

$y_i^j < 0$ – если фирма затрачивает продукт.

$y^j = (y_1^j, \dots, y_r^j) \in Y^j$ – технологическое множество фирмы F^j.

Разные фирмы могут выпускать и затрачивать разные продукты в разном количестве из своего технологического множества.

5. Алгебраическая сумма технологических множеств фирм есть технологическое множество модели Эрроу–Дебре (Y).

1.Функция рыночного предложения.

6. Технологическое множество ограничено и замкнуто.
7. Каждая фирма максимизирует свою прибыль ($PR^j=py^j$), где

$p=(p_1,\ldots,p_n)$ – вектор цен.

8. Решение задачи максимизации ($y^{*(j)}(p)$) называется локальным рыночным равновесием фирмы F^j или предложением фирмы F^j (функцией предложения фирмы F^j).
9. Сумма предложений всех фирм ($y^*(p)$) называется совокупным предложением (рыночным предложением), а также функцией совокупного предложения.

2.Функция рыночного спроса.

Описание модели в сфере производства:

1. Рассматриваемый рынок – рынок совершенной конкуренции.
2. На рынке функционируют m потребителей C^i ($i = 1,\ldots,m$).
3. Каждый потребитель максимизирует свою функцию полезности $u^i(x^i)$ при наличии бюджетного ограничения $px^i \leq M^i$, где

   x^i – набор продуктов, потребляемых потребителем C^i;

   M^i – доход потребителя C^i;

   $p=(p_1,\ldots,p_r)$ – вектор цен.

   Доход потребителя включает:

– стоимость запасов продуктов ($M_1^i = pz^i$)

– долю прибыли, получаемую потребителем от фирмы ($M_2^i = \sum \alpha_{ij} PR^j$).

2.Функция рыночного спроса.

4. Решение задачи максимизации полезности потребителя ($x^*(p)$) называется локальным рыночным равновесием потребителя или спросом потребителя (функцией спроса потребителя).

5. Сумма спроса всех потребителей называется совокупным спросом (рыночным спросом) или функцией совокупного спроса.

2.Функция рыночного спроса.

Избыточный спрос (функция избыточного спроса) определяется как разность совокупного спроса и суммы совокупного предложения и совокупного запаса продуктов:

$F(p) = x^*(p) – y^*(p) – z$

Равенство $p\,F(p) = 0$ – закон Вальраса.

Подставим вместо $F(p)$ его значение

$$px^*(p) – py^*(p) – pz = 0$$

Отсюда $px^*(p) = py^*(p) + pz$, то есть совокупный спрос равен сумме совокупного предложения и запаса продуктов.

3. Определение статического экономического равновесия

- Статическое экономическое равновесие (конкурентное равновесие) МЭД есть набор векторов $\{p^e, y^{e(1)}, \dots, y^{e(n)}, x^{\#(1)}, \dots, x^{e(m)}\}$, удовлетворяющих условиям:

1) вектор $p^e = (p_1^e, \dots, p_r^e)$ - вектор цен статического экономического равновесия МЭД;

$p^e = (p_1^e + \dots + p_r^e) = 1, p_i^e \geq 0$

2) вектор $y^{e(j)} = y^{*(j)}(p^e)$, $j = 1, \dots, n$, есть локальное рыночное равновесие фирмы $F^{(j)}$, то есть решение задачи максимизации прибыли $PR^{(j)}$ фирмы $F^{(j)}$ при ценах $p^e = (p_1^e, \dots, p_r^e)$

3. Определение статического экономического равновесия

3) вектор $(x^{e(i)} = (x^*(p^e)$ есть локальное рыночное равновесие потребителя C^i, т.е. решение задачи максимизации функции полезности $u^i(x)$ при ценах $p^e = (p_1^e, \ldots, p_r^e)$

4) имеет место следующее векторное неравенство:

$x^e \leq y^e + z$, (которое означает отсутствие в МЭД дефицита по всем продуктам)

при дополнительном условии:

$p^e(x^e - y^e - z) = 0, \quad (5.1)$

где $x^e = x^{e1} + \ldots + x^{em}$

$y^e = y^{e1} + \ldots + y^{en}$

3. Определение статического экономического равновесия

В связи с тем что $x^e - y^e - z \leq 0$ а вектор $p^e \geq 0$, равенство (5.1) означает, что если $p^e > 0$, то обязательно $x^e = y^e + z$, если же $x^e < y^e+z$, то цена $p^e = 0$.

Равенство (5.1) представляет собой закон Вальраса в ценах p^e равновесия.

3. Определение статического экономического равновесия

- Пример.

Рассмотрим следующую МЭД:

1) пространство продуктов E_2;

2) два потребителя $C^{(1)}$ и $C^{(2)}$ с характеристиками:

– потребитель $C^{(1)}$ имеет начальный запас $z^{(1)}=(1;2)$ и функцию полезности $u^{(1)}(x_1,x_2) = x_1x_2$;

– потребитель $C^{(2)}$ имеет начальный запас $z^{(2)}= (2;2)$ и функцию полезности $u^{(2)}(x_1,x_2)= x_1^2 x_2$;

3. Определение статического экономического равновесия

3) фирма F имеет технологическое множество

$$Y = \{(y_1, y_2) \mid y_1 < 1 \text{ и } y_2 \le y_1/(y_1 - 1)\};$$

4) доли потребителей $C^{(1)}$ и $C^{(2)}$ в прибыли фирмы равны $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$.

Требуется найти для вектора $p = (p_1, p_2)$ локальное рыночное равновесие, максимальную прибыль фирмы F, локальное рыночное равновесие для каждого потребителя $C^{(1)}$ и $C^{(2)}$, избыточный спрос, цены равновесия, статическое экономическое равновесие.

3. Определение статического экономического равновесия